



# Transition Déflagration-Détonation dans les supernovae thermonucléaires

Camille Charignon

## ► To cite this version:

Camille Charignon. Transition Déflagration-Détonation dans les supernovae thermonucléaires. Autre [cond-mat.other]. Université Paris Sud - Paris XI, 2013. Français. NNT : 2013PA112155 . tel-00874701

**HAL Id: tel-00874701**

**<https://theses.hal.science/tel-00874701>**

Submitted on 18 Oct 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE PARIS-SUD

ÉCOLE DOCTORALE : Astrophysique et Astronomie d'île de France  
Laboratoire : CEA-Saclay/DSM/IRFU/ Service d'Astrophysique

*DISCIPLINE : PHYSIQUE*

THÈSE DE DOCTORAT

Soutenue le : 24 /09 /2013

par

Camille CHARIGNON

# Transition Déflagration-Détonation dans les Supernovæ Thermonucléaires

Directeur de Thèse : Jean-Pierre CHIÈZE

Professeur (SAP)

Composition du Jury :

Président du jury :  
Rapporteurs :

Vladimir TIKHONCHUK  
Pierre VIDAL

Professeur (CELIA)  
Chargé de Recherche (Institut Pprime)

Examineurs :

Robert MOCHKOVITCH  
Guillaume PINEAU DES FORETS  
Michel RIEUTORD

Chargé de Recherche (IAP)  
Professeur (IAS)  
Professeur (IRAP)



## Je remercie...

Je tiens tout d'abord à remercier Jean-Pierre qui aura su trouver le bon équilibre dans l'encadrement de ma thèse, en me laissant beaucoup de liberté pour mes sujets d'études ainsi que pour la direction de mes recherches, tout en sachant redresser la barre lorsque j'allais dans des directions trop incertaines. D'autre part, il a su partager si bien son grand sens physique, qu'à travers nos nombreuses discussions j'ai pu devenir le physicien que je n'aurais jamais été sans lui. Enfin je le remercie pour cette idée lumineuse d'appliquer le mécanisme de chauffage par choc, utilisé pour la chromosphère solaire, à l'enveloppe des naines blanches pré-supernovae. J'ai aussi beaucoup appréciée ses très nombreuses anecdotes sur la (pré-)histoire du calcul scientifique où les codes tournaient encore à l'aide de cartes perforées.

Je lui suis aussi reconnaissant pour avoir fait le taxi entre Saclay et Orsay à plusieurs reprises et m'avoir ainsi aidé à surmonter les épreuves du parcours administratif parsemé d'embûches pour obtenir mon autorisation de soutenir de la part de l'université, dont je ne citerai pas le nom.

Je le remercie enfin et surtout pour avoir su garder à l'esprit, contrairement à nombre d'autres, que la thèse est avant tout une formation par la recherche, mais pas forcément pour la recherche ! Quitter la recherche, n'étant pas un tabou avec Jean-Pierre, nous avons pu en discuter et j'ai beaucoup apprécié le fait qu'il m'aide dans ce choix sans essayer de me pousser dans une direction.

Je tiens ensuite à remercier Alexis et Kéké pour ces trois années qui sans eux auraient été très différentes. Notamment nos longues discussions sur l'avenir et la recherche m'auront permis de mûrir mon projet et de faire le choix que j'ai fait. D'autre part, grâce au partage de nos difficultés, de nos moments de doute et de nos réussites, ces trois ans de thèse auront été une très bonne expérience. Je les remercie enfin pour notre concours de la première publication, qu'Alexis a gagné de deux jours nous offrant ainsi la rotonde, tandis que Kéké perdait à plates coutures.

Je remercie aussi Diana pour sa bonne humeur communicative et pour avoir accepté avec Alexis et Kéké une semaine d'alpinisme avec un guide comme moi. Je regrette simplement qu'elle n'ait pas eu plus souvent le courage de nous accompagner courir, avec des excuses telles que la boue, la pluie ou la neige.

Je remercie aussi toutes les personnes (Sébastien Fromang, Sylvaine Turck-Chièze, Jérôme Rodriguez et Michel Talvard) avec qui de nombreuses discussions auront permis de construire mon projet et qui auront essayé de m'aider à trouver le poste qui m'intéressait que ce soit à Areva ou au CEA. Au final, leur aide n'aura pas porté ses fruits puisque j'ai trouvé d'une autre façon, cependant je leur suis reconnaissant pour leurs efforts.

Je remercie mes rapporteurs Pierre Vidal et Vladimir Tikhonchuk d'avoir eu le courage de lire mon manuscrit pendant les vacances ainsi pour leurs commentaires très pertinents quant au contenu physique de ma thèse.



Je remercie Guillaume Aulanier pour son code MHD très facile d'utilisation, où l'implémentation de cette EoS dégénéré aura été étonnamment facile.

Je remercie Bruno Dubroca pour nos collaborations, où la bonne humeur était toujours de mise ainsi que pour l'excellent restaurant de Bordeaux, où il nous a invité.

Je remercie enfin le groupe de simulation numérique (Edouard Audit, Matthias Gonzalez, Sébastien Fromang, Thierry Foglizzo et Pascal Tremblin) pour leur aide quand j'en étais à développer mes modules spécifiques dans HERACLES ainsi que mes idées sur notre mécanisme acoustique.

Finalement, je remercie le Service d'Astrophysique et le CEA pour le financement de ma thèse et les bonnes conditions de recherche, notamment la possibilité de partir en conférence régulièrement.

## Quelques symboles courants dans cette thèse

$t$	: Temps (s)
$\rho$	: Densité ( g cm <sup>-3</sup> )
$T$	: Température (K)
$P$	: Pression ( erg cm <sup>-3</sup> )
$E$	: Énergie interne volumique ( erg cm <sup>-3</sup> )
$\epsilon$	: Énergie interne spécifique ( erg g <sup>-1</sup> )
$E_{th}$	: Énergie thermique ( erg cm <sup>-3</sup> )
$X_i$	: Fraction de masse du noyau $i$
$\phi$	: Variable d'avancement (modèle ADR)
$\dot{Q}_{nuc}$	: Débit d'énergie nucléaire ( erg cm <sup>-3</sup> s <sup>-1</sup> )
$F$	: Flux thermiques ( erg cm <sup>-2</sup> s <sup>-1</sup> )
$\gamma$	: Index adiabatique
$C_s$	: Vitesse du son ( km s <sup>-1</sup> )
$B$	: Champ magnétique (G)
$C_a$	: Vitesse d'Alfven ( km s <sup>-1</sup> )
$u$	: Vitesse fluide ( km s <sup>-1</sup> )
$v$	: Amplitude de perturbation acoustique ( km s <sup>-1</sup> )
$M$	: Nombre de Mach
$\eta$	: Force d'un choc (ou diffusivité magnétique)
$g$	: Accélération de la gravité ( cm s <sup>-2</sup> )
$h$	: Altitude (km)
$\nu$	: Fréquence
$\lambda$	: Longueur d'onde
$M_\odot$	: Masse solaire $\sim 2 \times 10^{33}$ g
$\dot{M}$	: Taux d'accrétion ( M <sub>⊙</sub> an <sup>-1</sup> )
$a$	: séparation orbitale
$V_{fl}$	: Vitesse de flamme
$D_{CJ}$	: Vitesse de détonation Chapmann-Jouguet ( km s <sup>-1</sup> )
$\delta_{fl}$	: Largeur de flamme
$\delta_x$	: Résolution spatiale des simulations
$Re$	: Nombre de Reynolds
$Rm$	: Nombre de Reynolds magnétique
$K_a$	: Nombre de Karlovitz
$Da$	: Nombre de Damkhöler



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>9</b>
<b>1 Contexte des supernovae thermonucléaires</b>	<b>19</b>
1.1 Propriétés générales . . . . .	19
1.1.1 Courbes de lumière . . . . .	20
1.1.2 Spectres . . . . .	21
1.1.3 Supernovae anormales . . . . .	22
1.1.4 Premières conséquences sur le progéniteur . . . . .	23
1.2 Naine blanche de carbone-oxygène . . . . .	25
1.2.1 L'équation d'état . . . . .	25
1.2.2 Structure des naines blanches . . . . .	35
1.2.3 Physique de l'ignition . . . . .	39
<b>2 Progéniteur et modèles d'explosion</b>	<b>47</b>
2.1 Systèmes progéniteurs et scénarios d'évolution . . . . .	47
2.1.1 Accrétion jusqu'à la masse de Chandrasekhar . . . . .	47
2.1.2 Détonation double . . . . .	54
2.1.3 Coalescence de deux naines blanches . . . . .	55
2.2 Contraindre le système progéniteur . . . . .	60
2.2.1 Contraintes statistiques : taux d'occurrence . . . . .	60
2.2.2 Contraintes ponctuelles . . . . .	67
2.3 Finalement : nécessité des études physiques . . . . .	69
<b>3 La combustion dans les SNe Ia</b>	<b>77</b>
3.1 Réactions thermonucléaires . . . . .	78
3.1.1 Expression théorique . . . . .	78
3.1.2 Écrantage des réactions . . . . .	79
3.1.3 Le réseau de réactions . . . . .	82
3.2 Propagation d'une discontinuité et détonation . . . . .	91
3.2.1 Chocs et relations d'Hugoniot . . . . .	92
3.2.2 Détonations et déflagrations planes . . . . .	94
3.2.3 Le code ASTROLABE . . . . .	96
3.2.4 Détonations . . . . .	99
3.3 Déflagrations . . . . .	102
3.3.1 Transfert thermique . . . . .	102
3.3.2 Déflagrations laminares . . . . .	107
3.3.3 Déflagration magnétique . . . . .	112
3.3.4 Combustion turbulente . . . . .	114

<b>4</b>	<b>La Transition Déflagration-Détonation (TDD)</b>	<b>127</b>
4.1	TDD terrestres . . . . .	128
4.1.1	Accélération de flamme en milieu confiné . . . . .	129
4.1.2	Mécanisme d'ignition d'une détonation en milieu confiné . . . . .	132
4.1.3	Mécanisme de Zel'dovich . . . . .	134
4.2	La TDD dans les supernovae . . . . .	139
4.2.1	Détonation par pulsation de l'étoile . . . . .	139
4.2.2	Détonation par confinement gravitationnel . . . . .	140
4.2.3	TDD induite par la turbulence . . . . .	141
4.3	Initiation de détonations par amplification d'ondes sonores . . . . .	144
4.3.1	Le code HERACLES . . . . .	145
4.3.2	Évolution des perturbations de pression . . . . .	154
4.3.3	Perturbations de pression dans un gradient de densité . . . . .	158
4.3.4	Ignition par choc : cas plan . . . . .	162
4.3.5	TDD non locale durant une supernova . . . . .	170
4.4	Sources de perturbations durant l'explosion . . . . .	179
4.4.1	Le code OHM et le traitement numérique . . . . .	179
4.4.2	Combustion et instabilités magnétiques . . . . .	183
4.4.3	Amplification et reconnexion . . . . .	191
4.4.4	Génération d'ondes sonores . . . . .	194
	<b>Conclusion</b>	<b>207</b>

# Introduction : vie et mort des étoiles

Les supernovæ thermonucléaires et de manière générale toutes les supernovæ marquent la fin de vie explosive d'une étoile. Un voyage dans le temps depuis la naissance de l'étoile jusqu'à son explosion en supernova, permettra de mieux comprendre le contexte, l'intérêt et la spécificité de ces explosions stellaires.

Durant toute sa vie une étoile se bat contre la gravitation qui lui a donné naissance : son histoire est une succession d'étapes de plus en plus chaudes et denses. Tout commence dans un nuage moléculaire, de densité et température typiques de  $n \sim 1 \text{ cm}^{-3}$  et  $T \lesssim 10 - 100 \text{ K}$ , où des zones denses, dépassant les conditions critiques de Jeans, vont s'effondrer. Ainsi, le nuage moléculaire, en se contractant, va se fragmenter en plusieurs cœurs proto-stellaires :  $R \sim 6000 \text{ u.a.}$  et  $M \sim 1 M_{\odot}$ . Ceux-ci vont se réchauffer en se contractant et le gaz doit évacuer efficacement par rayonnement cette énergie thermique avant de pouvoir se contracter plus. Ces cœurs, embryons de systèmes stellaires, vont continuer de se contracter et d'augmenter leur vitesse de rotation jusqu'à atteindre la barrière rotationnelle, où la force centrifuge s'oppose à l'effondrement, lorsque le rayon s'est réduit jusqu'à environ  $R \sim 1 \text{ u.a.}$ . Ce rayon est du même ordre que les distances planétaires. Pour que l'effondrement continue, il faut un mécanisme capable d'évacuer le moment cinétique. Il semble que cela soit réalisé par un transfert de moment cinétique vers la périphérie du nuage, grâce au champ magnétique. De cette façon le cœur peut continuer de s'effondrer pour former l'étoile centrale. Ainsi dans notre système solaire, on constate que le Soleil rassemble 99% de la masse mais tourne très lentement et ne contient ainsi que 2% du moment cinétique.

Lorsque la proto-étoile ou l'étoile est formée, elle est soutenue par le gradient de pression thermique qui équilibre la gravité. Le théorème du viriel, donne une capacité thermique négative pour une telle structure. Ainsi, la proto-étoile, doit évacuer son énergie pour se contracter et réchauffer son cœur. Cet échauffement central continue jusqu'à ce que la température atteigne une valeur suffisante pour la fusion rapide du deutérium vers  $T \sim 10^6 \text{ K}$  puis de l'hydrogène ( $T \sim 10^7 \text{ K}$ ). Cependant une masse minimale est nécessaire :  $M \geq 0,1 M_{\odot}$ , sinon la dégénérescence des électrons est atteinte avant le seuil de fusion et l'astre en formation n'accédera jamais au statut d'étoile, car il ne sera jamais capable de générer sa propre énergie thermonucléaire. Si l'astre est assez massif, il atteint le premier stade de son évolution : l'hydrogène fusionne dans le cœur pour donner de l'hélium. Cette fusion n'est pas directe car elle implique la transformation d'un proton en neutron, ce qui ne peut arriver qu'à travers l'interaction faible. Cela implique une combustion lente de l'hydrogène assurant la longévité de l'étoile durant cette phase appelée séquence principale. Notre soleil est dans la phase de combustion de l'hydrogène depuis 4 milliards d'années et le restera encore pour 4-5 milliards d'années. Durant cette étape, l'étoile est en régime stationnaire, la production d'énergie nucléaire compensant exactement la luminosité. Notons ici une conséquence importante du théorème du viriel. La capacité thermique de l'étoile est négative, ce qui permet la stabilité de la combustion thermonucléaire. En effet, supposons que la température augmente légèrement, alors le taux de réactions nucléaire augmente et la production d'énergie augmente. Or l'échelle de temps nécessaire pour évacuer ce surplus d'énergie par les photons

est grande, car l'intérieur de l'étoile est optiquement épais. Ainsi l'étoile continue à rayonner avec la même luminosité. Elle rayonne donc moins d'énergie qu'elle n'en produit et son énergie totale augmente. A cause de sa capacité calorifique négative, sa température interne va diminuer et ainsi réguler le taux de réactions nucléaires. De par cette propriété, l'étoile est un système capable d'auto-réguler sa température interne. Les étoiles sont en fait des réacteurs de fusion thermonucléaire stable, régulés par l'auto-gravité. Mais, cette propriété dépend de l'équation d'état de l'intérieur stellaire et du fait que l'étoile puisse se dilater pour répondre à une augmentation de température. Nous verrons que ce n'est pas vrai lorsque le plasma est dégénéré, auquel cas la combustion thermonucléaire est instable. La durée de la séquence principale correspond au temps nécessaire pour brûler le combustible d'hydrogène. Peu à peu le cœur s'appauvrit en hydrogène et s'enrichit en hélium. Or l'hélium brûle à des températures supérieures qu'on ne trouve pas dans le cœur lors de la séquence principale. Ainsi l'appauvrissement du cœur en hydrogène entraîne un déplacement de la combustion vers l'extérieur, ce qu'on appelle la combustion en couche de l'hydrogène. Durant cette phase, l'hydrogène brûle en périphérie d'un cœur d'hélium qui est nucléairement inactif. Ce cœur grossit peu à peu et, en se contractant, il s'échauffe ainsi que les couches plus externes où la combustion de l'hydrogène a encore lieu. Cette augmentation de température se traduit par une augmentation du taux de réactions, qui entraîne la dilatation des couches externes. Le rayon de l'étoile augmente : c'est la phase de géante rouge.

Tant que le cœur d'hélium reste nucléairement inactif, sa masse augmente et il continue de se contracter. Ce faisant il s'échauffe, réchauffant l'enveloppe, augmentant le taux de réactions et finalement le rayon. C'est l'ascension de la branche des géantes rouges. Cette phase peut être interrompue de deux façons. Soit la température centrale atteint une valeur suffisante pour amorcer la combustion de l'hélium, soit la dégénérescence des électrons est atteinte avant. Dans ce cas l'équation d'état devient indépendante de la température et celle-ci n'évolue plus. L'étoile devient une naine blanche d'hélium, après expulsion de son enveloppe d'hydrogène. C'est le destin des étoiles de masse inférieure à  $\sim 0,5 M_{\odot}$ .

Les étoiles plus massives peuvent amorcer la combustion de l'hélium pendant la phase de géante rouge. Du fait de sa luminosité élevée, cette phase est beaucoup plus courte que la séquence principale. Le cœur y est beaucoup plus chaud ( $T \sim 10^8$  K) et l'enveloppe étendue. Cette étape de fusion de l'hélium a posé problème aux débuts de la théorie de l'évolution stellaire. En effet, la chaîne de réactions permettant de fusionner l'hélium était inconnue. La capture d'un hydrogène est impossible car il n'existe aucun élément stable à cinq nucléons. La fusion de deux noyaux d'hélium, ou particules  $\alpha$ , est elle aussi difficile car elle produit un  ${}^8\text{Be}$  qui se désintègre en deux  $\alpha$  presque immédiatement ( $\tau \sim 10^{-16}$  s). Cependant, une abondance infinitésimale de  ${}^8\text{Be}$  permet la réaction  ${}^8\text{Be} + \alpha \rightarrow {}^{12}\text{C} + \gamma$ . Ces deux réactions forment la réaction effective appelée  $3\alpha$  car son résultat net est la fusion de trois noyaux d'hélium en un noyau de carbone. Initialement les physiciens nucléaires ignoraient que cette réaction était résonnante aux températures des cœurs stellaires et leurs calculs donnaient des taux de réactions beaucoup trop faibles. C'est Hoyle au début des années 1950 qui comprit que le noyau de carbone devait avoir un niveau d'énergie résonnant proche de l'énergie de trois particules  $\alpha$ . Cette prédiction de motivation astrophysique fut confirmée expérimentalement par Fowler. Notons que dans le cas des étoiles de faible masse, l'allumage de la réaction  $3\alpha$  se fait dans un cœur partiellement dégénéré. La pression ne s'ajuste alors pas très bien à l'augmentation de

température et les réactions s'emballent, c'est le flash de l'hélium. Cependant avec l'élévation de la température, la dégénérescence est progressivement levée et les réactions finissent par être auto-régulées de nouveau. Dans la phase de géante rouge, l'hélium est progressivement brûlé par la réaction  $3\alpha$  pour former du carbone et de l'oxygène. Lorsque le combustible s'épuise, comme à la fin de la séquence principale, deux possibilités existent : les étoiles moins massives atteignent la dégénérescence sans amorcer la fusion du carbone, finissant en naine blanche de carbone et d'oxygène, alors que les plus massives ( $M > 8 M_{\odot}$ ) entrent dans l'étape suivante de combustion du carbone.

Ensuite dans les stades avancés, l'étoile évolue par étapes successives où le cœur se contracte avec une augmentation de sa température. Chaque étape correspond à la fusion d'éléments de numéro atomique de plus en plus élevé. L'étoile acquiert une structure en pelures d'oignon, avec les noyaux les plus lourds au centre. Ces phases avancées sont aussi caractérisées par des éjections importantes de matière dues à des luminosités très élevées. Lorsque les couches externes sont éjectées, le rayon diminue, la température de surface augmente et on passe de géante rouge à géante bleue. Suivant sa masse, l'étoile peut finir par atteindre la dégénérescence des électrons et produire une naine blanche d'éléments lourds : Oxygène, Néon et Magnésium (O-Ne-Mg). Mais si la température passe le dernier seuil de fusion du silicium, les réactions produiront un cœur de fer. Le noyau de fer possède l'énergie de liaison par nucléon la plus élevée et toute réaction nucléaire avec le fer est endothermique. Le cœur de l'étoile ne pouvant plus produire d'énergie nucléaire, il se contracte jusqu'à atteindre le seuil de capture électronique, lesquelles entraînent son effondrement. Ce dernier libère  $\sim 10^{53}$  erg d'énergie gravitationnelle en  $\sim 0,2$  s, donnant lieu à une explosion en supernova à effondrement de cœur.

### Stades ultimes : objets compacts

Le paramètre principal déterminant le destin d'une étoile est sa masse. Les plus petites ayant une masse suffisante pour initier la fusion de l'hydrogène mais insuffisante pour ensuite atteindre le seuil de la réaction triple- $\alpha$ , vont continuer à se contracter jusqu'à des densités telles que le gradient de pression des électrons dégénérés soit suffisant pour s'opposer à la gravitation. L'étoile a atteint alors un état final, appelé naine blanche. Ensuite, les étoiles un peu plus massives vont enclencher la combustion de l'hélium et produire un mélange de carbone et d'oxygène. De la même façon si elles ne sont pas assez massives pour passer le seuil de fusion du carbone elle finiront leur vie en naine blanche de carbone-oxygène. De la même façon, la gamme suivante de masse donne des naines blanche O-Ne-Mg. Ce sont les trois destins possibles pour les étoiles les moins massives ( $M < 8 M_{\odot}$ ). La structure d'une naine blanche est soutenue par la pression de dégénérescence des électrons. Cette équation d'état a des propriétés très particulières. Notamment, contrairement à une étoile de la séquence principale soutenue par la pression thermique du gaz, plus une naine blanche est massive et plus elle est dense et compacte. Et surtout il existe une masse maximale pour tout objet soutenu par la pression de dégénérescence des électrons (voir partie 1.2.2). Cette masse critique est connue sous le nom de masse de Chandrasekhar ( $M_{ch} \sim 1,4 M_{\odot}$ ).

Au delà de  $M = 8 M_{\odot}$ , les masses sont suffisantes pour permettre la fusion du silicium et créer un cœur de fer. Comme à ce stade les réactions nucléaires sont endothermiques, il se contracte



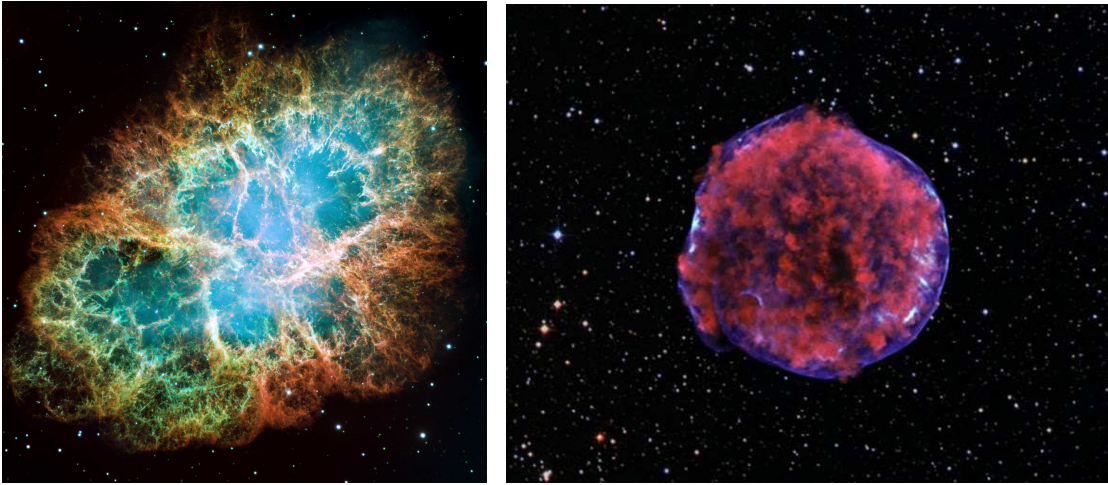


FIGURE 1 – **A gauche** : Nébuleuse du crabe, qui est le reste d'une supernova à effondrement de cœur et qui abrite en son cœur un pulsar. Cette étoile à neutron est le reste compact du cœur de l'étoile qui a explosé en supernova. **A droite** : Reste de la supernovæ de Tycho, qui fut une supernova thermonucléaire.

jusqu'à n'être plus soutenu que par la pression des électrons dégénérés. Mais cette pression ne peut pas soutenir plus d'une masse de Chandrasekhar. Or ce cœur reste entouré par une zone de combustion du silicium, dont les produits de combustion viennent graduellement augmenter sa masse, jusqu'à atteindre la masse de Chandrasekhar. A ce stade, l'effondrement est inévitable et la gravité reprend son travail de compression. Lorsque la densité atteint des valeurs de l'ordre de  $10^{11} - 10^{12} \text{ g cm}^{-3}$ , le processus de neutronisation commence. En effet, l'énergie de Fermi est alors suffisante pour rendre énergétiquement favorable la formation d'un neutron à partir d'un proton et d'un électron. Le neutron étant plus massif que le proton d'environ un MeV, ceci est vrai lorsque l'énergie de Fermi plus l'énergie de masse de l'électron de 0,511 MeV dépasse 1 MeV. D'autre part, la désintégration  $\beta$  inverse ( $p + e^- \rightarrow n + \nu_e$ ) n'est plus contrebalancée par la désintégration  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ , car l'électron produit aurait une énergie en dessous de l'énergie de Fermi. Or tous ces états sont déjà occupés dans un gaz dégénéré. La réaction inverse étant impossible, le cœur se neutronise. Si la masse n'est pas trop grande, un rayon d'équilibre est atteint où l'interaction forte s'oppose au poids : une étoile à neutron est née. Du fait de la conservation du flux magnétique et de la rotation, ces astres sont généralement très magnétisés et en rotation rapide : ce sont les pulsars. On les découvre dans les restes de supernovæ, ce qui prouve que leur naissance est associée à ces événements. Par exemple, sur la figure 1(a), un pulsar se trouve au centre de la Nébuleuse du Crabe, qui correspond au reste d'une supernova. En effet, lors de la transition du cœur de fer de plusieurs milliers de kilomètres à une proto-étoile à neutron de 40 kilomètres, les couches externes de l'étoile n'ont pas eu le temps de réagir et commencent à tomber vers le centre. Lorsque le reste de l'étoile en effondrement percute l'étoile à neutrons nouvellement formée, un rebond se produit et l'enveloppe est, en principe, expulsée : l'étoile explose en supernova. L'énergie libérée lors de cet événement est colossale et même si la majeure partie est rayonnée sous forme de neutrinos, il nous apparaît comme l'un des événement

les plus lumineux dans l'univers. Si la masse du cœur de fer est trop élevée, l'interaction forte elle-même ne peut s'opposer à la gravité et rien n'arrête l'effondrement, conduisant à la formation d'un trou noir.

Ainsi selon leur masse, le destin final d'une étoile seule est soit une naine blanche, soutenue par la dégénérescence des électrons, soit une étoile à neutron soutenue par l'interaction forte ou soit un trou noir pour les plus massives. La délimitation entre trous noirs et étoile à neutron est encore incertaine, mais lors de la formation de ces astres les plus denses dans l'Univers, l'étoile explose dans une débauche d'énergie telle que l'explosion d'une étoile peut devenir pendant quelques jours aussi brillante que la galaxie qui l'accueille, comme on le voit sur la figure 2(a).

### Novae et supernovæ

Ces explosions sont extrêmement énergétiques et visibles à des distances considérables. Lorsqu'elles ont lieu dans notre galaxie, elles peuvent être visibles à l'œil nu. Ainsi, pendant la Renaissance, certains astronomes purent étudier de manière précise ces événements. Ainsi, en 1572, la supernova de Tycho (SN 1572) explosa dans la constellation de Cassiopée. Elle porte ce nom en l'honneur de Tycho Brahe, qui en fut un des observateurs les plus assidus. Elle joua un rôle essentiel dans l'histoire des sciences car elle fut utilisée par Tycho Brahe pour réfuter le dogme aristotélicien de l'immuabilité des cieux. En 1604, la supernova de Kepler (SN 1604) explosa dans la constellation d'Ophiuchus. C'est la dernière supernova historique s'étant produite dans notre Galaxie et ayant été effectivement observée. Johannes Kepler décrivit cette nouvelle étoile ou *stella nova* dans son livre *De Stella Nova*, publié en 1606. Le terme nova fut par la suite utilisé pour décrire l'apparition temporaire d'astres nouveaux. Mais dans les années 1930 on se rendit compte que ces phénomènes de novae comprenaient deux classes distinctes, car certaines étaient extra-galactiques et donc nettement plus énergétiques (Lundmark, 1920). Ce furent cependant Baade et Zwicky (1934) qui les premiers établirent une distinction claire entre les novae classiques et les extragalactiques, appelées super-novae. Le terme de nova correspondant aux explosions galactiques, qui résultent de la combustion thermonucléaire explosive d'une couche d'hydrogène à la surface d'une naine blanche. Ensuite, l'observation se développant et notamment la spectroscopie, il apparut différentes classes de supernovæ. Minkowski (1940) proposa alors de classer les supernovæ selon leur spectre en deux catégories : le type I et II (avec des sous types Ia, Ib et Ic ajoutés plus tard) :

- **Type I** : absence de H
  - Ia : présence de  $^{28}\text{Si}$
  - Ib : absence de  $^{28}\text{Si}$ , présence de  $^4\text{He}$
  - Ic : absence de  $^{28}\text{Si}$  et de  $^4\text{He}$
- **Type II** : présence de H

Cependant cette classification est fondée sur les observations, et on ne savait pas si ces classes reflétaient un mécanisme d'explosion différent. Zwicky (1938) proposa un scénario, où ce serait l'effondrement du cœur de fer en une étoile à neutron qui libérerait une énergie gravitationnelle colossale ( $\sim 10^{53}$  erg), capable de fournir une énergie suffisante pour ces supernovæ galactique. Pendant longtemps ce fut la seule explication. Hoyle et Fowler (1960) furent les premiers à découvrir que la combustion thermonucléaire dans un cœur dégénéré pouvait déclencher une

explosion et potentiellement détruire l'étoile. Ce mécanisme correspond en fait au type Ia, alors que tous les autres types correspondent au scénario d'effondrement. Il est intéressant de noter que l'échantillon de supernovæ utilisé par Zwicky pour son scénario d'effondrement, contenait en fait une majorité de supernovæ thermonucléaires. Parmi les SNe à effondrement de cœur, le type II correspond à un effondrement durant la phase de géante, lorsque l'étoile n'a pas encore expulsé ses enveloppes d'hélium et d'hydrogène. Ce qui explique leur présence dans les spectres. Les deux types restant Ib et Ic correspondent à l'effondrement du cœur d'étoiles évoluées ayant expulsé leurs enveloppes. Ces étoiles sont connues sous le nom de Wolf-Rayet. Ce sont des étoiles très massives,  $M > 40 M_{\odot}$ , qui ont développé des vents suffisamment forts pour expulser rapidement leur enveloppe. Les progéniteurs du type Ib n'ont expulsé que la couche d'hydrogène, tandis que les progéniteurs du type Ic ont aussi éjecté l'enveloppe d'hélium.

### Supernovæ et systèmes binaires

Pour le moment nous n'avons discuté que du destin d'une étoile isolée, or la majorité des étoiles se forment en couple dans un système binaire. Dans ce cas, leur évolution respective est plus ou moins influencée par leur compagnon. L'effet le plus important est sur l'enveloppe qui est peu liée gravitationnellement au reste de l'étoile, notamment lors des phases de géante. Lors de ces étapes, l'interaction avec le compagnon peut aider à expulser l'enveloppe soit en la dispersant si le transfert est instable, soit en l'accrétant si le transfert est stable. Cette propriété est importante pour certains type de supernovæ. En effet les étoile de type Wolf-Rayet sont trop peu fréquentes par rapport aux SNe de type Ib/c pour pouvoir en être les seuls progéniteurs. Une alternative serait que l'enveloppe soit arrachée lors de l'évolution d'un système binaire. Mais il est encore plus crucial pour le type Ia d'avoir un compagnon. En effet une naine blanche est inconditionnellement stable : isolée elle ne pourra jamais ré-initier la combustion thermonucléaire en son cœur. Le scénario de supernova thermonucléaire nécessite l'interaction d'un compagnon pour réchauffer d'une façon ou d'une autre le cœur d'une naine blanche et ainsi rallumer les réactions thermonucléaires.

### Intérêt des supernovæ thermonucléaires

Ces supernovæ sont importantes pour l'évolution galactique. Tout d'abord en tant que source importante de métaux. En effet, elles explosent entièrement, relâchant dans leur environnement plus d'une masse solaire composée principalement de silicium, nickel et cobalt. Ces éléments sont ensuite incorporé dans la génération suivante d'étoiles et le cycle est bouclé, mais avec une métallicité plus importante. Un autre aspect important est l'énergie cinétique injectée dans le milieu interstellaire par les éjecta. En effet, ils peuvent être une source de la turbulence du milieu interstellaire.

Un autre intérêt de ces supernovæ est qu'elles ont une luminosité très homogène d'un événement à l'autre. Cette propriété, discutée dans le chapitre suivant, vient du fait que l'énergie libérée correspond à la combustion d'une naine blanche, dont la masse varie entre sa masse à la naissance ( $\sim 0,6 M_{\odot}$ ) et la masse de Chandrasekhar. Comme elles sont en plus visibles sur des distances cosmologiques, elles font de bons indicateurs de distance. Cela permet de sonder la

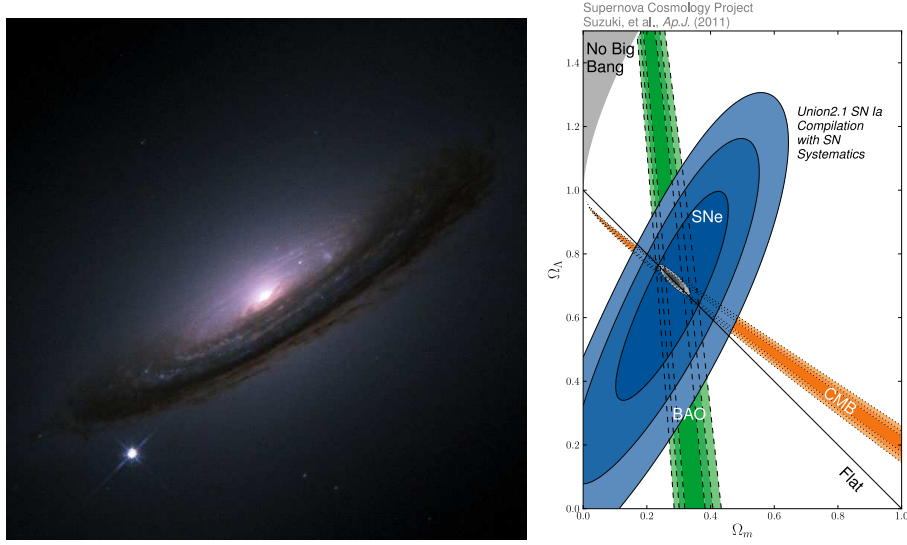


FIGURE 2 – **A gauche** : Supernova 1994D dans la galaxie NGC 4526. Cette supernova thermonucléaire fut aussi lumineuse que sa galaxie hôte (crédit : High-Z Supernova Search Team). **A droite** : Contraintes du modèle  $\Lambda$ CDM dans le plan  $(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$  à partir des BAO (Baryonic Acoustic Oscillations) du fond diffus cosmologiques (CMB) et d'une compilation de 580 SNe *Suzuki et al. (2012)*. La contrainte des supernovæ est complémentaire aux autres, permettant de contraindre efficacement les paramètres.

structure de l'Univers et de contraindre sa cosmologie, comme la montre la figure 2(b). Notamment les supernovæ ont permis de mettre en évidence l'accélération de l'expansion de l'Univers, découverte récompensée par le prix Nobel de physique en 2011. La mesure de la constante de Hubble à l'aide des SNe Ia donne (*Riess et al., 2009*) :

$$H_0 = 74,2 \pm 3,4 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1},$$

estimation différente de celle de la mission Planck :  $H_0 = 67,3 \pm 1,2 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ .

Enfin, c'est un laboratoire extrêmement riche pour des physiques complexes, mais pas complètement exotiques, notamment les aspects liés à la matière dense : équation d'état dégénérée, conduction électronique et écrantage coulombien des réactions thermonucléaires. Mais surtout, la très large gamme d'échelles spatiales (nombre de Reynolds de  $Re = 10^{14}$ ) permet le développement, entre l'échelle intégrale de quelques dizaine de kilomètres et l'échelle de la flamme de quelques centimètres, de toute la complexité et la richesse de la combustion turbulente, avec des régimes impossibles à explorer sur Terre. Enfin, cette disparité des échelles en jeux, fait que la modélisation directe, par des simulation DNS (*Direct Numerical Simulations*), reste et le restera pour bon nombre d'années, totalement impossible. Or, cette complexité est au cœur des supernovæ, ce qui en fait un objet extrêmement intéressant à étudier et dont la modélisation reste très difficile.

Toutes ces raisons font qu'il est à la fois utile et intéressant d'étudier ces supernovæ, même si elles semblent bien caractérisées par l'observation.

## Résumé

Cette thèse, organisée en quatre grandes parties, se propose d'étudier ces objets astrophysiques et plus précisément la physique du mécanisme de transition déflagration-détonation, qui est nécessaire pour certains modèles. Une première partie présente le contexte général des SNe Ia, ainsi que les propriétés spécifiques qui en font des objets importants pour l'astrophysique. Ces observations caractéristiques permettent de déduire la nature du progéniteur : une naine blanche de carbone et d'oxygène dont l'explosion thermonucléaire correspond à la supernova.

Une deuxième partie décrit les différents modèles de supernovae : les scénarios d'accrétion jusqu'à la masse critique de Chandrasekhar, de détonation double et de coalescence de deux naines blanches. Une naine blanche isolée étant stable, l'allumage de la combustion nécessite l'interaction avec un compagnon. Ainsi, les différents chemins évolutifs des systèmes binaires menant à une SN Ia sont décrits pour chacun de ces modèles. Enfin, même si les progéniteurs n'ont jamais pu être clairement identifiés, des contraintes statistiques peuvent contraindre le scénario majoritaire. A ce jour, le modèle le plus populaire est celui de l'explosion d'une naine blanche (NB) de carbone et d'oxygène arrivée au seuil d'instabilité : la masse de Chandrasekhar. La contraction de l'étoile qui s'en suit relance la combustion sous la forme d'une déflagration (mode de propagation subsonique) qui transiterait ensuite en une détonation (mode supersonique). Ce scénario de détonation retardée repose sur un mécanisme physique de Transition Déflagration-Détonation encore très mal compris, qui est l'objet de cette thèse.

Une troisième partie décrit la physique de la propagation des fronts de combustion, qui n'autorise que deux modes : la déflagration subsonique ou la détonation supersonique propagée par un choc. En premier lieu, les ingrédients physiques utilisés pour nos simulations sont présentés, puis les propriétés des fronts plans, dégagées des relations de Hugoniot, permettent de valider les simulations de détonations réalisées avec le code ASTROLABE. Enfin, concernant le deuxième mode de propagation, la déflagration, un autre ingrédient physique nécessaire est ajouté : le transfert thermique par conduction électronique et par rayonnement. Ces éléments sont utilisés ensuite dans ASTROLABE pour étudier ces flammes thermonucléaires. Ces études dans le milieu dégénéré et magnétisé de l'intérieur d'une naine blanche ont apporté des résultats nouveaux présentés dans la fin de ce chapitre.

Enfin la dernière partie présente nos résultats concernant le nouveau mécanisme de TDD que nous avons proposé. Les modèles actuels de détonation à retard peuvent reproduire les observations en paramétrant correctement l'ignition de la détonation. Tous ces modèles se basent sur le mécanisme des gradients de temps d'induction proposé par Zel'dovich dans les années 70. Cependant, les échelles caractéristiques de l'ignition n'étant pas résolues (et ce de plusieurs ordres de grandeurs), ces simulations ne peuvent expliquer à elles seules la TDD, phénomène mal compris, même sur Terre, lorsqu'il s'agit de milieux non-confinés. D'autre part, ce mécanisme requiert des niveaux de turbulence très importants, qui imposent des conditions probablement trop restrictives. C'est dans ce contexte que nous avons proposé et développé un nouveau mécanisme pour cette transition : le chauffage acoustique de l'enveloppe du progéniteur pré-supernova. Un premier modèle simplifié, en géométrie plane, permet de mettre en évidence l'amplification de petites ondes acoustiques (générés par une flamme turbulente) dans un gradient de densité similaire à ceux d'une NB. Selon la fréquence et l'amplitude des perturbations initiales, cette amplifica-

tion peut aller jusqu'à la formation d'un choc suffisamment fort pour initier une détonation. Ensuite, ce mécanisme est utilisé en géométrie sphérique dans le cadre plus réaliste d'une NB en expansion de par la phase initiale de déflagration. Une étude paramétrique montre la validité de notre mécanisme sur une gamme raisonnable de fréquences et d'amplitudes acoustiques.

Finalement, quelques simulations 2D MHD et 3D, cherchant une source de perturbations acoustiques, sont présentées pour démontrer le caractère réaliste de notre nouveau mécanisme de TDD.

## Bibliographie

- W. BAADE et F. ZWICKY : Remarks on Super-Novae and Cosmic Rays. *Physical Review*, 46:76–77, juillet 1934.
- F. HOYLE et W. A. FOWLER : Nucleosynthesis in Supernovae. *ApJ*, 132:565, novembre 1960.
- K. LUNDMARK : The relations of the globular clusters and spiral nebulae to the stellar system - An attempt to estimate their parallaxes. *Kungl. Svenska Vetenskapsakademiens Handlingar*, 60:1–78, 1920.
- R. MINKOWSKI : Spectra of the Supernova in NGC 4725. *PASP*, 52:206, juin 1940.
- A. G. RIESS, L. MACRI, S. CASERTANO, M. SOSEY et AL. : A Redetermination of the Hubble Constant with the Hubble Space Telescope from a Differential Distance Ladder. *ApJ*, 699:539–563, juillet 2009.
- N. SUZUKI, D. RUBIN, C. LIDMAN, G. ALDERING et AL. : The Hubble Space Telescope Cluster Supernova Survey. V. Improving the Dark-energy Constraints above  $z > 1$  and Building an Early-type-hosted Supernova Sample. *ApJ*, 746:85, février 2012.
- F. ZWICKY : On Collapsed Neutron Stars. *ApJ*, 88:522–525, novembre 1938.



# Contexte des supernovae thermonucléaires

---

## Sommaire

<b>1.1 Propriétés générales</b>	<b>19</b>
1.1.1 Courbes de lumière	20
1.1.2 Spectres	21
1.1.3 Supernovae anormales	22
1.1.4 Premières conséquences sur le progéniteur	23
<b>1.2 Naine blanche de carbone-oxygène</b>	<b>25</b>
1.2.1 L'équation d'état	25
1.2.2 Structure des naines blanches	35
1.2.3 Physique de l'ignition	39

---

## 1.1 Propriétés générales

Cette classe de supernova, est définie par deux caractéristiques spectroscopiques : l'absence de raie d'absorption de l'hydrogène et des raies du silicium fortement présentes dans les spectres peu après l'explosion et jusqu'au maximum de luminosité. Il est rapidement apparu que ces supernovae avaient la même luminosité maximale avec assez peu de dispersion, des courbes de lumières très proches (voir figure 1.1) et qu'elles présentaient des spectres très similaires. [Zwicky \(1939\)](#) et [Wilson \(1939\)](#) furent les premiers à suggérer d'utiliser cette propriété des supernovae de type Ia pour en faire des indicateurs de distance. En effet, elles sont extrêmement lumineuses et permettent notamment de mesurer des distances cosmologiques. C'est en utilisant cette propriété que [Riess \*et al.\* \(1998\)](#); [Schmidt \*et al.\* \(1998\)](#); [Perlmutter \*et al.\* \(1999\)](#) ont mis en évidence l'accélération de l'expansion de l'univers, découverte qui fut récompensée par le prix Nobel de physique en 2011. Cette utilisation pour la cosmologie a suscité un vif intérêt, tant théorique qu'observationnel, pour l'étude de ces supernovae. Ainsi on dispose de nombreuses informations observationnelles pour contraindre les modèles. Cependant la détection de ces événements transitoires se fait souvent près du maximum de luminosité. Or ce maximum est atteint environ 20 jours après l'explosion ([Hillebrandt et Niemeyer, 2000](#)) et l'évolution durant l'explosion et, à fortiori, du progéniteur reste très mal caractérisée. Notamment aucun progéniteur n'a jamais été identifié pour une supernova de type Ia. Heureusement les nombreuses observations de courbes



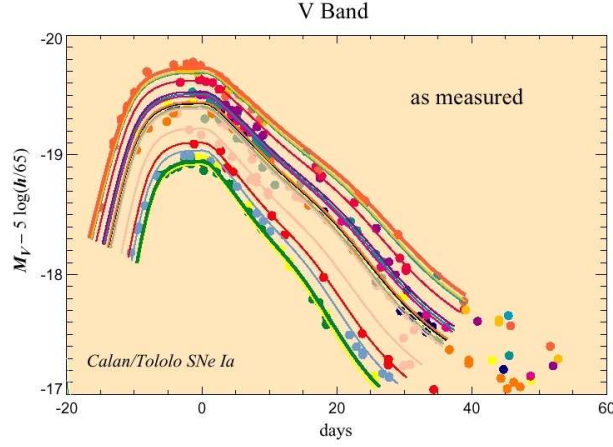


FIGURE 1.1 – Courbes de lumières non corrigées, qui représentent la luminosité de l’explosion en fonction du jour d’observation compté à partir du maximum de luminosité. On note l’homogénéité de toutes ces courbes et la faible dispersion entre les plus et les moins lumineuses. On observe aussi la corrélation entre la luminosité maximale et le taux de décroissance après le maximum : les explosion plus lumineuses ont une pente plus faible que les explosion moins lumineuses.

de lumière et de spectres donnent de nombreuses indications sur le mécanisme d’explosion et permettent ainsi de contraindre les progéniteurs et le scénario d’explosion.

### 1.1.1 Courbes de lumière

Historiquement les supernovae de type Ia ont été très importantes pour la remarquable homogénéité de leur courbe de lumière. En effet les premières suggestions que les faibles inhomogénéités, visibles sur la figure 1.1, étaient en fait fortement corrélées (Branch, 1981) sont maintenant clairement confirmées. Branch (1998) a montré que la majorité des supernovae de type Ia se regroupe dans une famille à un seul paramètre, qui est la puissance de l’explosion. Une explosion plus faible est ainsi moins lumineuse, plus rouge, a une courbe de lumière déclinant plus rapidement et des éjecta en expansion plus lente qu’un événement plus énergétique. La corrélation entre le maximum de luminosité et son taux de décroissance est la plus marquée. Phillips (1993) mesure ce taux par la variation de magnitude dans la bande B quinze jours après le maximum, notée  $\Delta m_{15}(B)$ . Phillips a proposé une première relation linéaire entre ces deux grandeurs :

$$M_{max}(B) = -21,7 + 2,70 \Delta m_{15}(B), \quad (1.1)$$

permettant ainsi d’estimer la luminosité maximale intrinsèque à partir de la mesure observationnelle de  $\Delta m_{15}(B)$ . Cette relation avait une dispersion  $\sigma = 0,36$ . Ainsi Phillips *et al.* (1999) ont amélioré cette relation en incluant un terme quadratique. La dispersion est alors réduite à  $\sigma = 0,11$ . Cet ajustement est appelé relation de Phillips et permet de corriger les luminosités observées pour connaître la magnitude intrinsèque de l’explosion. Grâce à cette procédure de

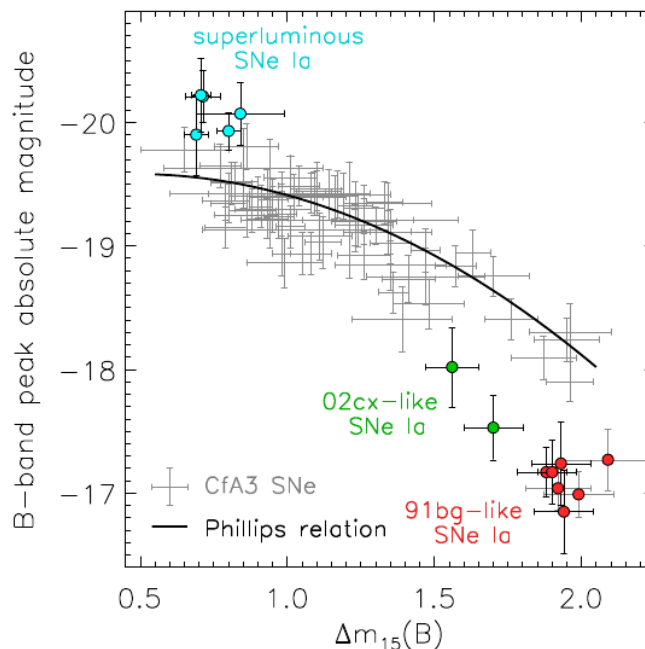


FIGURE 1.2 – Homogénéité et diversité des supernovae : chaque supernova de *Hicken et al. (2009)* est représentée dans le plan Magnitude absolue en bande B -  $\Delta m_{15}(B)$  une fois corrigée par la relation de Phillips (*Phillips et al., 1999*). Cette dernière correspondant à la ligne noire. La dispersion des explosions corrigées est alors de  $\sigma = 0,11$ . Des supernovae (en bleu, vert et rouge) sont considérées comme anormales lorsqu'elles présentent des signatures spectroscopiques et photométriques nettement différentes. Ces SNe ne sont pas utilisables comme chandelles standardisables car elles dévient nettement de la relation de Philipps.

correction, les SNe Ia se sont révélées être de bonnes chandelles standardisables, ce qui fut un ingrédient central des études cosmologiques de *Riess et al. (1998)*; *Schmidt et al. (1998)* et *Perlmutter et al. (1999)*.

### 1.1.2 Spectres

Les spectres sont une source très utile d'information. Leur évolution avec le temps permet de caractériser à la fois la nucléosynthèse, la stratification des éjecta et leur vitesse, notamment grâce à la spectrotomographie (figure 1.3). Cette méthode utilise l'évolution temporelle des spectres pour sonder différentes profondeurs à différents instants. En effet, avec l'expansion de la supernova, la photosphère, zone de profondeur optique  $\tau = 1$  où se forme le spectre observé, rentre de plus en plus profondément dans les éjecta, sondant des régions différentes. Initialement on observe les raies d'absorption quand le cœur est optiquement épais ( $\tau > 1$ ), puis dans les phases tardives, dites nébulaires, on observe les raies d'émission. Près du maximum de luminosité, les spectres des SNe Ia contiennent des raies d'absorption du silicium, du calcium, du magnésium, du soufre et de l'oxygène, neutres ou ionisés une fois. Cela indique la présence

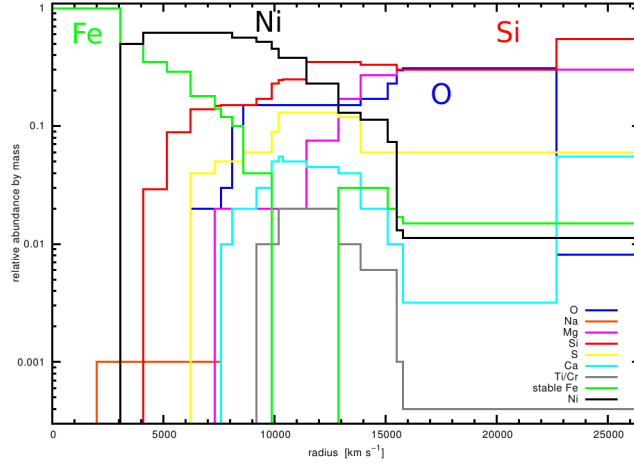


FIGURE 1.3 – Spectrotomographie d’une SN Ia, permettant de déduire la stratification, la composition et la vitesse des éjecta. On y observe la stratification typique du supernova thermonucléaire avec un cœur de  $^{52}\text{Fe}$  et de  $^{56}\text{Ni}$  entouré d’une couche d’éléments de masse intermédiaire ( $^{28}\text{Si}$ ,  $^{24}\text{Mg}$ ,  $^{32}\text{S}$ ) plus de l’oxygène non-brûlé. Figure tirée de *Hachinger et al. (2012)*

d’éléments de masse intermédiaire dans les couches externes. Deux semaines après le maximum, la photosphère atteint les zones les plus internes, où l’apparition des raies du fer indique des éjecta riche en fer vers le centre. Cette stratification des éjecta, typique des SNe Ia, est représentée sur le figure 1.3. Enfin un mois après le maximum, dans la phase nébulaire, l’émission dominante est celle du fer et du cobalt. Puis l’évolution relative de l’intensité d’émission de ces éléments, indique que cette partie de la courbe de lumière est générée par la désintégration du  $^{56}\text{Co}$  en  $^{56}\text{Fe}$  (*Truran et al., 1967*). Enfin la spectropolarimétrie permet de tester la géométrie des éjecta. Une asymétrie globale des éjecta induit une polarisation non-circulaire du rayonnement. Or la majorité des supernovae Ia présente une polarisation très faible ( $< 0,3\%$ ), ce qui indique des explosions très sphériques (*Wang et Wheeler, 2008*). On voit bien la différence sur la figure 1, où, à gauche, est représenté un reste de supernova de type II et à droite celui d’une SN Ia, qui est beaucoup plus sphérique.

### 1.1.3 Supernovae anormales

Cependant de plus en plus de supernovae observées sont anormales, présentant des caractéristiques spectrales ou photométriques qui en font des sous-classes distinctes. Selon *Li et al. (2000)*, la fraction de SNe anormales pourrait s’élever à 30%. Ces explosions sont soit super-lumineuses, telles que SN 1991T ou sous-lumineuses comme SN 1991bg ou SN 2002cx. Ces trois classes de supernovae sont représentées sur le figure 1.2 en cyan, rouge et vert respectivement. SN 1991bg représente une sous-classe très peu lumineuse (une magnitude moins lumineuse que la relation de Phillips). Cette classe n’a pas de second maximum en infrarouge, ne produit que peu de fer, et une masse très faible de  $^{56}\text{Ni}$  ( $\sim 0,07 M_{\odot}$ ). Elle représente environ 15% des SNe Ia. Une autre classe d’événements sous-lumineux, rassemble les explosions similaires à SN 2002 cx.

Cette classe non-plus n'a pas de second maximum en infrarouge, par contre elle produit plus de  $^{56}\text{Ni}$  ( $\sim 0,2 M_{\odot}$ ). Sa particularité cependant est le mélange important de ses éjecta. Cette classe représente 5% des SNe. Enfin les événements super-lumineux de type 1991T représentent 10% des SNe Ia et sont plus lumineux d'une magnitude que les SNe normales. Leur spectre montre initialement des raies du fer au lieu des raies classiques du silicium ou du calcium. De plus, selon [Kamiya et al. \(2012\)](#), si leur luminosité provient uniquement de la désintégration du  $^{56}\text{Ni}$ , alors la masse nécessaire serait de 1,5 ou 1,8  $M_{\odot}$ , dépassant la masse maximale possible pour une naine blanche (La masse de Chandrasekhar, voir la partie [1.2.2.1](#)). Ainsi ces SNe anormales incitent à plus d'études théoriques pour comprendre et expliquer leurs différences et s'assurer qu'elles ne polluent pas les mesures cosmologiques.

#### 1.1.4 Premières conséquences sur le progéniteur

Toutes ces observations permettent de contraindre fortement le scénario d'explosion d'une supernova thermonucléaire. Il semble en effet acquis que ces supernovae résultent de l'explosion thermonucléaire d'une naine blanche de carbone-oxygène. Nous allons voir dans un premier temps pourquoi et ensuite nous énoncerons toutes les questions qui restent sans réponse quant au système progéniteur et au mécanisme physique de l'explosion.

##### 1.1.4.1 Explosion thermonucléaire d'une naine blanche de carbone-oxygène

Après la découverte de [Hoyle et Fowler \(1960\)](#), que la combustion thermonucléaire dans un cœur dégénéré pouvait déclencher une explosion et potentiellement détruire l'étoile, ce scénario pour une naine blanche de carbone-oxygène s'imposa comme explication des SNe de type Ia. Cela pour plusieurs raisons :

1. Ce mécanisme explique l'absence d'hydrogène et d'hélium. C'est un des rares systèmes dans l'Univers à ne pas contenir ces éléments, qui sont pourtant quasiment omniprésents.
2. La combustion thermonucléaire d'un tel astre, brûle et détruit entièrement l'étoile, ne laissant aucun objet compact derrière elle. Alors que les supernovae de type II laissent un trou noir ou une étoile à neutron. Or les rémanents de supernovae de type Ia (par exemple les rémanents historiques de SN 1006, SN 1572 et SN 1604), ne présentent aucun objet compact.
3. La désintégration  $^{56}\text{Ni} \rightarrow ^{56}\text{Co} \rightarrow ^{56}\text{Fe}$  reproduit les courbes de lumière de ces supernovae ([Truran et al., 1967](#); [Colgate et McKee, 1969](#)). Or le  $^{56}\text{Ni}$  est produit en grandes quantités par la fusion de  $^{12}\text{C}$  et  $^{16}\text{O}$ .
4. L'homogénéité de cette classe s'explique, dans ce modèle, par les masses de combustible très similaires. En effet pour les supernovae normales, la gamme de luminosité s'explique par une gamme de masse de  $^{56}\text{Ni}$  synthétisée de  $0,3 - 0,9 M_{\odot}$  ([Stritzinger et al., 2006](#)). Cette gamme de masse correspond bien à la combustion d'une naine blanche dont la masse de naissance typique est de  $0,7 M_{\odot}$  et dont la masse maximale possible, la masse de Chandrasekhar, est de  $\sim 1,4 M_{\odot}$ .

5. Observées dans les galaxies elliptiques comme dans les galaxies spirales, elles ne sont pas concentrées dans les bras spiraux : ce qui indique des progéniteurs évolués, comme une naine blanche.
6. Enfin les éléments dont les raies apparaissent dans le spectre, notamment le silicium, sont des produits de la combustion de  $^{12}\text{C}$  et  $^{16}\text{O}$ .

Ainsi même si on n'a jamais pu observer les étoiles progénitrices de ces explosions, on est maintenant certains que les supernovae de type Ia résultent de la combustion thermonucléaire d'une naine blanche de carbone et d'oxygène. Notamment, SN 2011fe ayant explosé en août 2011 dans la galaxie proche M101, a été observée seulement 11 heures après l'explosion et a permis d'imposer une contrainte sur le rayon de l'astre progéniteur de  $R < 0,1 R_{\odot}$  (Nugent *et al.*, 2011). Ce rayon impose un astre compact : une naine blanche ou une étoile à neutron. Maintenant que le mécanisme d'explosion semble déterminé dans son principe de base, on appellera ces supernovae des supernovae thermonucléaires.

#### 1.1.4.2 Autres contraintes et autres questions : Mécanisme d'explosion et évolution jusqu'à l'ignition

Au delà du fait que l'explosion résulte de la combustion thermonucléaire d'une naine blanche de carbone-oxygène, le scénario est très peu contraint. Initialement, la masse de Chandrasekhar ( $M_{ch}$ ), en tant que masse maximale, était apparue comme un mécanisme robuste d'ignition. En effet, à l'approche de cette masse une naine blanche devient instable, se contracte et son cœur s'échauffe jusqu'à l'ignition. De plus, il en résulte des masses de combustible explosant très similaires ( $\sim M_{ch}$ ). Ce qui pourrait expliquer l'homogénéité des courbes de lumière. Ce sont ces arguments qui ont fait du scénario d'accrétion jusqu'à la masse critique le scénario le plus populaire. Cependant la masse de Chandrasekhar n'est qu'un seuil théorique et certains scénarios trouvent d'autres moyens d'initier la combustion et peuvent s'accommoder de masses plus faibles. Le point essentiel est de trouver un scénario capable de mener à une ignition assez violente pour détruire l'étoile. Ainsi de nombreux scénarios s'opposent sur l'évolution jusqu'à l'ignition, puis sur le mécanisme d'explosion thermonucléaire lui-même. Pour résumer, un scénario viable de supernova doit respecter les conditions suivantes :

**-Stratification des éjecta :** L'explosion doit être suffisamment énergétique et produire assez de  $^{56}\text{Ni}$ . Ensuite des éléments de masse intermédiaire, notamment  $^{28}\text{Si}$ , doivent être présents avec des vitesses importantes, le tout stratifié comme sur la figure 1.3.

**-Homogénéité et diversité :** Le modèle doit être assez robuste pour reproduire l'homogénéité des SNe normales, sans recourir à des conditions initiales ou paramétrages arbitraires. Mais il doit aussi être capable de reproduire la diversité des explosions, avec un paramètre initial qui expliquerait la diversité des explosions.

**-Taux d'occurrence des SNe Ia :** Pour allumer de nouveau la combustion thermonucléaire, la naine blanche a besoin d'interagir avec un compagnon. Ainsi seules les binaires peuvent

mener à une SN Ia et cela rajoute encore des incertitudes, car l'évolution d'un système binaire est encore mal comprise. Or un modèle de SN Ia doit pouvoir reproduire le taux d'occurrence de ces événements.

**-Corrélation avec le progéniteur :** Certaines corrélations entre SNe Ia et leur environnement se dégagent. Dans les populations d'étoiles plus vieilles, on observe des SNe Ia moins lumineuses, alors que les supernovae plus lumineuses ont tendance à se trouver préférentiellement dans les populations jeunes. C'est à dire, qu'on observe une corrélation entre le délai de l'explosion et sa luminosité (Howell *et al.* (2009)). Ainsi la puissance de l'explosion doit dépendre de l'état de la naine blanche progénitrice, pour pouvoir rendre compte des corrélations avec la population d'étoiles hôte.

Ces contraintes, que tout scénario de modélisation doit respecter, ont guidé la construction de différents modèles. On verra dans le chapitre suivant les divers scénarios capables de respecter ces contraintes.

## 1.2 Naine blanche de carbone-oxygène

Comme expliqué ci-dessus, une supernova thermonucléaire résulte de la combustion thermonucléaire du carbone et de l'oxygène dans une naine blanche. Ces astres sont extrêmement compacts, ils peuvent contenir la masse du Soleil dans une sphère de la taille de la Terre. La densité de ces étoiles en fait des astres très particuliers : ce sont des astres dégénérés où les réactions thermonucléaires se sont arrêtées. Les conditions y sont favorables à un emballement explosif des réactions thermonucléaires (Hoyle et Fowler, 1960), si un mécanisme adéquate, une allumette, peut venir rallumer le combustible. Dans cette partie, on déterminera l'équation d'état de l'intérieur d'une naine blanche, qui nous permettra d'étudier la structure de ces astres et notamment de déterminer une masse critique maximale, la masse de Chandrasekhar. Enfin on étudiera l'amorçage des réactions thermonucléaires.

### 1.2.1 L'équation d'état

Aux densités très élevées du coeur de l'astre, le plasma est dans un état très particulier. En effet les corrélations coulombiennes entre les ions du plasma y sont tellement fortes que ceux-ci forment soit un liquide pour les naine blanche de faibles masses soit même un cristal pour les plus massives. De plus la densité y est assez grande pour que les électrons soient dégénérés et relativistes. C'est à dire qu'ils sont tellement confinés, que du fait du principe d'exclusion de Pauli, leur impulsion est relativiste ( $p > m_e c$ ). La pression de dégénérescence des électrons est dominante dans une naine blanche, c'est elle qui soutient la structure face à la gravité. Cependant, ces conditions extrêmes sont celles régnant initialement dans le coeur de l'étoile, mais la combustion libère énormément d'énergie, réchauffant le plasma jusqu'à plusieurs  $10^9$  K, conditions pour lesquelles le plasma n'est plus totalement dégénéré. Ainsi, pour modéliser la combustion dans une naine blanche, il faut utiliser une équation d'état très générale, couvrant un vaste domaine de densité et de température, tenant compte de tous les composants du plasma :

- pression des électrons (gaz de fermions  $\pm$  dégénérés et  $\pm$  relativistes),
- pression de radiation à l'équilibre ( $P = \frac{1}{3}aT^4$ ),
- pression des ions (gaz parfait + corrections coulombiennes).

Dans un premier temps on s'intéressera à l'expression de l'énergie et de la pression d'un gaz d'électrons. Ensuite on verra quelles approximations seront utilisées pour décrire les autres composantes. On discutera ensuite des implications de la dégénérescence sur la température et la combustion.

### 1.2.1.1 Gaz de fermions dégénérés

Les électrons sont des fermions et ils suivent donc la statistique de Fermi-Dirac. Le nombre moyen d'occupation d'un état quantique d'énergie  $\epsilon$  s'écrit :

$$\bar{n}(\epsilon) = \frac{1}{e^{(\epsilon-\mu)/kT} + 1}, \quad (1.2)$$

où  $\mu$  est le potentiel chimique. Le nombre de particules dans un volume élémentaire de l'espace des phases,  $d\tau = dV dp_x dp_y dp_z$ , se déduit en multipliant  $\bar{n}(\epsilon)$  par  $gd\tau/h^3$ , avec  $g$  le facteur de dégénérescence ( $g = 2$  pour les électrons), puis en intégrant sur le volume. En coordonnées sphériques, on obtient :

$$dN = \frac{gV}{2\pi^2\hbar^3} \frac{p^2 dp}{e^{(\epsilon-\mu)/kT} + 1}. \quad (1.3)$$

C'est le nombre de fermions d'impulsion comprise entre  $p$  et  $p+dp$ , résultant du produit du nombre d'états d'impulsion  $p$  disponibles ( $gVp^2/2\pi^2\hbar^3$ ) par la probabilité qu'un état d'impulsion  $p$  soit occupé ( $1/e^{(\epsilon-\mu)/kT} + 1$ ). A priori, les états de grandes impulsions sont moins probables, mais comme leur nombre est beaucoup plus important, on a au final plus de particules d'impulsion élevée. L'énergie de la particule non-relativiste s'écrit  $\epsilon = p^2/2m$ , en passant de la variable  $p$  à la variable  $\epsilon$ , on se ramène à la densité volumique de particule :

$$n = \frac{gm^{3/2}}{\sqrt{2}\pi^2\hbar^3} \int_0^\infty \frac{\sqrt{\epsilon} d\epsilon}{e^{(\epsilon-\mu)/kT} + 1} = \int_0^\infty dn(\epsilon). \quad (1.4)$$

Cette relation implicite permet de déterminer numériquement le potentiel chimique  $\mu$  à partir de  $n$  et  $T$ . Connaissant  $\mu$  et  $T$ , l'énergie volumique,  $E$ , et la pression,  $P$ , du gaz sont données par les intégrales :

$$E = \int_0^\infty \epsilon dn(\epsilon) = \frac{gm^{3/2}}{\sqrt{2}\pi^2\hbar^3} \int_0^\infty \frac{\epsilon^{3/2} d\epsilon}{e^{(\epsilon-\mu)/kT} + 1} \quad (1.5)$$

$$P = \int_0^\infty \frac{1}{3} p v dn(\epsilon) = \frac{gm^{3/2}}{\sqrt{2}\pi^2\hbar^3} \int_0^\infty \frac{2}{3} \frac{\epsilon^{3/2} d\epsilon}{e^{(\epsilon-\mu)/kT} + 1} = \frac{2}{3} E. \quad (1.6)$$

On a la relation  $P = \frac{2}{3}E$  correspondant à un gaz de fermions non-relativistes, le 2 vient de la dépendance quadratique de l'énergie vis à vis de l'impulsion :  $\epsilon = p^2/2m$  et le  $\frac{1}{3}$  correspond à la dimension de l'espace. On obtient un indice adiabatique  $\gamma$  défini par  $P = (\gamma - 1)E$  de  $\gamma = \frac{5}{3}$ .

## 1.2.1.2 Fermions Relativistes

Ceci n'est valide que pour un gaz non-relativiste. En effet on a utilisé  $\epsilon = p^2/2m$ , ce qui est faux pour une particule relativiste, pour laquelle il faut utiliser la relation d'Einstein :  $\epsilon^2 = p^2c^2 + m^2c^4$ . Dans le cas général on part de l'équation 1.4, où on remplace  $\epsilon$  et  $\mu$  par les quantités  $\epsilon - mc^2$  et  $\mu - mc^2$  respectivement l'énergie cinétique et le potentiel chimique cinétique. Ensuite on passe à la variable  $\epsilon^2 = p^2c^2 + m^2c^4$ , ce qui donne :

$$dn(\epsilon) = \frac{4\pi g}{h^3} m^2 c \frac{kT}{e^{x-\eta} + 1} \left(1 + \frac{kT}{mc^2} x\right) \sqrt{\left(1 + \frac{kT}{mc^2} x\right)^2 - 1} dx, \quad (1.7)$$

où on a posé :  $x = \epsilon/kT$  et  $\eta = \mu/kT$ , le paramètre de dégénérescence. Ensuite on pose  $\beta = kT/mc^2$  le paramètre de relativité et on se ramène à :

$$dn(\epsilon) = \frac{4\pi g}{h^3} m^3 c^3 \frac{\beta}{e^{x-\eta} + 1} (1 + \beta x) \sqrt{\beta x(\beta x + 2)} dx. \quad (1.8)$$

Ce qui donne au final pour un gaz d'électron ( $g = 2$ ) :

$$n = \frac{8\pi\sqrt{2}}{h^3} m^3 c^3 \beta^{3/2} [F_{1/2}(\eta, \beta) + \beta F_{3/2}(\eta, \beta)] \quad (1.9)$$

avec l'intégrale de Fermi-Dirac :

$$F_k(\eta, \beta) = \int_0^\infty \frac{x^k \sqrt{1 + 0.5\beta x} dx}{e^{x-\eta} + 1}. \quad (1.10)$$

## 1.2.1.3 Gaz électrons - positrons

Cependant à très hautes températures, quand  $kT \sim m_e c^2$ , les collisions entre photons deviennent assez énergétiques pour créer des paires fermions anti-fermions. Pour les électrons, il faut des températures de l'ordre de  $10^{10} K$ . Dans ces conditions il faut tenir compte de la pression supplémentaire due aux positrons (Timmes et Swesty, 2000). On a l'établissement d'un équilibre pour la réaction :

$$e^+ + e^- \rightleftharpoons \gamma + \gamma. \quad (1.11)$$

Dans ce cas, les potentiels chimiques sont égaux :  $\mu_{e^+} = -\mu_{e^-}$ , car le potentiel des photons est nul. Comme on a choisi d'écrire la densité d'électrons en fonction du potentiel chimique cinétique, il faut faire de même pour le potentiel des positrons :

$$\eta_{e^+} = \frac{\mu_{e^+} - m_e c^2}{kT} = \frac{-\mu_{e^-} - m_e c^2}{kT} = -\eta_{e^-} - 2/\beta \quad (1.12)$$

Ainsi la densité de positrons s'écrit de la même façon que celle des électrons mais avec le potentiel  $\eta_{e^+}$  :

$$n_{e^+} = \frac{8\pi\sqrt{2}}{h^3} m^3 c^3 \beta^{3/2} [F_{1/2}(-\eta - 2/\beta, \beta) + \beta F_{3/2}(-\eta - 2/\beta, \beta)] \quad (1.13)$$



On remarque que quand  $kT \ll mc^2$ , le paramètre de relativité est très petit et le potentiel des positrons est très grand et négatif. Dans ce cas l'intégrale de Fermi-Dirac correspondante est nulle et on a uniquement des électrons. En revanche, quand  $kT \gg mc^2$ , les potentiels sont quasiment égaux et on a un gaz constitué à moitié d'électrons et à moitié de positrons.

#### 1.2.1.4 Cas limites

Les formules développées ci-dessus permettent de calculer le potentiel chimique des électrons, en résolvant l'équation intégrale (1.4), dans un cas tout à fait général. Mais si on suppose un gaz à température nulle, les formules se simplifient. L'équation (1.3) pour des électrons devient :  $dn(p) = p^2 dp / \pi^2 \hbar^3$  si  $p < p_F$  et  $dn(p) = 0$  sinon, où  $p_F$  est l'impulsion de Fermi. En dessous de cette impulsion tous les niveaux sont occupés au dessus aucun. Ainsi la densité d'électrons s'écrit :

$$n_e = \frac{1}{\pi^2 \hbar^3} \int_0^{p_F} p^2 dp = \int_0^{p_F} dn(p) = p_F^3 / 3\pi^2 \hbar^3$$

On en déduit que l'impulsion de Fermi vaut :  $p_F = (3\pi^2 \hbar^3 n_e)^{1/3}$ . Ensuite on compare cette impulsion à  $m_e c$  pour savoir si les électrons sont relativistes ou non. Si  $p_F \gg m_e c$ , les électrons sont ultra relativistes et on a :  $v \simeq c$  et  $\epsilon = pc$ . La pression se calcule alors par  $P = \int_0^{p_F} \frac{1}{3} pc dn(p)$  et l'énergie par  $E = \int_0^{p_F} pc dn(p)$ . A partir de l'expression de l'impulsion de Fermi, on en déduit les expressions de la pression et de l'énergie du plasma ultra-relativiste à température nulle :

$$P = \frac{1}{4} \hbar c (3\pi^2)^{1/3} n_e^{4/3} = \frac{1}{3} E. \quad (1.14)$$

On a la relation  $P = \frac{1}{3} E$  correspondant à un gaz de fermions ultra-relativistes ( $p_F \gg m_e c$ ), le 1 vient de la dépendance de l'énergie vis à vis de l'impulsion :  $\epsilon = pc$  et le  $\frac{1}{3}$  correspond encore à la dimension de l'espace. On obtient un indice adiabatique de  $\gamma = \frac{4}{3}$ , caractéristique de l'équation d'état d'un gaz ultra-relativiste. Si  $p_F \ll m_e c$  les électrons ne sont pas relativistes et  $v = p/m_e$ . Alors  $P = \int_0^{p_F} \frac{1}{3} \frac{p^2}{m_e} dn(p)$  et :

$$P = \frac{(3\pi^2 \hbar^3)^{2/3}}{5m_e} n_e^{5/3} = \frac{2}{3} E. \quad (1.15)$$

Cette approximation de température nulle est valable quand  $k_B T$  est petit devant l'énergie de Fermi, qui est l'énergie correspondant à l'impulsion de Fermi. La température telle que  $k_B T_F = \epsilon_F$  s'appelle la température de Fermi :

$$T_F = \frac{1}{k_B} \sqrt{p_F^2 c^2 + m_e^2 c^4} - m_e c^2 \quad (1.16)$$

Tant que  $T \ll T_F$ , l'approximation de température nulle est valide. La courbe bleue sur la figure 1.5 représente la température de Fermi en fonction de la densité. Ainsi, à  $\rho = 1 \times 10^6 \text{ g cm}^{-3}$  par exemple, elle vaut  $T_F = 2 \times 10^9 \text{ K}$ . Donc même si dans une naine blanche la température est initialement de l'ordre de 10 millions de degrés, elle reste inférieure à la température de Fermi et l'approximation de température nulle est valide.

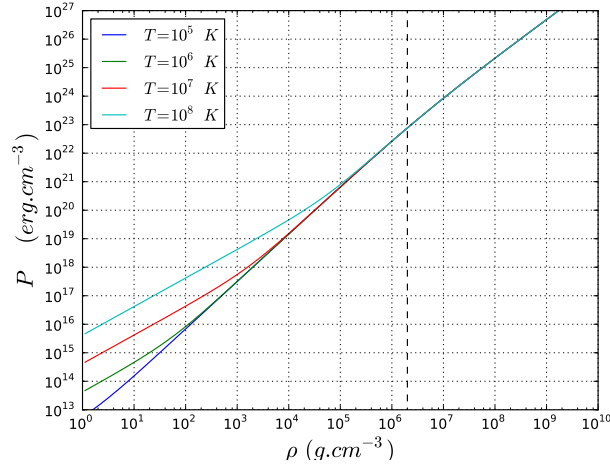


FIGURE 1.4 – Pression d'un gaz d'électrons en fonction de la densité pour 4 températures différentes. On y reconnaît le régime gaz parfait de pente 1 aux faibles densités, le régime dégénéré non-relativiste de pente 5/3 aux densités intermédiaires et le régime dégénéré ultra-relativiste aux fortes densités avec la pente 4/3. La ligne verticale représente la densité séparant ces deux régimes (équation 1.17)

Cependant dans l'enveloppe, température et densité chutent brutalement et le gaz n'est plus totalement dégénéré. Ainsi, dans les couches plus externes, où la densité diminue, le gaz passe de totalement dégénéré ultra-relativiste au centre à quasi parfait non-relativiste à la surface. On peut observer ces différents régimes sur la figure 1.4. Pour la courbe correspondant à une température de  $10^6$  K, la limite de dégénérescence se situe vers  $100 \text{ g cm}^{-3}$ . Ensuite la limite du régime relativiste est atteinte quand  $p_F \simeq mc$ . On trouve, indépendamment de la température, pour une composition équi-masse de carbone-oxygène :

$$\rho_r \simeq \frac{\mu m_p m_e^3 c^3}{3\pi^2 \hbar^3} \simeq 2 \times 10^6 \text{ g cm}^{-3}. \quad (1.17)$$

Cette densité, représentée sur la figure 1.4 par la ligne pointillée verticale, marque la transition du régime non-relativiste au régime ultra-relativiste. Cela se traduit par une pente, qui passe de 5/3 pour les électrons non-relativistes à 4/3 pour les ultra-relativistes.

### 1.2.1.5 Autres contributions

La contribution principale vient des électrons dont l'équation d'état vient d'être décrite. Il faut y ajouter les composantes radiatives et ioniques.

**Gaz de photons :** Il peut être important à haute température et notamment, on le verra, dans les zones chaudes suivant la combustion. Il est pris à l'équilibre thermodynamique local et correspond au rayonnement du corps noir à la température  $T$ . Sa pression est donc simplement :  $P_{rad} = \frac{1}{3}aT^4$ , avec  $a = 7,566 \times 10^{-15} \text{ erg cm}^{-3} \text{ K}^{-4}$  la constante de Stefan.

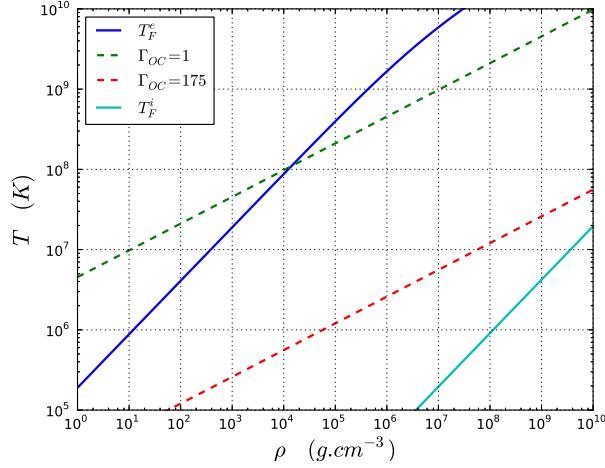


FIGURE 1.5 – Différents paramètres du plasma en fonction de la densité : la température de Fermi des électrons :  $T_F^{e-}$ , des ions :  $T_F^{i+}$  et les lignes de fusion et de cristallisation où le paramètre coulombien vaut respectivement  $\Gamma_{CO} = 1$  et  $\Gamma_{CO} = 175$ .

**Gaz parfait d'ions :** Comme la température de Fermi est inversement proportionnelle à la masse des particules (dans le cas non-relativiste :  $T_F = \frac{1}{k_B} \frac{p_F^2}{2m_p}$ ), la dégénérescence des protons aura lieu à des températures 1000 fois plus faibles pour des électrons. La figure 1.5 représente les températures de Fermi des électrons, en bleu foncé, et des ions, en magenta, en fonction de la densité. Nous considérerons donc que le gaz d'ions est un gaz parfait, dont la pression s'écrit :  $P_i = n_i k_B T$ .

**Corrections coulombiennes :** Cependant, pour les densités du coeur des naines blanches, les interactions électrostatiques entre ions et électrons commencent à être importante. Pour mesurer leur importance, on compare l'énergie d'interaction électrostatique à l'énergie thermique :

$$\Gamma = \frac{Z^2 e^2}{a_i k_B T} = Z^{5/3} \Gamma_e, \quad (1.18)$$

avec  $\Gamma_e = \frac{e^2}{a_e k_B T}$  le paramètre de couplage coulombien des électrons. La séparation inter-ionique moyenne,  $a_i$ , s'écrit :  $a_i = Z^{1/3} a_e$ , avec  $a_e = (3/4\pi n_e)^{1/3}$  la distance moyenne entre électrons.  $Z^2 e^2 / a_i$  est l'énergie potentielle d'interaction de deux ions de charge  $Z$  séparés d'une distance  $a_i$ . Dans le cas d'un mélange de deux espèces ioniques, ici C et O, le paramètre de couplage devient :

$$\Gamma_{CO} = \frac{Z_C Z_O e^2}{a_{CO} k_B T}, \quad a_{CO} = \frac{(a_C + a_O)}{2} \quad (1.19)$$

Ce paramètre est le plus important pour décrire l'état des ions : lorsque  $\Gamma_{CO}$  vaut 1, les ions forment un liquide, et lorsqu'il dépasse 175 les ions cristallisent (Potekhin et Chabrier, 2000). Ces

deux limites sont représentées par des lignes pointillées sur la figure 1.5. La correction principale consiste à tenir compte de l'interaction entre chaque ions et le nuage électronique l'entourant, en supposant que les électrons sont uniformément répartis. C'est le modèle de la sphère ionique de (Salpeter, 1954). Pour l'équation d'état, ces corrections sont faibles. En revanche, elle sont plus importantes pour les réactions thermonucléaires à cause de l'effet d'écrantage (voir 3.1.2). Dans le cadre d'un plasma fortement couplé ( $\Gamma \gg 1$ ), les ions se repoussent suffisamment pour former un réseau régulier de sphère contenant un ion entouré de  $Z$  électrons. L'énergie d'interaction d'un ion et de son nuage de  $Z$  électrons en moyenne vaut :

$$W = -\left(\frac{3}{2} - \frac{3}{5}\right) \frac{Z^{5/3} e^2}{a_i} = -0,9 k_B T \Gamma \quad (1.20)$$

Ainsi l'énergie volumique d'interaction des ions avec les électrons est :

$$E_{coul} = 3P_{coul} = -n_i \frac{9Z^{5/3} e^2}{10a} = -0,9 P_i \Gamma \quad (1.21)$$

Ces interactions induisent donc des corrections de pression et d'énergie négatives. Cette expression est valable pour un plasma ne contenant qu'une espèce et lorsqu'il est fortement corrélé. Pour les plasmas peu corrélés ( $\Gamma \ll 1$ ), les interactions électrostatiques sont plus faibles, le plasma est plus homogène et la sphère qui annule la charge d'un noyau, appelée sphère de Debye est beaucoup plus grande. Il faut alors utiliser le formalisme de Debye et Hückel (1923) qui est traité dans la partie écrantage (voir 3.1.2).

Nos naines blanches sont composées pour moitié d'oxygène et moitié de carbone de plus le couplage n'est pas toujours fort. Il faut donc utiliser une expression plus générale. Yakovlev et Shalybkov (1989) donne une expression valable pour tout  $\Gamma$ , fondée sur un formalisme d'ion moyen de charge  $\bar{Z}$  :  $\Gamma = \bar{Z}^{5/3} a_e$ . Si  $\Gamma > 1$  :

$$E_{coul} = \left( -0,9 \Gamma + 0,97 \Gamma^{0,25} + \frac{0,22}{\Gamma} - 0,86 \right) P_i. \quad (1.22)$$

Cette expression tend bien vers le modèle de sphère ionique pour  $\Gamma \gg 1$ . Dans le cas  $\Gamma < 1$ , l'expression devient :

$$E_{coul} = \left( -0,28 \Gamma^{3/2} + \frac{1}{3} 0,295 \Gamma^{1,988} \right) P_i. \quad (1.23)$$

Aux petits  $\Gamma$ , le terme dominant :  $\Gamma^{3/2}$  correspond bien au régime de Debye et Hückel (1923).

**Plasma complet :** La pression et l'énergie totale sont la somme de toutes ces composantes :

$$\begin{aligned} P_{tot} &= P_{e-} + n_i k_B T + \frac{1}{3} a T^4 + P_{coul} \\ E_{tot} &= E_{e-} + \frac{3}{2} n_i k_B T + a T^4 + E_{coul} \end{aligned} \quad (1.24)$$

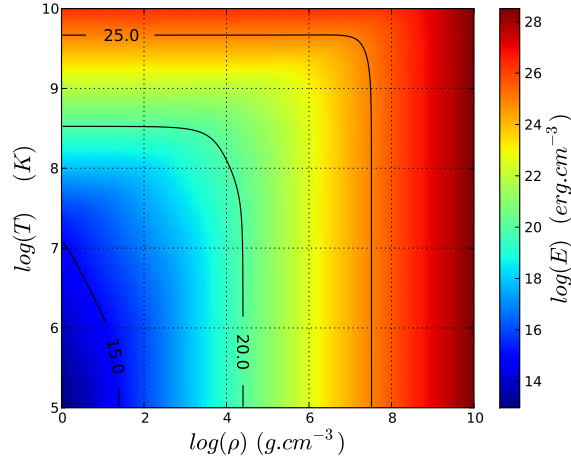


FIGURE 1.6 – Carte 2D de l'énergie interne d'un plasma entièrement ionisé composé d'électrons, d'ions et de photons, en fonction de la densité et de la température. Les lignes noires correspondent aux iso-contours de l'énergie : horizontales, elles correspondent au régime dominé par le rayonnement ( $E = aT^4$ ) et verticales dans le régime dégénéré qui ne dépend quasiment que de la densité.

La figure 1.6 représente une carte de l'énergie en fonction de la densité et de la température pour un plasma de carbone-oxygène. Les lignes représentent les contours d'iso-énergie. Dans les régions très chaudes, on observe le régime dominé par le rayonnement, où l'énergie volumique ne dépend que de la température ( $E = aT^4$ ), ce qui se traduit par des lignes d'iso-énergie horizontales. Au contraire dans les régions froides et denses, c'est l'énergie de dégénérescence des électrons qui domine et elle ne dépend que de la densité, d'où des lignes d'iso-énergie verticales. Enfin dans les régions intermédiaires, on peut observer le gaz parfait d'ions et d'électrons, caractérisé par des lignes de pente -1, en effet :  $\log(E) = \log(T) + \log(\rho) + \text{cste}$ , et à énergie constante, l'inversion donne, en échelle logarithmique :  $\log(T) = -\log(\rho) + \text{cste}$ .

Pour la composante électronique, les expressions de la pression ou de l'énergie ne sont pas analytiques, car on a besoin du potentiel chimique des électrons, défini de manière implicite par l'équation (1.4). On utilise ici un code calculant l'équation d'état d'intérieurs stellaires discuté dans l'article Timmes et Swesty (2000). Ce code utilise un algorithme de Newton-Raphson pour inverser l'équation (1.4) et obtenir  $\mu_e$ . Les différentes grandeurs sont ensuite calculées en connaissant  $\mu_e$  et  $T$ . Cependant cette équation d'état numérique est beaucoup trop coûteuse en temps de calcul pour être implémentées dans un code hydrodynamique. On tabule donc ces grandeurs en fonction de deux variables :  $n_e$  la densité d'électrons et  $T$  la température.

Certains codes hydrodynamiques nécessitent la connaissance de la vitesse du son. Or cette grandeur n'est pas la somme des différentes composantes du plasma. En effet,  $C_s^2 = \left. \frac{\partial P}{\partial \rho} \right|_{S_{\text{tot}}}$ , or la dérivé d'une composante de  $P$ , par exemple la composante électronique, à entropie **totale** constante, n'est pas égale à cette même dérivé à entropie des électrons constante. En revanche, si on fait appel à des dérivés plus classiques, par rapport à  $T$  et  $\rho$ , on peut séparer les composantes. Avec ces dérivés, la vitesse du son s'écrit :

$$C_s^2 = \left. \frac{\partial P}{\partial \rho} \right|_T + \frac{1}{\rho^2} \left( \left. \frac{\partial S}{\partial T} \right|_\rho \right)^{-1} \left( \left. \frac{\partial P}{\partial T} \right|_\rho \right)^2 \quad (1.25)$$

Ce qui, en séparant les différentes contributions, s'écrit :

$$C_s^2 = \left. \frac{\partial P^{e^-}}{\partial \rho} \right|_T + \frac{kT}{\bar{A}m_u} + \frac{1}{\rho^2} \left( \left. \frac{\partial S^{e^-}}{\partial T} \right|_\rho + \frac{3}{2} \frac{k}{\bar{A}m_u T} + 4 \frac{aT^2}{\rho} \right)^{-1} \left( \left. \frac{\partial P^{e^-}}{\partial T} \right|_\rho + n_i k + \frac{4}{3} aT^3 \right)^2, \quad (1.26)$$

Ainsi, le calcul de la vitesse du son, nécessite la tabulation des trois dérivés thermodynamiques des électrons :  $\left. \frac{\partial P^{e^-}}{\partial \rho} \right|_T$ ,  $\left. \frac{\partial S^{e^-}}{\partial T} \right|_\rho$  et  $\left. \frac{\partial P^{e^-}}{\partial T} \right|_\rho$ . Tabuler directement cette grandeur nécessiterait l'utilisation d'un troisième paramètre de composition chimique :  $Cs(n_e, T, Z)$ , ce qui serait beaucoup plus lourd et moins précis.

### 1.2.1.6 Dégénérescence et température

Avec ces éléments, on peut calculer les grandeurs thermodynamiques du plasma en connaissant son état de densité, température et composition. Cependant pour modéliser la combustion thermonucléaire, il faut pouvoir suivre de manière précise l'évolution de la température, car la dépendance des taux de réaction vis à vis de la température est extrême :  $\tau \propto T^{20} - T^{40}$ .

**Énergie thermique et énergie froide :** Dans le coeur d'une naine blanche ayant atteint la masse de Chandrasekhar, la densité est de l'ordre de quelques  $10^9 \text{ g cm}^{-3}$  et la température de Fermi vaut :  $T_F = 2,9 \times 10^{10} \text{ K}$ . L'approximation de température nulle pour les électrons est donc largement valable. Ceux-ci sont donc figés dans les états d'énergie inférieure à l'énergie de Fermi ( $\epsilon_F = k_B T_F$ ) : tous les états tels que  $\epsilon < \epsilon_F$  sont occupés et tous les états plus énergétiques sont vides. Lorsqu'on somme l'énergie de ces états multipliée par le nombre d'états disponibles à cette énergie, on obtient l'énergie à température nulle ou énergie de dégénérescence ( $E_f = E(T = 0K, \rho)$ ). Si on considère une température non-nulle, un certains nombre d'électrons d'énergie inférieure à l'énergie de Fermi vont occuper des états plus énergétiques. Ainsi l'énergie totale du gaz d'électrons est légèrement augmentée, on appelle énergie thermique cette quantité d'énergie :

$$E_{th}^{e^-}(T, \rho) = E^{e^-}(T, \rho) - E^{e^-}(T = 0K, \rho)$$

L'énergie d'un gaz de photon et d'un gaz parfait d'ions à  $T = 0 \text{ K}$  sont nulles. Donc l'énergie thermique totale s'écrit :

$$E_{th} = E_{th}^{e^-} + \frac{3}{2} n_i k_B T + aT^4 + E_{th}^{coul}, \quad (1.27)$$

où  $E_{th}^{coul}$  est défini de la même façon, par la différence entre l'énergie coulombienne à  $T$  moins celle à  $T = 0 \text{ K}$ .

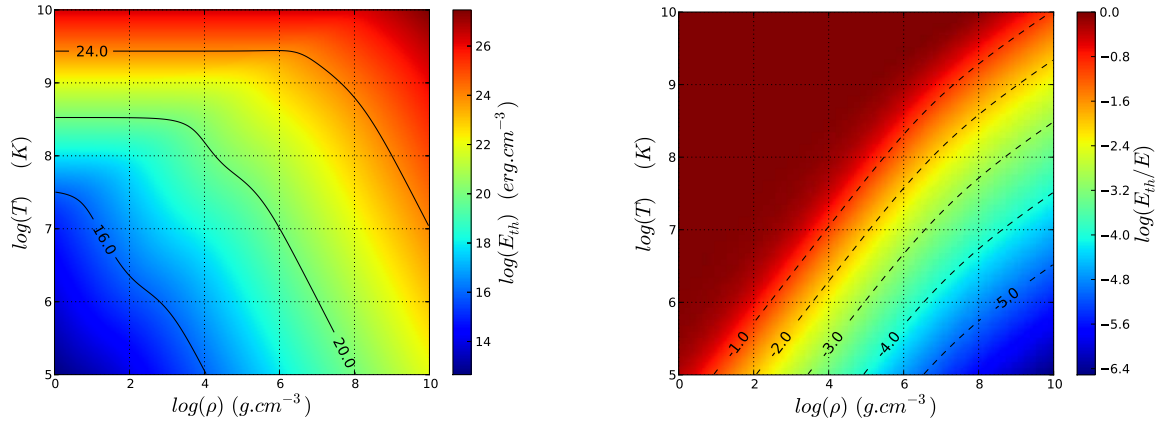


FIGURE 1.7 – **A gauche** : Carte 2D de l'énergie thermique du plasma. Les lignes noires correspondent aux iso-contours de l'énergie thermique. Dans la partie dégénérée, ces contours ne sont plus verticaux, contrairement à ceux de l'énergie totale sur la figure 1.6, ce qui traduit une dépendance notable vis à vis de la température. **A droite** : Rapport de l'énergie thermique à l'énergie interne totale, les lignes représentent des valeurs constantes du log de ce rapport. A grande densité, ce rapport devient très faible et la partie thermique ne représente plus qu'une très petite fraction de l'énergie totale.

**Énergie thermique et température :** L'énergie de dégénérescence domine très largement toutes les autres composantes. Cela est illustré sur la figure 1.7(b), qui est une carte du rapport de la partie thermique, donnée par l'équation (1.27), sur l'énergie totale. Dans les conditions centrales avant ignition, pour  $T \sim 1 \times 10^7$  K et  $\rho \sim 1 \times 10^9$  g cm $^{-3}$ , ce rapport vaut 0,0001, ce qui correspond à une énergie de dégénérescence de 99,99 % de l'énergie interne. Or dans un code hydrodynamique, pour suivre l'évolution de la température, il faut résoudre l'équation de conservation de l'énergie :

$$dE = \delta Q - PdV. \quad (1.28)$$

Le problème est alors d'inverser l'énergie interne,  $E(\rho, T, Z)$ , pour obtenir la température. Or dans un milieu à ce point dégénéré, l'énergie dépend principalement de la densité et très peu de la température et une inversion directe de l'équation d'état serait peu précise. A partir de l'équation d'évolution de l'énergie totale, on retire l'énergie de dégénérescence, dont l'évolution est adiabatique, car à température nulle, l'entropie est nulle et donc  $dE_f = -P_f dV$ , où  $P_f$  est la pression froide. On en déduit :

$$\begin{aligned} dE_{th} &= dE - dE_f \\ &= dQ - PdV - P_f dV \\ &= dQ - P_{th} dV, \end{aligned} \quad (1.29)$$

Où  $P_{th}(T, \rho) = P(T, \rho) - P(T = 0K, \rho)$  est la pression thermique. D'où l'équation finale :

$$dE_{th} = dQ - P_{th}dV. \quad (1.30)$$

Sur la figure 1.7(a) est représentée l'énergie thermique du plasma, à comparer à la figure 1.6 représentant son énergie totale. On voit immédiatement l'intérêt d'utiliser l'énergie thermique : elle est beaucoup plus sensible à la température et permettra une inversion beaucoup plus précise pour déterminer la température. Notamment à grande densité, là où l'énergie totale présentait des iso-contour verticaux, ceux de l'énergie thermique, sur la figure 1.7(a), ont une pente  $\sim -1$ , traduisant une dépendance notable vis à vis de l'énergie. On retrouve le régime dominé par le rayonnement, où  $E_{th} \sim E$ , résultant en des contours d'iso-énergie horizontaux sur la figure 1.7(a) et un rapport égal à 1 sur la figure 1.7(b).

Enfin, comme la pression thermique ne représente qu'une faible fraction de la pression totale, les effets de la combustion pourront être importants au niveau thermique sans modifier notablement la pression. C'est pour cette raison que la combustion du carbone est explosive en milieu dégénéré : l'énergie libérée augmente la température sans modifier la pression, ce qui empêche l'expansion de refroidir le plasma, et donc les réactions s'emballent.

## 1.2.2 Structure des naines blanches

### 1.2.2.1 Modèle à T=0 K et Masse de Chandrasekhar

Un modèle approché et simple de naine blanche est le modèle à température nulle. Dans ce cas la structure de la naine blanche est un polytrophe. Dans Chandrasekhar (1931) puis Chandrasekhar (1935), il a étudié en détail ces structures polytropique. Il a notamment calculé la relation Masse-Rayon pour une naine blanche à température nulle et il a montré l'existence d'une masse maximum : la masse de Chandrasekhar. En utilisant les expressions des régimes non-relativiste et relativiste, ce modèle est polytropique :  $P = \kappa \rho^\gamma$ , avec  $\gamma$  variant entre 4/3 et 5/3. On a pour le cas ultra-relativiste,  $\kappa_1 = \frac{1}{4} \hbar c (3\pi^2)^{1/3} (Y_e N_a)^{4/3}$  et pour le gaz non-relativiste  $\kappa_2 = (3\pi^2 \hbar^3)^{2/3} (Y_e N_a)^{5/3} / (5m_e)$ , où  $Y_e = \bar{Z}/\bar{A}$  est le nombre d'électrons par nucléon. Dans une naine blanche de carbone-oxygène  $Y_e = 0,5$ . Comme cette équation d'état est indépendante de T, l'équilibre hydrostatique suffit à déterminer la structure de l'étoile :

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{Gm(r)\rho}{r^2}. \quad (1.31)$$

En supposant que cette structure est à symétrie sphérique, on a  $dm(r) = 4\pi r^2 \rho dr$  et on peut éliminer  $m(r)$  :

$$\frac{d}{dr} \left[ \frac{r^2}{\rho} \frac{dP}{dr} \right] = -G \frac{dm}{dr} = -4\pi G r^2 \rho.$$

Ensuite en utilisant l'expression de la pression :  $P = \kappa \rho^\gamma$ , on obtient l'équation :

$$\frac{\gamma \kappa}{r^2 \rho} \frac{d}{dr} \left[ r^2 \rho^{\gamma-2} \frac{d\rho}{dr} \right] = -4\pi G \quad (1.32)$$



Par analyse dimensionnelle, on peut construire l'échelle de distance :  $r_c^2 = \frac{(n+1)\kappa\rho_c^{1/n-1}}{4\pi G}$ , où  $n$  est l'indice polytropique tel que  $\gamma = 1 + 1/n$ . Cet indice vaut 3/2 pour le gaz non-relativiste et 3 pour le gaz relativiste. En normalisant les équations avec les variables  $\xi = r/r_c$  et  $\theta^n = \rho/\rho_c$  où  $\rho_c$  est la densité centrale, on obtient au final l'équation différentielle suivante :

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left( \xi^2 \frac{d\theta}{d\xi} \right) = -\theta^n \quad (1.33)$$

C'est l'équation de Lane-Emden, qui décrit la structure d'une sphère auto-gravitante pour un polytrope d'indice  $n$ . On a calculé les solutions de cette équation pour quelques valeurs de  $n$ . Ces résultats sont tracés sur la figure 1.8(a). Pour  $n \leq 3$ , la solution est strictement décroissante et s'annule pour une valeur finie de  $\xi$ , qui correspond au rayon de l'étoile. On note  $\xi_1$  la première valeur de  $\xi$  pour laquelle  $\theta(\xi_1) = 0$ . Le rayon s'écrit alors :

$$R = \xi_1 r_c = \left( \frac{(n+1)\kappa\rho_c^{1/n-1}}{4\pi G} \right)^{1/2} \xi_1. \quad (1.34)$$

La masse contenue dans la sphère de rayon  $\xi$  s'écrit :

$$M(\xi) = \int_0^r 4\pi\rho r^2 dr = 4\pi r_c^3 \rho_c \int_0^\xi \xi^2 \theta^n d\xi$$

En utilisant (1.33) :

$$M(\xi) = 4\pi r_c^3 \rho_c \int_0^\xi \frac{d}{d\xi} \left( \xi^2 \frac{d\theta}{d\xi} \right) d\xi = -4\pi r_c^3 \rho_c \xi^2 \frac{d\theta}{d\xi}.$$

Ainsi la masse totale de la structure s'écrit :

$$M = -4\pi r_c^3 \rho_c \xi_1^2 \frac{d\theta}{d\xi}(\xi_1) \quad (1.35)$$

En éliminant la densité centrale dans (1.34) et (1.35), on obtient la relation entre la masse du polytrope et son rayon :

$$M^{n-1} = (4\pi)^{n-1} \left( \frac{(n+1)\kappa}{4\pi G} \right)^n \xi_1^{n+1} \left( \frac{d\theta}{d\xi}(\xi_1) \right)^{n-1} R^{n-3} \quad (1.36)$$

Cette relation a la propriété remarquable d'être indépendante de  $R$  pour le polytrope d'indice 3, c'est à dire pour le plasma ultra-relativiste : tout polytrope ultra-relativiste ne peut avoir qu'une seule masse, que nous allons déterminer. Pour cela il faut déterminer les paramètres  $\xi_1$  et  $d\theta/d\xi(\xi_1)$  en résolvant l'équation (1.33). On obtient pour les indices qui nous intéressent : 6,897 et  $-0,0424$  pour le polytrope  $n = 3$  et 3,65 et  $-0,203$  pour le polytrope  $n = 3/2$ . Avec ces valeurs, on trouve :

$$M = 0,695 \left( \frac{R}{10\,000 \text{ km}} \right)^{-3} \left( \frac{Y_e}{0.5} \right)^{5/3} M_\odot, \quad (1.37)$$

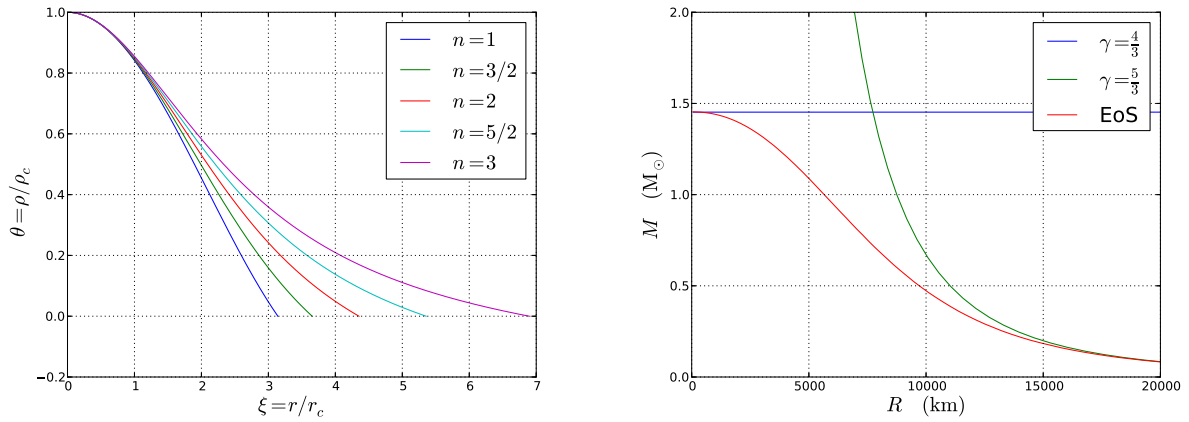


FIGURE 1.8 – **A gauche** : Solutions de l'équation de Lane-Emden (1.33) pour des polytropes d'indice  $n = 1, 3/2, 2, 5/2, 3$ . **A droite** : Relation Masse-Rayon pour les polytropes  $\gamma = 5/3$  et  $4/3$  et pour l'équation d'état d'une naine blanche à température nulle. Celle de l'EoS, coïncide initialement avec la gaz non-relativiste puis rejoint celle du gaz ultra-relativiste à la masse critique de Chandrasekhar.

pour le gaz d'électrons dégénérés non-relativistes. Cette relation Masse-Rayon est représentée sur la figure 1.8(b) en vert. La masse dépend du rayon à la puissance  $-3$ , c'est à dire que plus le rayon est grand moins la structure est massive. Ce qui est le contraire d'une structure non dégénérée. Dans le cas ultra-relativiste le résultat est encore plus remarquable, la masse est indépendante du rayon :

$$M = 1,45 \left( \frac{Y_e}{0.5} \right)^{4/3} M_{\odot}. \quad (1.38)$$

Ainsi toute naine blanche dégénérée et ultra-relativiste ne pourra avoir que cette masse, le rayon s'ajuste en fonction de la densité centrale. On appelle cette masse la masse de Chandrasekhar et elle impose une limite maximum à la masse d'une naine blanche. En effet l'indice adiabatique du plasma n'est  $4/3$  que quand toute l'étoile est entièrement ultra-relativiste. En réalité, dans la structure, il varie entre  $3/2$  et  $3$ , en augmentant à mesure que la densité augmente et que les électrons deviennent relativistes.

Pour bien comprendre l'origine de cette masse maximale, on peut partir de l'équation (1.31) exprimant l'équilibre hydrostatique de l'étoile. Elle peut s'écrire comme une force de pression ( $f_p = dP/dr$ ) s'opposant à la gravité ( $f_g = \rho g(r)$ ). Dans un modèle à une zone, où on suppose que l'étoile est une sphère homogène de masse  $M$  et de rayon  $R$ , cette équation devient :

$$f_p = \frac{P}{R} \sim f_g = \frac{GM\rho}{R^2}.$$

Dans le cas d'une équation d'état dégénérée :  $P = \kappa \rho^\gamma$ , avec  $\gamma = 5/3$  dans le cas non-relativiste et  $4/3$  le cas relativiste. Ainsi, comme  $\rho \propto M/R^3$  :

$$f_p \propto \frac{M^\gamma}{R^{3\gamma+1}} \text{ et } f_g \propto \frac{M^2}{R^5}.$$

Ainsi pour une naine blanche de faible masse,  $\gamma = 5/3$  et  $f_p \propto M^{5/3}/R^6$  et donc quelle que soit sa masse, elle est capable d'ajuster son rayon pour atteindre l'équilibre des deux forces. Par exemple, quand l'étoile se contracte,  $f_p$  augmente plus rapidement que  $f_g$  et donc, si le rayon devient inférieur au rayon d'équilibre,  $f_p > f_g$ , et l'étoile se dilate pour ajuster son rayon. Au contraire, pour les naines blanches massives, quand les électrons sont ultra-relativistes,  $\gamma = 4/3$  et  $f_p \propto M^{4/3}/R^5$  et la dépendance en  $R$  est la même pour la force de pression et la gravité. Dans ce cas, il n'existe pas de rayon d'équilibre. Rappelons toutefois que cela n'est valable que pour une étoile entièrement ultra-relativiste. Plus précisément on peut écrire la différence entre ces deux forces :  $f_g - f_p = f_g(1 - (M_{ch}/M)^{2/3})$ <sup>1</sup>. Pour une masse inférieure à  $M_{ch}$ , la force de pression l'emporte, l'étoile se dilate, sa densité diminue, l'indice adiabatique augmente un peu et le rayon peut alors s'ajuster. Au contraire, si  $M > M_{ch}$ , la force de gravité l'emporte, l'étoile se contracte, mais les électrons restent ultra-relativistes, l'équation d'état ne changeant donc pas, le rayon ne peut pas s'adapter et rien n'arrête l'effondrement. C'est cette absence de rayon d'équilibre, qui fait apparaître la masse de Chandrasekhar comme une masse maximum.

Ce modèle est un modèle idéal où on suppose la température nulle, ce qui n'est bien sûr pas vrai. Il fixe cependant une limite théorique à la masse d'un astre (ou du cœur d'un astre) auto-gravitant composé de matière ultra-relativiste. Cela peut s'appliquer à une naine blanche, mais aussi au cœur de fer dégénéré dans les étoiles les plus évoluées. Ainsi lorsqu'une naine blanche ou un cœur de fer accrète et s'approche de cette limite, la densité augmente et soit les réactions thermonucléaires peuvent s'allumer (pour une naine blanche) et la contraction devient une explosion, ou soit la contraction se poursuit jusqu'à se transformer en effondrement en une étoile à neutrons ou un trou noir.

### 1.2.2.2 Naines blanches plus réalistes

Dans la réalité une naine blanche est produite par le refroidissement du cœur stellaire dénudé à la fin de l'évolution des étoiles de masse inférieure à  $8 M_\odot$ . Ce cœur initialement chaud se refroidit et forme une naine blanche dont la structure évolue vers la structure à température nulle, si rien ne vient perturber le système. Elles sont formées avec des masses initiales qui dépendent de la masse de l'étoile progénitrice et dont la distribution piquée en  $\sim 0,6 M_\odot$  est représentée sur la figure 1.9(a).

Initialement la température dans le cœur est trop faible pour la combustion du carbone, et elle décroît rapidement dans l'enveloppe. La composition initiale du cœur, qui dépend des conditions de température et densité auxquelles ont eu lieu la combustion de l'hélium, n'est pas moitié oxygène et moitié carbone comme on le suppose souvent. Il y a en fait plus d'oxygène que de carbone et des traces de néon. La composition exacte nécessiterait de suivre toute l'évolution du cœur au cours de la vie de l'étoile. La figure 1.9(b) montre les profils de température et composition d'une naine blanche calculé par L. Siess. On y observe la présence d'une enveloppe

1. En réalité on a  $f_p - f_g \sim f_g(1 - \alpha(M_{ch}/M)^{2/3})$ , avec  $\alpha = \frac{\pi}{\xi_1 d\theta/d\xi|_1} \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{-1/3} \sim 1,22$  et les conclusions restent les mêmes

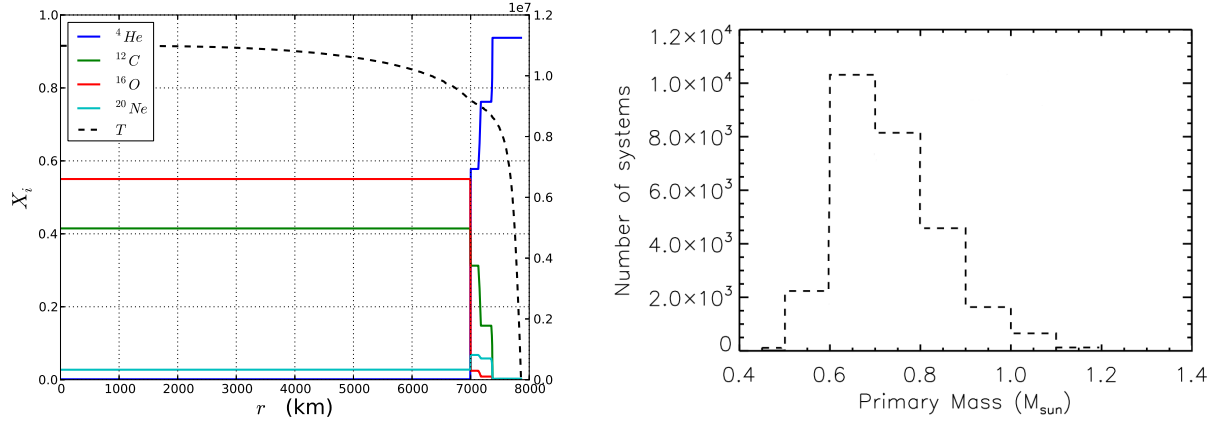


FIGURE 1.9 – **A gauche** : Structure initiale de naine blanche (L.Siess), l'oxygène  $y$  est plus abondant que le carbone et la température est quasi-uniforme dans le cœur. **A droite** : Distribution des masses initiales d'une naine blanche, donné par des codes d'évolution stellaire (ici [Ruiter et al. \(2013\)](#))

d'hélium, où la température décroît brutalement. Cette enveloppe difficilement modélisable, compte tenu des gradients extrêmes, est très importante pour l'évolution thermique de la naine blanche. Cela est d'autant plus vrai lorsque celle-ci accrète de la matière d'un compagnon, dans le cadre du scénario de supernova par accréation. Dans ce scénario, pour atteindre la masse critique de Chandrasekhar, la naine blanche doit accréter environ  $0,8 M_{\odot}$ , c'est à dire plus que doubler sa masse. Nous verrons dans la section suivante que l'énergie gravitationnelle libérée mène selon toute probabilité à l'ignition de cette enveloppe. Cependant du fait de la difficulté à la modéliser, le résultat de cette ou ces étape est très incertain.

### 1.2.3 Physique de l'ignition

#### 1.2.3.1 Chauffage compressionnel

La matière accrétée s'accumule progressivement dans l'enveloppe formant une couche d'hélium ou d'hydrogène sur le cœur de C+O, accroissant ainsi la masse totale de la naine blanche. En conséquence, l'intérieur est comprimé, libérant ainsi de l'énergie gravitationnelle qui va chauffer la naine blanche. Ce chauffage est contrebalancé par des émissions de neutrinos et par la conduction thermique qui évacuent la chaleur ainsi produite. La conservation de l'énergie spécifique s'écrit :

$$\frac{d\epsilon}{dt} = -P \frac{d(1/\rho)}{dt} + \dot{Q} \Leftrightarrow \left. \frac{\partial \epsilon}{\partial \ln(T)} \right|_{\rho} \frac{d \ln(T)}{dt} + \left. \frac{\partial \epsilon}{\partial \ln(\rho)} \right|_T \tau_{\rho} = \frac{P}{\rho} \frac{d \ln(\rho)}{dt} + \dot{Q}, \quad (1.39)$$

où  $\tau_{\rho} = d \ln(\rho)/dt$  est le taux de compression. Intégré sur l'étoile, on a :

$$\int_0^M \frac{\partial \epsilon}{\partial \ln(T)} \bigg|_\rho \frac{d \ln(T)}{dt} dM_r = \int_0^M \left( \frac{P}{\rho} - \frac{\partial \epsilon}{\partial \ln(\rho)} \bigg|_T \right) \tau_\rho dM_r - L - L_\nu, \quad (1.40)$$

avec  $L$  la luminosité de l'étoile et  $L_\nu$  sa luminosité d'émission de neutrinos. Or le coefficient devant le taux de compression  $\tau_\rho$ , est très faible dans le cas d'un gaz dégénéré. Si on prend la limite du gaz à température nulle donnée par les équation 1.15 et 1.14, avec  $P = \kappa \rho^\gamma$  et  $\epsilon = E/\rho = \kappa \rho^{\gamma-1}/(\gamma-1)$ , ce coefficient est nul :

$$1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \ln(\rho)} \bigg|_T = 1 - \rho \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \frac{\rho}{P} = 1 - \kappa \rho^{\gamma-2} \frac{\rho}{P} = 1 - \frac{\kappa \rho^\gamma}{P} = 0.$$

En réalité la température n'est pas nulle et ce coefficient n'est pas strictement nul, mais pour un état suffisamment dégénéré il est très petit. Cela implique qu'une part importante de l'énergie gravitationnelle libérée sert à augmenter l'énergie de Fermi des électrons et que seule une petite fraction sert à chauffer le plasma. Cependant l'accrétion libère une telle énergie gravitationnelle que même une petite fraction de cette énergie peut avoir un effet thermique significatif. En suivant la démarche de [Nomoto \(1982\)](#), on peut scinder le taux de compression en deux contributions,  $\tau_\rho^{(M)}$  correspond à l'accroissement de la densité à  $q = M_r/M$  fixé, tandis que le terme  $\tau_\rho^{(q)}$  correspond à la compression due au déplacement vers l'intérieur ( $q$  diminue) d'une coquille lagrangienne ( $M_r$ ) :

$$\tau_\rho = \tau_\rho^{(M)} + \tau_\rho^{(q)}, \quad \text{avec} \quad \tau_\rho^{(M)} = \frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln M} \bigg|_q \frac{d \ln M}{dt} \quad \text{et} \quad \tau_\rho^{(q)} = - \frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln M} \bigg|_M \frac{d \ln M}{dt}, \quad (1.41)$$

où  $q = M_r/M$  décroît lorsque la masse totale croît. La variation de la densité en fonction de  $q$  est homologue et donc  $\tau_\rho^{(M)}$  est spatialement uniforme dans l'étoile. Au contraire  $\tau_\rho^{(q)}$  domine près de la surface à cause des forts gradients de densité. En approchant de la masse critique de Chandrasekhar, la densité centrale,  $\rho_c$ , augmente ainsi que son taux de variation avec la masse :  $d \ln \rho_c / dM$ . Ainsi  $\tau_\rho^{(M)}$ , et donc le chauffage compressionnel au centre, sont des fonctions croissantes de la masse. Le terme  $\tau_\rho^{(q)}$  et l'énergie libérée dans l'enveloppe,  $L_g^{(q)}$ , sont plutôt proportionnels au taux d'accrétion. Selon une estimation de [Nomoto \(1982\)](#), ce chauffage compressionnel s'écrit en terme de luminosité :

$$L_g^{(q)} \sim 3 \times 10^{-2} L_\odot \left( \frac{\dot{M}}{7 \times 10^{-10} M_\odot \text{ an}^{-1}} \right) \quad (1.42)$$

Ainsi pour des taux d'accrétion élevés, le chauffage domine en surface, tandis que pour des taux faibles il est important dans le cœur lorsque la structure est massive. Ainsi, le chauffage compressionnel mène à l'ignition centrale du carbone, pour une accrétion lente, et à celle l'hélium dans l'enveloppe, pour les forts taux d'accrétion.

### 1.2.3.2 Ignition, flashes et supernova

Dans cette section, on considère l'effet du chauffage compressionnel, jusqu'au moment de l'ignition. C'est à dire lorsque l'emballement thermonucléaire est inévitable. Cependant on discutera de l'évolution possible de la combustion : combustion quasi-statique, nova ou supernova, en se limitant à une discussion qualitative. Ces questions sont complexes et encore non-résolues.

L'ignition a lieu lorsque l'énergie nucléaire libérée est supérieure aux pertes thermiques et neutriniques. L'emballement de la combustion du carbone commence lorsque le coeur atteint des températures de l'ordre de quelques  $10^8$  K pour des densités supérieures à  $2 \times 10^9$  g cm<sup>-3</sup>. À cause de la dégénérescence, la température va augmenter, diminuant le temps nucléaire  $\tau_n$ , sans augmenter la pression. L'absence de rétroaction négative par la dilatation entraîne l'emballement thermonucléaire. Lorsque la température est finalement suffisante pour dilater un peu le plasma en combustion, la convection va dans un premier temps évacuer l'énergie nucléaire produite et réguler les réactions. C'est la phase dite de frémissement. Mais  $\epsilon_n$  va continuer de s'accroître et  $\tau_n$  de diminuer. Lorsque  $\tau_n < 100\tau_d$ , où  $\tau_d$  est l'échelle de temps dynamique, la convection ne peut plus évacuer qu'une faible partie de l'énergie générée et le gradient de température s'accroît jusqu'à ce que la conduction thermique, qui est proportionnelle à  $\nabla T$ , puisse prendre le relais : une déflagration thermonucléaire est née (une déflagration est un mode de propagation de la combustion basé sur la conduction thermique, contrairement à une détonation, basée sur un choc. Ces deux modes possibles de combustion seront étudiés dans le chapitre 3). Une autre possibilité est d'accumuler une surpression suffisante pour développer une détonation. Ces différentes possibilités, valables aussi pour l'emballement de l'hélium, sont discutées dans les paragraphes suivants.

**Accrétion d'hydrogène :** La matière accrétée est dans la majorité des cas de l'hydrogène, qui doit être d'abord brûlé en hélium, qui lui même pourra être brûlé en carbone. L'hydrogène est accréte d'un compagnon de la séquence principale ou de type géante rouge, lorsque celui-ci remplit son lobe de Roche. Selon le type de compagnon les taux d'accrétions peuvent être très différents. Les plus forts sont associés aux géantes rouges. Le maximum du taux d'accrétion est donné par la limite d'Eddington ( $(dM/dt)_{EH}$  sur la figure 1.10(a)). Pour des taux plus faibles, le chauffage est suffisant pour brûler l'hydrogène en surface. Cependant, il existe une valeur critique au delà de laquelle l'accrétion d'hydrogène est trop rapide pour être convertie entièrement en hélium. Cette limite,  $(dM/dt)_{RH}$ , correspond au taux de croissance d'un cœur d'hélium dans une étoile où l'hydrogène brûle en couche. Pour des taux supérieurs à cette limite, le matériau non brûlé forme une enveloppe de type géante autour de la naine blanche, qui perturbe l'accrétion. Si un tel taux se maintient, une enveloppe englobant les deux étoiles se forme, empêchant la supernova. Pour des taux plus faibles, l'hydrogène peut brûler de manière quasi-statique et produire de l'hélium au taux  $\dot{M}_{He} \leq \dot{M}_H$ . Puis pour des taux encore plus faibles, l'hydrogène ne brûle pas immédiatement, il s'accumule puis s'enflamme régulièrement en des novae récurrentes. Plus le taux est faible, plus la couche d'accumulation est épaisse et plus violente sera la nova. Pour les plus violentes, de la matière est éjectée et le gain net de masse diminue :  $\dot{M}_{He} \leq \dot{M}_H$ . Ces différents régimes sont représentés sur la figure 1.10(a).

**Accrétion d'hélium :** Nomoto (1982) a étudié le cas d'accrétion d'hélium. L'hélium accrété provient soit d'une couche de combustion de l'hydrogène (décrit précédemment) soit directement du compagnon. Si le compagnon est une étoile d'hélium de masse comprise entre 1 et  $2,5 M_{\odot}$ , alors son enveloppe va se dilater en structure de géante lors de la formation du cœur dégénéré ce C+O. A ce moment l'enveloppe remplit son lobe de Roche et peut être accrétée par la naine blanche à des taux importants. Comme pour l'accrétion d'hydrogène, le taux maximum est donné par la limite d'Eddington  $((dM/dt)_{EHe})$  sur la figure 1.10(b) et il se forme une enveloppe de type géante au delà du taux critique  $(dM/dt)_{RHe}$ . Cette limite correspond au taux de gain de masse d'un cœur de C+O dans une étoile géante où l'hélium brûle en couche. Pour des taux plus faibles l'hélium s'accumule et peut mener à l'ignition.

**Ignition centrale du carbone :** Pour des taux très faibles ( $\dot{M} < 7 \times 10^{-10} M_{\odot} \text{ an}^{-1}$ ), l'ignition en couche de l'hélium n'a pas lieu et l'ignition du carbone se fait au centre à très grande densité ( $\rho_c \sim 1 \times 10^{10} \text{ g cm}^{-3}$ ). La combustion commence alors dans le régime pycno-nucléaire<sup>2</sup>, lorsque la génération d'énergie nucléaire dépasse les pertes par neutrinos :  $\epsilon_n > \epsilon_{\nu}$  (le cœur étant presque isotherme, les pertes par conduction et rayonnement sont faibles). Dans ce régime les réactions dépendent peu de la température et celle-ci ne va s'accroître que lentement ; lorsqu'elle a atteint  $5 \times 10^7 \text{ K}$  la combustion passe du mode pycno au mode thermonucléaire, à ce moment la dépendance en température s'accroît notablement et l'emballement thermonucléaire commence. Ce régime d'ignition pycno-nucléaire n'est accessible que pour des masses initiales de CO importantes, pour lesquelles la couche d'hélium est assez mince pour ne pas s'enflammer. Il correspond au coin inférieur droit de la figure 1.10(b) dans les études de Nomoto (1982).

Cependant, il semblerait que l'ignition du carbone dans le cœur sans ignition de l'enveloppe au préalable ne soit pas réalisée dans la nature. En effet les sources d'hélium (naine blanche ou étoile d'hélium), transfèrent la matière à fort taux, provoquant son ignition dans l'enveloppe. Et les sources pouvant fournir un taux faible et continu, sont riches en hydrogène, qui explose en nova pour ces taux. Les taux étant très faibles, la nova est violente et éjecte probablement de la masse.

**Ignition en couche de l'hélium :** Pour des forts taux d'accrétion,  $\geq 3 \times 10^{-9} M_{\odot} \text{ an}^{-1}$ , le chauffage compressionnel est plus important que les pertes thermiques et la naine blanche se réchauffe. Le terme  $\tau_{\rho}^{(q)}$ , proportionnel au taux d'accrétion, domine et entraîne un chauffage préférentiel dans la couche d'hélium. L'ignition se fait dans cette couche, bien avant d'atteindre la masse de Chandrasekhar. La masse de la couche d'hélium au moment de l'ignition, dépend du taux d'accrétion. Pour des taux d'accrétion faibles, la couche d'hélium accumulée est massive et si une détonation s'allume dans la couche d'hélium elle pourrait initier une détonation dans le cœur et mener à une supernova. C'est la partie notée *Off-Center He-Detonation* sur la figure 1.10(b).

Pour les forts taux d'accrétions  $\dot{M} > 4 \times 10^{-8} M_{\odot} \text{ an}^{-1}$ , l'ignition a lieu dans une couche de faible masse, dont la combustion n'est pas assez violente pour éjecter la masse accrétée. Flashes

2. Dans le régime pycno-nucléaire, la fusion a lieu entre les noyaux voisins dans le cristal de carbone, contrairement au régime thermo-nucléaire où les noyaux réactants sont supra-thermiques.

après flashes, la couche d'hélium est brûlée en C+O qui s'accumule dans le cœur à un taux effectif :  $\dot{M}_C \leq \dot{M}_{He} \leq \dot{M}_H$ . [Nomoto et al. \(1984\)](#), ont étudié le cas d'une naine blanche de  $1 M_\odot$  accréant à  $\dot{M} = 1 \times 10^{-7} M_\odot \text{ an}^{-1}$  et  $4 \times 10^{-8} M_\odot \text{ an}^{-1}$ . La masse du cœur augmente et il s'échauffe jusqu'à  $\sim 10^8 \text{ K}$ , seuil au delà duquel les pertes neutriniques prennent le dessus et déterminent la structure thermique du cœur. La température est alors déterminée par l'équilibre entre les émissions de neutrinos et le chauffage compressionnel. Enfin l'ignition a lieu lorsque le taux de génération d'énergie nucléaire dépasse les pertes neutriniques. Les réactions s'emballent et finissent par dilater le plasma qui devient convectif. Cette étape de frémissements dure une centaine d'année pendant laquelle l'énergie générée peut être évacuée par les mouvements convectifs. Cependant, au delà d'une certaine température une bulle de plasma brûle si vite que la conduction thermique devient plus rapide que les mouvements convectifs. Dans ce cas la combustion se propage de proche en proche par conduction thermique, c'est à dire sous forme de déflagration. Cette phase détermine la géométrie d'ignition, notamment s'il y a plusieurs points d'ignition et s'ils sont décalés par rapport au centre. Des travaux récents de [Zingale et al. \(2011\)](#) et [Nonaka et al. \(2012\)](#) sur la phase de combustion convective lente, semblent indiquer que l'ignition aurait plutôt lieu en un seul endroit. C'est le scénario typique d'ignition dans une naine blanche proche de  $M_{ch}$ , noté *Carbon-Deflagration* sur la figure 1.10(b).

Finalement, le chauffage compressionnel dû à l'accrétion est un mécanisme robuste d'ignition. Pour des taux forts, on a des flashes d'hélium puis l'ignition du carbone au centre. Alors que pour des taux plus faibles, l'accumulation d'hélium pourrait être suffisante pour provoquer la détonation de la couche d'hélium puis du cœur. Cependant, cela suppose une accrétion effective jusqu'à la masse de Chandrasekhar dans le premier cas, et l'ignition d'une détonation d'hélium dans le second cas. Ces points sont toujours débattus et nous allons voir quels sont les avantages et les problèmes de ces scénarios d'ignition dans le chapitre suivant.



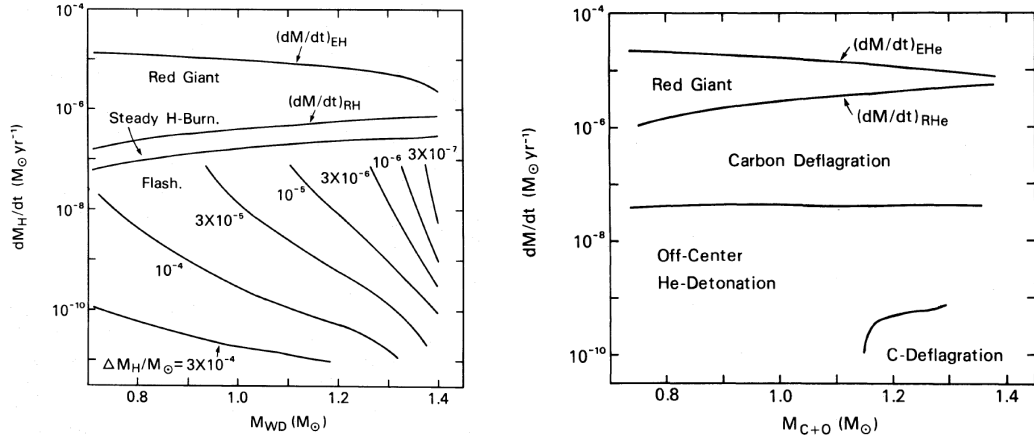


FIGURE 1.10 – **A gauche** : Différents régimes d'accrétion d'hydrogène : formation d'une enveloppe de type géante pour des taux  $(dM/dt)_{EH} > \dot{M} > (dM/dt)_{RH}$ , où  $(dM/dt)_{EH}$  est la limite d'Eddington. Pour des taux plus faibles,  $\dot{M} < (dM/dt)_{RH}$ , la combustion est quasi-statique, puis pour les taux les plus faibles, l'hydrogène s'accumule et explose en novae lorsqu'il s'enflamme. La masse de la couche explosant (affichée dans la partie basse) diminue lorsque la masse de la naine blanche augmente. **A droite** : Destin final d'un système accrétant de l'hélium. Comme pour l'hydrogène, pour les taux les plus forts inférieurs à la limite d'Eddington, une enveloppe de type géante se forme. Pour des taux plus faibles :  $\dot{M} < (dM/dt)_{RHe}$ , on entre dans le régime quasi-statique et des novae peu violentes. Dans ces régimes, la masse du cœur de carbone augmente jusqu'à l'ignition d'une déflagration centrale de carbone. Pour des taux plus faibles, les novae se font plus violentes et peuvent détoner en une Off-Center He-Detonation. Enfin pour les taux très faibles, si la masse de cœur de carbone est suffisante, c'est le carbone du cœur qui s'allume.

## Bibliographie

- D. BRANCH : Some statistical properties of type I supernovae. *ApJ*, 248:1076–1080, septembre 1981.
- D. BRANCH : Type IA Supernovae and the Hubble Constant. *ARA&A*, 36:17–56, 1998.
- S. CHANDRASEKHAR : The highly collapsed configurations of a stellar mass. *MNRAS*, 91:456–466, mars 1931.
- S. CHANDRASEKHAR : The highly collapsed configurations of a stellar mass (Second paper). *MNRAS*, 95:207–225, janvier 1935.
- S. A. COLGATE et C. MCKEE : Early Supernova Luminosity. *ApJ*, 157:623, août 1969.
- P. DEBYE et E. HÜCKEL : Zur Theorie der Elektrolyte. *Physikalische*, 24:185, 1923.
- S. HACHINGER, P. A. MAZZALI, S. TAUBENBERGER, M. FINK et AL. : Spectral modelling of the ‘super-Chandrasekhar’ Type Ia SN 2009dc - testing a 2  $M_{\odot}$  white dwarf explosion model and alternatives. *MNRAS*, 427:2057–2078, décembre 2012.
- M. HICKEN, P. CHALLIS, S. JHA, R. P. KIRSHNER et AL. : CfA3 : 185 Type Ia Supernova Light Curves from the CfA. *ApJ*, 700:331–357, juillet 2009.
- W. HILLEBRANDT et J. C. NIEMEYER : Type IA Supernova Explosion Models. *ARA&A*, 38:191–230, 2000.
- D. A. HOWELL, M. SULLIVAN, E. F. BROWN, A. CONLEY et AL. : The Effect of Progenitor Age and Metallicity on Luminosity and  $^{56}\text{Ni}$  Yield in Type Ia Supernovae. *ApJ*, 691:661–671, janvier 2009.
- F. HOYLE et W. A. FOWLER : Nucleosynthesis in Supernovae. *ApJ*, 132:565, novembre 1960.
- Y. KAMIYA, M. TANAKA, K. NOMOTO, S. I. BLINNIKOV et AL. : Super-Chandrasekhar-mass Light Curve Models for the Highly Luminous Type Ia Supernova 2009dc. *ApJ*, 756:191, septembre 2012.
- W. D. LI, A. V. FILIPPENKO, A. G. RIESS, R. R. TREFFERS, J. Y. HU et Y. L. QIU : A high peculiarity rate for Type Ia SNe. In S. S. HOLT et W. W. ZHANG, éditeurs : *American Institute of Physics Conference Series*, volume 522 de *American Institute of Physics Conference Series*, pages 91–94, juin 2000.
- K. NOMOTO : Accreting white dwarf models for type I supernovae. I. Presupernova evolution and triggering mechanisms. *ApJ*, 253:798–810, 1982.
- K. NOMOTO, F.-K. THIELEMANN et K. YOKOI : Accreting white dwarf models of Type I supernovae. III - Carbon deflagration supernovae. *ApJ*, 286:644–658, novembre 1984.
- A. NONAKA, A. J. ASPDEN, M. ZINGALE, A. S. ALMGREN et AL. : High-resolution Simulations of Convection Preceding Ignition in Type Ia Supernovae Using Adaptive Mesh Refinement. *ApJ*, 745:73, janvier 2012.
- P. E. NUGENT, M. SULLIVAN, S. B. CENKO, R. C. THOMAS et AL. : Supernova SN 2011fe from an exploding carbon-oxygen white dwarf star. *Nature*, 480:344–347, décembre 2011.
- S. PERLMUTTER, G. ALDERING, G. GOLDBERGER, R. A. KNOP et AL. : Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae. *ApJ*, 517:565–586, juin 1999.
- M. M. PHILLIPS : The absolute magnitudes of Type IA supernovae. *ApJ*, 413:L105–L108, août 1993.
- M. M. PHILLIPS, P. LIRA, N. B. SUNTZEFF, R. A. SCHOMMER et AL. : The Reddening-Free

- Decline Rate Versus Luminosity Relationship for Type IA Supernovae. *AJ*, 118:1766–1776, octobre 1999.
- A. Y. POTEKHIN et G. CHABRIER : Equation of state of fully ionized electron-ion plasmas. II. Extension to relativistic densities and to the solid phase. *Phys. Rev. E*, 62:8554–8563, décembre 2000.
- A. G. RIESS, A. V. FILIPPENKO, P. CHALLIS, A. CLOCCHIATTI et AL. : Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant. *AJ*, 116:1009–1038, septembre 1998.
- A. J. RUITER, S. A. SIM, R. PAKMOR, M. KROMER et AL. : On the brightness distribution of Type Ia supernovae from violent white dwarf mergers. *MNRAS*, 429:1425–1436, février 2013.
- E. E. SALPETER : Electrons Screening and Thermonuclear Reactions. *Australian Journal of Physics*, 7:373, septembre 1954.
- B. P. SCHMIDT, N. B. SUNTZEFF, M. M. PHILLIPS, R. A. SCHOMMER et AL. : The High-Z Supernova Search : Measuring Cosmic Deceleration and Global Curvature of the Universe Using Type IA Supernovae. *ApJ*, 507:46–63, novembre 1998.
- M. STRITZINGER, B. LEIBUNDGUT, S. WALCH et G. CONTARDO : Constraints on the progenitor systems of type Ia supernovae. *A&A*, 450:241–251, avril 2006.
- F. X. TIMMES et F. D. WESTY : The Accuracy, Consistency, and Speed of an Electron-Positron Equation of State Based on Table Interpolation of the Helmholtz Free Energy. *ApJS*, 126:501–516, février 2000.
- J. W. TRURAN, W. D. ARNETT et A. G. W. CAMERON : Nucleosynthesis in supernova shock waves. *Canadian Journal of Physics*, 45:2315, 1967.
- L. WANG et J. C. WHEELER : Spectropolarimetry of Supernovae. *ARA&A*, 46:433–474, septembre 2008.
- O. C. WILSON : Possible Applications of Supernovae to the Study of the Nebular Red Shifts. *ApJ*, 90:634, novembre 1939.
- D. G. YAKOVLEV et D. A. SHALYBKOV : Degenerate Cores of White Dwarfs and Envelopes of Neutron Stars - Thermodynamics and Plasma Screening in Thermonuclear Reactions. *Astrophysics and Space Physics Reviews*, 7:311, 1989.
- M. ZINGALE, A. NONAKA, A. S. ALMGREN, J. B. BELL et AL. : The Convective Phase Preceding Type Ia Supernovae. *ApJ*, 740:8, octobre 2011.
- F. ZWICKY : On the Theory and Observation of Highly Collapsed Stars. *Physical Review*, 55:726–743, avril 1939.

# Progéniteur et modèles d'explosion

## Sommaire

<b>2.1</b>	<b>Systèmes progéniteurs et scénarios d'évolution</b>	<b>47</b>
2.1.1	Accrétion jusqu'à la masse de Chandrasekhar	47
2.1.2	Détonation double	54
2.1.3	Coalescence de deux naines blanches	55
<b>2.2</b>	<b>Contraindre le système progéniteur</b>	<b>60</b>
2.2.1	Contraintes statistiques : taux d'occurrence	60
2.2.2	Contraintes ponctuelles	67
<b>2.3</b>	<b>Finalement : nécessité des études physiques</b>	<b>69</b>

## 2.1 Systèmes progéniteurs et scénarios d'évolution

Dans le chapitre précédent, nous avons décrit les propriétés générales des supernovæ thermonucléaires, notamment leurs observables telles que les courbes de lumière et les spectres. Et nous avons expliqué pourquoi l'explosion résultait de la combustion thermonucléaire d'une naine blanche. Nous avons ensuite étudié la structure de ces naines blanches et mis en évidence la masse limite de Chandrasekhar, au delà de laquelle il n'y a plus de structure stable. Nous avons enfin discuté du scénario d'ignition le plus populaire, reposant sur le chauffage compressionnel à l'approche de cette masse critique. Cependant, ce scénario d'*accrétion jusqu'à la masse de Chandrasekhar* n'est qu'une possibilité parmi d'autres. Comme décrit dans le chapitre précédent son mécanisme d'ignition est robuste, mais il repose sur un doublement de masse par accrétion. Le scénario de *détonation double*, où une détonation d'hélium, initiée dans la couche accrétée, déclenche une détonation du cœur de carbone, pourrait exploser avant d'atteindre la masse de Chandrasekhar. Mais il aurait plus de difficultés à reproduire les observations. Enfin, pour se passer complètement de l'accrétion, le scénario de *coalescence de naines blanches* a été proposé. Nous verrons dans une première partie les qualités et les défauts de ces scénarios puis, dans une seconde partie, quelles sont les observations qui pourraient les départager.

### 2.1.1 Accrétion jusqu'à la masse de Chandrasekhar

Dans ce type de scénario, le plus étudié jusqu'à récemment, une naine blanche de carbone et d'oxygène, formée avec une masse initiale de  $0,6 - 0,7 M_{\odot}$ , accrète de la matière de son compagnon non dégénéré (étoile de la séquence principale, géante rouge, ou étoile d'hélium),

jusqu’à devenir instable à l’approche de la masse de Chandrasekhar. Avant ce scénario, proposé par [Whelan et Iben \(1973\)](#), on pensait que le combustible de carbone dégénéré se trouvait dans le coeur d’une étoile évoluée. Nous allons voir dans un premier temps, que la condition d’ignition, qui est d’atteindre  $M_{ch}$ , n’est pas réalisée si facilement et qu’elle nécessite des systèmes progéniteurs particuliers. Nous examinerons ensuite si ces progéniteurs sont assez nombreux pour expliquer les supernovæ observées. Enfin nous montrerons que, après l’ignition, la combustion doit avoir lieu selon deux modes : une déflagration suivie d’une détonation avec une transition dont la nature, encore mal déterminée, fait l’objet de cette étude.

### 2.1.1.1 Ignition

Lorsque la naine blanche approche  $M_{ch}$  en se contractant, la densité et la température divergent dans le coeur. La contraction s’arrête lorsque la fusion du carbone génère assez d’énergie pour compenser les différentes pertes thermiques. Comme décrit dans le chapitre précédent, à partir de ce moment et après plusieurs étapes, une déflagration va se former. Cette flamme brûle ensuite l’étoile en quelques secondes. Dans ce scénario le mécanisme d’ignition est robuste. En revanche, il repose sur les propriétés de la masse critique de Chandrasekhar et donc sur l’accrétion effective de  $0,7 - 0,8 M_{\odot}$ . Or de nombreuses études montrent qu’il est difficile d’accréter autant de masse. Pour des taux d’accrétion faibles,  $\dot{M}_H \lesssim 10^{-7} M_{\odot} \text{ an}^{-1}$ , l’hydrogène accrété ne brûle pas immédiatement à la surface, mais s’accumule jusqu’à ce que la température à la base de cette couche soit suffisante pour exploser en une nova. En conséquence, le gain net de masse, qui dépend naturellement de la masse de combustible qui explose, n’est pas nécessairement positif. Pour des taux d’accrétion plus élevés, l’hydrogène brûle de manière quasi-statique, sans pertes notables. À taux encore plus élevés, l’accrétion devient instable, une enveloppe commune peut se former et le taux effectif d’accrétion diminue. Pour résumer, la figure 2.1(a) représente l’efficacité d’accrétion d’hydrogène,  $\eta_H$ , définie comme le rapport du taux d’accrétion depuis le compagnon,  $\dot{M}_{comp}$ , sur le taux de production d’hélium,  $\dot{M}_{He}$ . L’efficacité d’accrétion de l’hélium, définie de la même façon :  $\eta_{He} = \dot{M}_{He}/\dot{M}_{CO}$ , est aussi incluse. Cette figure met en évidence que seule une petite gamme de paramètres, pour  $\dot{M}_H \gtrsim 10^{-7} M_{\odot} \text{ an}^{-1}$ , permet une accrétion efficace de l’hydrogène, que ce soit par des novae récurrentes n’expulsant pas plus de masse que n’a été accrétée ou par la combustion quasi-statique de l’hydrogène. Toutefois, ces systèmes sont chauds et devraient avoir une contrepartie observationnelle : les SuperSoft X rays Sources (SSXS). Or ces sources ont été détectées, mais seraient trop peu nombreuses ([Di Stefano, 2010a](#)), ce qui pourrait invalider ce scénario. Cependant, selon [Starrfield et al. \(2012\)](#) le régime de combustion stationnaire ne serait jamais atteint, mais remplacé par des novae récurrentes qui n’éjecteraient que très peu de masse ( $< 4\%$ ). D’autre part, selon leurs calculs, la température serait insuffisante pour une détection systématique en rayons X.

Quoi qu’il en soit, lorsque l’hydrogène brûle et s’accumule effectivement sur la naine blanche, une couche d’hélium est produite sous la couche d’hydrogène. Dans d’autres cas, on peut accréter directement de l’hélium d’une étoile d’hélium ou d’une naine blanche d’hélium ayant rempli son lobe de roche. Ces systèmes, de type AM CVns, posent la même problématique pour la combustion de l’hélium. Selon [Hachisu et al. \(1999\)](#), la combustion de l’hélium est stable si  $\dot{M}_{He} > 10^{-6} M_{\odot} \text{ an}^{-1}$  et l’efficacité de l’accrétion est de 1. En revanche, pour des taux plus

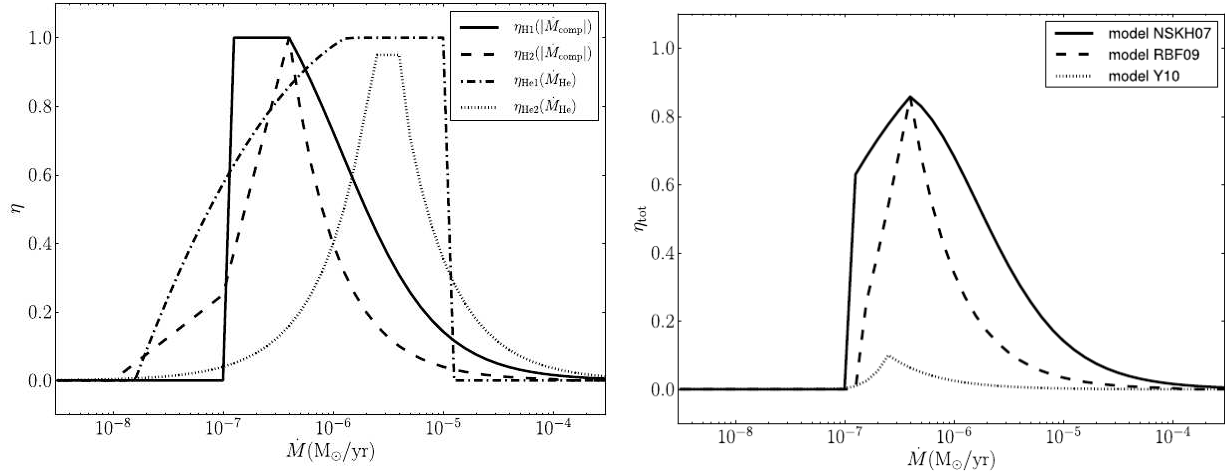


FIGURE 2.1 – **A gauche** : Efficacité de rétention de l'hélium et de l'hydrogène pour deux paramétrisations différentes, tirés de Bours et al. (2013) **A droite** : Efficacité de rétention totale :  $\eta = \eta_H \times \eta_{He}$ , pour les paramétrisations de l'accrétion d'hydrogène et d'hélium choisies par divers auteurs. Selon les choix, les différences peuvent être énormes, par exemple pour le choix de Yungelson (2010) l'accrétion ne peut pas mener à l'explosion.

faibles, l'hélium s'accumule en couche plus ou moins épaisse, puis explose en nova plus ou moins violente. En combinant les efficacités de l'accrétion d'hydrogène et de l'hélium, représentées sur la figure 2.1(a), on obtient une gamme restreinte de taux d'accrétion qui mènent à une augmentation effective de la masse de la naine blanche. Cette efficacité totale ( $\eta = \eta_H \times \eta_{He}$ ) est tracée sur la figure 2.1.

Si l'accrétion est très lente,  $\dot{M}_{He} < 10^{-8} M_{\odot} \text{ an}^{-1}$ , alors le chauffage par compression est négligeable et une couche importante d'hélium peut s'accumuler. Son ignition pourrait initier une détonation d'hélium qui pourrait potentiellement provoquer l'explosion du coeur de carbone (scénario de détonation double discuté dans la partie suivante).

Jusqu'à récemment, la rotation n'était pas prise en compte. Pourtant, l'accrétion se fait probablement à travers un disque d'accrétion keplerien et donc la matière accrétée possède un fort moment cinétique, qu'elle transfère à l'étoile, accélérant peu à peu sa rotation (Yoon et Langer, 2005). Il paraît donc difficile de négliger l'effet de la rotation sur la structure des naines blanches pré-supernovæ et notamment celle de la couche accrétée d'hélium ou d'hydrogène. Ainsi Yoon et al. (2004) ont montré que la rotation stabilisait la combustion dans la couche d'hélium par rapport à un modèle sans rotation. Cela est dû à la fois à un mélange important de la base de la couche d'hélium avec le coeur de carbone, mais aussi à la force centrifuge qui implique une densité et une dégénérescence plus faible dans les couches externes. L'effet de la rotation est donc d'élargir la gamme de paramètres menant à l'ignition centrale du carbone en évitant la combustion trop violente en nova.

Finalement, la modélisation de cette étape d'accrétion n'est pas encore assez précise pour invalider ce modèle d'accrétion. En effet les paramétrisations de la physique de l'accrétion donnent

des résultats très divergents, comme le montre la figure 2.1. Quoi qu'il en soit, il existe des taux d'accrétion d'hydrogène puis/ou d'hélium pour lesquelles la combustion dans ces couches va produire du carbone et de l'oxygène qui viendront accroître la masse du coeur. Et si l'accrétion se maintient assez longtemps, la masse critique de Chandrasekhar pourrait être atteinte et l'ignition avoir lieu.

### 2.1.1.2 Existence des systèmes

Une des grandes questions à propos des supernovæ thermonucléaires concerne le système progéniteur. En effet, une naine blanche étant un astre compact, sa luminosité est faible et c'est pourquoi on n'a jamais pu observer le progéniteur d'une SN Ia. Cependant certaines binaires dans notre galaxies pourraient correspondre aux différentes étapes d'accrétion précédant l'explosion.

Selon Wang et Han (2012) certaines binaires connues, U-Sco, RS Oph et TCrB, seraient de bons candidats pour conduire à une supernova thermonucléaire. Elles contiennent en effet une naine blanche proche de  $M_{ch}$  et dans les deux dernières le compagnon est une géante. Cependant la naine blanche pourrait être composée d'oxygène de néon et de magnésium, auquel cas un effondrement en étoile à neutron est plus probable. En effet, pour cette composition, les captures électroniques sont plus importantes que sur du carbone et l'augmentation de densité à l'approche de  $M_{ch}$ , va entraîner la neutronisation du coeur puis son effondrement. Des systèmes massifs contenant une naine blanche et une étoile d'hélium sont aussi prometteurs. Enfin, les systèmes symbiotiques, qui sont des binaires de longues périodes avec une géante rouge et un objet dense et chaud, accrétant puis brûlant le matériau venant de la géante, correspondent tout à fait à un progéniteur de SNe Ia. Cependant leur fréquence d'occurrence est trop faible pour produire une fraction notable de supernovæ.

On observe peut être aussi les phases actives de ces progéniteurs : les variables cataclysmiques. On en distingue plusieurs catégories : les novæ classiques, les novæ récurrentes, les variables novæ-like, les novæ naines, les VC magnétiques et les AM CVns. Pour la phase d'accrétion d'hydrogène, deux catégories pourrait correspondre au progéniteur : les récurrentes et les naines. En effet, les observations de ces explosions montrent une absence d'éléments lourds dans les éjecta. Ce qui indiquerait que la naine blanche gagne effectivement de la masse. Les novæ classiques montrent au contraire des signes d'éléments lourds dans leurs éjecta, indiquant que la naine blanche perd de la masse (Starrfield *et al.*, 2012). Les systèmes de type AM CVn, sont des variables cataclysmiques sans hydrogène. Ils se composent d'une naine blanche et d'un donneur d'hélium. Ces systèmes accrètent de l'hélium à taux élevés et pourraient eux aussi mener à une supernova.

L'évolution classique des binaires serait ainsi : une phase de vent optiquement épais, puis une phase courte de SuperSoft X ray Source (SSXS) et enfin le stade de nova récurrente avant l'explosion finale. La phase de SSXS est controversée, car selon les observations, il y aurait un déficit d'un facteur presque 100 de SSXS dans la galaxie par rapport aux supernovæ. Une façon de rallier les observations est de supposer que cette phase est relativement courte (Di Stefano, 2010b). D'autre part, selon Starrfield *et al.* (2012), ces systèmes accrétant ne seraient pas assez chaud pour émettre en rayons X.

### 2.1.1.3 Absence d'hydrogène

Cependant, la phase de nova éjecte de la matière accrétée riche en hydrogène ou hélium. Cela crée un environnement complexe, qui interagira avec les éjecta lors de l'explosion et dont l'effet se traduira sur les spectres (présence d'hydrogène ou d'hélium, rayonnement synchrotron en radio, rayonnement thermique en X). Cependant ces signatures ne sont pas souvent observées sur les spectres, ce qui pose problème à ce scénario d'accrétion. Rappelons qu'une des propriétés les plus remarquables des supernovæ thermonucléaires est que leur spectre ne présente ni hydrogène ni hélium. Ainsi, si l'évolution menant aux SNe Ia passe effectivement par l'accrétion et l'étape de novae, il faut justifier l'absence d'hydrogène lors de l'explosion. Le scénario *spin-up/spin-down*, proposé récemment par [Justham \(2011\)](#) et [Di Stefano et al. \(2011\)](#), permet d'expliquer cette absence, en introduisant un délai entre l'accrétion et l'explosion. Ce délai correspond au temps nécessaire à l'étoile pour dissiper la rotation acquise lors de la phase d'accrétion (phase de *spin-up*). En effet, [Yoon et Langer \(2005\)](#) ont obtenu des modèles où la naine blanche dépasse la masse de Chandrasekhar, sans atteindre la densité nécessaire à l'ignition, à cause de la force centrifuge. Pour atteindre ces densités, la naine blanche doit évacuer son moment cinétique pour réduire la force centrifuge et augmenter sa densité centrale. Ce délai, nécessaire au ralentissement de la rotation (*spin-down*), pourrait permettre notamment à la matière circum-stellaire de se disperser et donc d'expliquer l'absence d'hydrogène dans le cadre du scénario d'accrétion. Notons cependant que [Patat et al. \(2007\)](#) ont trouvé des preuves directes de matières circum-stellaires dans un certain nombre de SNe Ia normales. De même [Sternberg et al. \(2011\)](#) ont détecté des structures décalées vers le bleu, qui pourraient indiquer une éjection de gaz. Et enfin, dans le cas de PTF 11kx, [Dilday et al. \(2012\)](#) trouvent une structure qui s'interprète très bien comme des éjecta interagissant avec plusieurs couches successives de matière circum-stellaire, qui pourraient correspondre aux éjecta des novae récurrentes ayant précédé la supernova.

### 2.1.1.4 Mode de combustion

Quel que soit le chemin évolutif, si la naine blanche approche  $M_{ch}$ , la compression devrait initier la combustion dans le cœur et, après quelques centaines d'années de convection, un front de combustion thermonucléaire devrait apparaître dans la région centrale. Deux modes sont possibles (voir §3) : la déflagration, mode subsonique se propageant par conduction thermique et la détonation, mode supersonique consistant en une onde de choc allumant les réactions thermonucléaires sur son passage. Cependant, la position et la géométrie de la zone d'ignition restent mal contraintes de même que le mode de propagation. En effet la phase de frémissement ou d'incubation convective est une étape complexe couplant convection et combustion. De plus, au moment de l'ignition, on passe d'un processus lent, la convection, à un processus dynamique : déflagration ou détonation. Physiquement, seuls ces deux modes de combustion sont possibles. Cependant, ils sont qualitativement très différents : une déflagration est subsonique et laisse donc le temps à la naine blanche de se dilater pour s'adapter à la libération d'énergie nucléaire, en revanche une détonation étant supersonique, la naine blanche très compacte est entièrement brûlée avant d'avoir eu le temps de se dilater. Et cela a des conséquences importantes sur les densités auxquelles se déroule la combustion, ce qui aura ensuite un effet sur les produits nucléosynthétiques de cette combustion.



En effet, les taux de réactions thermonucléaires sont proportionnels au carré de la densité et ainsi, à mesure que la densité décroît, les réactions sont de plus en plus lentes et les zones de réactions de plus en plus longues (voir §3.1). La combustion du mélange carbone-oxygène d'une naine blanche a toujours lieu en trois étapes : d'abord la combustion du carbone, ensuite celle de l'oxygène qui produit du silicium et enfin ce dernier brûle pour donner du nickel. Ces trois étapes ont des temps caractéristiques de réaction de plus en plus longs. En dessous d'une certaine densité, la combustion du silicium est tellement longue, qu'il n'a pas le temps de brûler avant que l'expansion provoqué par la combustion n'éteigne les réactions. À des densités inférieures à  $\sim 5 \times 10^7 \text{ g cm}^{-3}$ , la combustion produit donc du  $^{28}\text{Si}$ , à cause de sa combustion incomplète. Aux densités élevées, supérieures à  $\sim 1 \times 10^8 \text{ g cm}^{-3}$ , les réactions sont assez rapides pour atteindre l'équilibre nucléaire statistique, en moins de un mètre derrière la flamme.

Or dans le scénario d'accrétion, au moment de l'ignition, la naine blanche est la plus massive possible et donc très dense : la majorité de sa masse se trouve à des densités supérieures à  $1 \times 10^8 \text{ g cm}^{-3}$ . Arnett (1969) a montré que cela excluait le scénario de détonation pure. En effet, si la combustion démarre en mode détonation, alors l'étoile n'a pas le temps de se dilater et la combustion n'a lieu qu'à densité élevée et le mélange C+O est entièrement brûlé en  $^{56}\text{Ni}$ . Cela ne correspond pas du tout aux spectres, qui présentent des raies d'éléments intermédiaires, tels que le silicium et le soufre. La détonation pure pêche par la nucléosynthèse, mais en revanche l'étoile est violemment déliée et l'explosion est suffisamment énergétique. De leur côté, les modèles de déflagration pure ne libèrent pas assez d'énergie, car, à cause du développement d'instabilités hydrodynamiques, notamment Rayleigh-Taylor, la flamme ne brûle qu'une faible partie du combustible. Toutefois, le modèle de déflagration accélérée par la turbulence, peut mener à l'explosion de la naine blanche (Röpke *et al.*, 2007), mais il reste trois problèmes de taille :

1. L'explosion reste de faible énergie et dépend de la géométrie de l'ignition,
2. il reste du carbone non brûlé,
3. les éléments intermédiaires ont une vitesse trop importante.

Par contre, la déflagration étant subsonique, la naine blanche se dilate, sa densité diminue et la combustion produit bien les éléments intermédiaires requis par les observations.

Le scénario de détonation retardée (Khokhlov, 1991) a ainsi été proposé pour combiner les avantages de ces deux modes de combustion. Dans ce scénario, une déflagration initialement lente est accélérée par les instabilités et la turbulence jusqu'à se transformer en détonation. Cette première phase permet la dilatation de l'astre nécessaire pour obtenir la bonne nucléosynthèse finale, tandis que la phase suivante de détonation permet d'incinérer tout le combustible restant, réussissant ainsi à délier l'étoile pour obtenir une explosion saine avec l'énergie typique de  $1,5 \times 10^{51} \text{ erg}$  et des vitesses des éjecta de plus de  $10\,000 \text{ km s}^{-1}$ . Gamezo *et al.* (2005) ont montré que si cette transition avait lieu environ 1,5 s après l'ignition, alors les observables correspondaient aux observations. Jackson *et al.* (2010) ont fait une étude paramétrique d'explosion en fonction de la densité de cette transition, ils ont trouvé  $\rho_{DDT} = 6,8 \times 10^6 \text{ g cm}^{-3}$ .

Le problème du scénario de détonation retardée est le processus d'ignition d'une détonation après une phase de déflagration. Ce processus, appelé Transition Déflagration-Détonation (TDD) est connu sur Terre (voir §4.1). Par exemple, lors d'un accident dans une centrale nucléaire, si

de l'eau rentre en contact avec le combustible, il se dégage de l'hydrogène qui peut ensuite s'enflammer. La combustion débute par une déflagration, mais les nombreuses interactions de la flamme avec des obstacles génèrent de la turbulence qui va accélérer la flamme. De plus, dans ces milieux confinés, à mesure que la flamme accélère, la pression augmente accélérant encore la flamme. Finalement, la déflagration peut atteindre des vitesses soniques sans toutefois se transformer en détonation. Ce fut le cas lors de l'accident de Three Miles Island aux États-Unis, où plusieurs pics de pression furent enregistrés (Ciccarelli et Dorofeev, 2008). Heureusement, ceux-ci n'étaient pas assez forts pour endommager la structure. En revanche si la déflagration s'était transformée en détonation, il est probable que le confinement aurait été endommagé, car la surpression est beaucoup plus importante pour une détonation. Le même mécanisme se retrouve pour les coup de grisou, où le combustible est alors le méthane qui s'échappe des couches de charbon. Dans ces deux cas, la TDD est rendue possible, ou au moins grandement favorisée, par le confinement du gaz, qui permet à la pression d'augmenter et aux chocs d'interagir (Khokhlov *et al.*, 1999; Oran et Gamezo, 2007). En revanche, dans le cas des supernovæ, le milieu est totalement non-confiné et la transition doit avoir lieu sans interactions extérieures, ce qui fait que cette transition reste très incertaine en géométrie sphérique non-confinée. Cependant, un certain nombre de scénarios ont été imaginés pour obtenir des conditions favorables à une détonation, voir section 4.2.

#### 2.1.1.5 Avantages et défauts du scénarios d'accrétion

Finalement, ce scénario d'accrétion présente de nombreux avantages et repose sur un mécanisme d'ignition robuste. De plus, le modèle de détonation retardée reproduit correctement les propriétés générales des supernovæ. Par exemple, Hillebrandt *et al.* (2013) ont utilisé l'état final d'une détonation retardée, une fois l'explosion relaxée en une expansion homologue, comme données d'entrées pour un code de transfert radiatif qui génère les observables d'une SN Ia : spectres et courbes de lumières. Les courbes de lumières et les spectres se comparent très bien aux observations. Le problème qui demeure est la physique de l'accrétion et notamment de savoir s'il est effectivement possible d'atteindre la masse de Chandrasekhar. Cela mène au problème majeur du scénario d'accrétion pour les supernovæ thermonucléaires : leur taux d'occurrence. Dans les études de synthèse de populations de binaires (Nelemans *et al.*, 2013), il semble ressortir que la fraction de systèmes binaires atteignant la masse de Chandrasekhar par accrétion soit trop faible, donnant un taux de supernova de deux à dix fois plus faible que le taux observé. De même, la distribution du taux de supernova en fonction du délai  $\Delta t$  entre l'épisode de formation d'étoile et l'explosion ne correspond pas aux observations d'une distribution en  $\sim \Delta t^{-1}$  (Maoz *et al.*, 2012). Cependant, récemment, Starrfield *et al.* (2012) affirment à l'aide de simulations 1D de la phase d'accrétion et de combustion, que les novæ récurrentes n'éjecteraient que peu de masse, permettant la croissance du coeur de C+O. Ce qui remettrait en cause les efficacités de rétention de l'hydrogène, utilisées dans les codes d'évolution de binaires qui essayent de prédire les taux d'occurrence. De même, lorsqu'on tient compte de la rotation, la gamme de paramètres où l'accrétion est efficace est encore élargie (Yoon *et al.*, 2004). Ainsi, en tenant compte de ces études récentes, le taux d'occurrence serait augmenté et peut-être cohérent avec les observations. Ce scénario a donc encore de nombreux atouts et il demeure le plus étudié et le plus mûr en ce

qui concerne la modélisation de l'explosion.

### 2.1.2 Détonation double

Une alternative intéressante serait que l'ignition ait lieu avant d'atteindre la masse critique de Chandrasekhar. En effet, cette masse est seulement la limite théorique de stabilité d'un astre auto-gravitant soutenu par la pression de dégénérescence des électrons. Mais rien n'empêche l'emballement thermonucléaire du mélange C+O dégénéré de la naine blanche si un autre mécanisme d'ignition est à l'œuvre. Dans ce scénario, l'ignition du coeur de carbone et d'oxygène se ferait après accumulation d'une importante couche d'hélium qui s'allumerait violemment en détonation et qui déclencherait ensuite la détonation du coeur. Pour cela, il faut une accrétion assez lente ( $\dot{M}_{He} < 10^{-8} M_{\odot} \text{ an}^{-1}$ ) pour que le chauffage par compression soit assez faible pour permettre l'accumulation d'une couche importante d'hélium. La détonation d'hélium se propage jusqu'au coeur de C+O et peut y initier directement une détonation de C+O. Dans le cas contraire, elle transmet au coeur une onde de choc presque sphérique qui pourrait initier une détonation au point de convergence de l'autre côté de l'étoile (Fink *et al.*, 2010).

Sim *et al.* (2010) ont montré que la détonation d'un coeur de C+O de masse inférieure à  $M_{ch}$  produit des abondances et des observables assez similaires à celles d'une SN Ia. En effet la densité n'étant pas aussi extrême que dans une naine blanche proche de la masse de Chandrasekhar, la combustion a lieu à la fois aux densités suffisantes pour produire le  $^{56}\text{Ni}$  et aux densités plus faibles nécessaires pour la synthèse des éléments intermédiaires. De plus, ces systèmes n'ayant pas à atteindre la masse de Chandrasekhar, l'accrétion n'a pas à être aussi efficace et ils sont ainsi beaucoup plus nombreux. Selon Ruiter *et al.* (2011), ces systèmes pourraient rendre compte du taux d'occurrence des supernovæ dans la Galaxie. De plus, leur distribution de temps de retard serait aussi en loi de puissance, même si l'index serait 2 alors que les observations donnent plutôt 1, 2 (Maoz *et al.*, 2010).

Le problème de ce modèle est la couche d'hélium nécessaire à l'ignition d'une détonation. Elle doit être suffisamment massive pour détoner, mais si elle est trop massive, elle aura un impact néfaste sur les observables. Ainsi Hoefflich et Khokhlov (1996) et Nugent *et al.* (1997) ont considéré des modèles de détonation double avec une couche d'hélium de 0, 2  $M_{\odot}$ . Dans ce cas, à cause de la production de nickel par la combustion de l'hélium, les spectres sont trop bleus, trop rapides et il n'y a pas de raies des éléments intermédiaires. Dans les années 90, on estimait qu'il fallait une couche massive pour initier une détonation d'hélium suffisamment puissante pour faire détoner le coeur de carbone. Mais récemment, Bildsten *et al.* (2007) et Shen *et al.* (2010) ont montré que l'ignition pouvait avoir lieu dans une couche de 0, 05  $M_{\odot}$ , si le coeur de carbone est suffisamment massif. Selon les gradients de température, cette ignition pourrait mener à une suppression suffisante pour une détonation d'hélium. Enfin Fink *et al.* (2010) ont étudié l'initiation d'une détonation dans des couches d'hélium de 0, 126 à 0, 0035  $M_{\odot}$  sur des coeurs de 0, 810 à 1, 385  $M_{\odot}$ . Ils trouvent que la détonation d'hélium permet toujours la détonation du coeur après convergence du choc généré par la détonation d'hélium et ce pour différentes géométries d'ignition. Ainsi, si l'on considère la limite de 0, 05  $M_{\odot}$  calculée par Woosley et Kasen (2011), pour la masse maximale d'une couche d'hélium qui ne perturbe pas les observables, le seul problème restant est l'ignition initiale de la détonation d'hélium pour des couches de faible

masse  $< 0,05 M_{\odot}$ .

Selon le mécanisme d'ignition de Zel'dovich (voir partie 4.1.3), on aura initiation d'une détonation si la combustion s'allume dans un milieu, où les gradients de température sont assez faibles pour une température suffisamment élevée pour l'emballement thermonucléaire. Or les non-linéarités extrêmes des taux de combustion vont tendre à produire de forts gradients de température. Il faut donc un mécanisme de mélange très efficace aux petites échelles. Dans le cas de la couche d'hélium, le plus efficace est le mélange dû à la convection. C'est elle qui détermine les gradients de température qui vont déterminer si la combustion débute en déflagration ou en détonation. Pour une détonation, Woosley et Kasen (2011) trouvent qu'il faut une densité de  $\rho \sim 2 \times 10^6 \text{ g cm}^{-3}$ . Il est donc possible que la plupart de ces explosions soient des déflagrations. Bildsten *et al.* (2007) et Fink *et al.* (2010) ont montré qu'on pouvait avoir une détonation, même pour des petites masses d'hélium. Cependant, l'ignition consistait en un point chaud, où le combustible frais a été artificiellement et instantanément transformé en cendres chaudes. Or il est beaucoup plus difficile d'initier une détonation avec un gradient de température résolu et résultant d'un calcul d'évolution stellaire crédible, que de montrer qu'une fois initiée la détonation peut se propager à travers l'étoile. D'autre part, en tenant compte de la rotation de la naine blanche induite par l'accrétion, Yoon et Langer (2004a) ont trouvé que l'enveloppe d'hélium était efficacement chauffée par la viscosité et la rotation différentielle des couches accrétées. En conséquence de quoi, l'hélium s'enflamme plus tôt, dans des conditions moins dégénérées. Ce qui tend à engendrer une déflagration plutôt qu'une détonation, et donne une nova plutôt qu'une supernova par détonation double. Dans ce cas, on suivrait le canal décrit précédemment, qui mènerait finalement à l'ignition centrale.

Ce scénario sub- $M_{ch}$  est physiquement réaliste et il existe des progéniteurs connus : les AM CVn, qui semblent être assez fréquents, avec une distribution des temps de délai en loi de puissance. De plus, ce scénario propose une explication élégante à l'absence d'hydrogène ainsi qu'à la dispersion des courbes de lumières, le paramètre étant la masse de la naine blanche. La nucléosynthèse serait même meilleure que pour le scénario de détonation retardée (Woosley et Kasen, 2011). Un des problèmes majeurs reste l'ignition d'une détonation dans des couches d'hélium peu massives. En effet, celle-ci repose sur le mécanisme des gradients de Zel'dovich (voir §4.1.3), qui est peu étudié et peu contraint pour un combustible d'hélium. Si la combustion débute en détonation, alors un autre problème important concerne l'enveloppe d'hélium et sa combustion qui pollue les spectres. Elle doit être peu massive ( $< 0,05 M_{\odot}$ ), et il faut aussi qu'elle ne soit pas purement composée d'hélium. Kromer *et al.* (2010) ont montré que l'adjonction d'un peu de carbone, par exemple à travers la convection à la base de la couche d'hélium, permettait d'obtenir des observables correctes.

### 2.1.3 Coalescence de deux naines blanches

Un dernier scénario qui pourrait mener à une supernova thermonucléaire est la fusion de deux naines blanches de carbone et d'oxygène, dont la masse totale dépasse la masse de Chandrasekhar (Iben et Tutukov, 1984; Webbink, 1984). Ce scénario, dit *Double Degenerate* (DD), est le challenger du scénario d'accrétion ou *Single Degenerate* (SD). Il faut tout d'abord que l'évolution des binaires mènent à la formation de deux naines blanches en orbite proche pour

que l'émission d'ondes gravitationnelles conduise à leur coalescence en un temps suffisamment court. Au cours de cette phase finale, la naine blanche la moins massive remplit son lobe de Roche puis est accrétée par la plus massive. Dans la version standard de ce scénario, la moins massive est même détruite puis accrétée au travers d'un disque. Ensuite on rejoint le chemin évolutif du scénario d'accrétion, où le chauffage compressionnel allume une déflagration centrale à l'approche de la masse de Chandrasekhar. Déflagration qui doit ensuite se transformer en une détonation pour reproduire correctement les observations. Le principal avantage de ce scénario est que le taux de collision de deux naines blanches est élevé et serait même supérieur au taux de supernovæ dans la Galaxie,  $\nu_{gal}$  (Ruiter *et al.*, 2009). D'autre part la distribution des délais entre la formation stellaire et l'explosion est naturellement une loi de puissance en  $t^{-1}$  et correspond donc aux observations. Le problème de ce scénario est d'éviter l'effondrement gravitationnel de l'objet résultant de la coalescence, en évitant d'allumer une déflagration en surface.

Cependant, à partir d'observations des populations de systèmes doubles de naines blanches, Badenes et Maoz (2012) affirment qu'il faut considérer que toutes les fusions (même celles avec  $M_{tot} < M_{ch}$ ) mènent à une SN Ia pour atteindre les taux observés. À l'aide de simulations de populations de binaires, Toonen *et al.* (2012) trouvent en effet que la majorité des fusions ont une masse combinée inférieure à  $M_{ch}$ . Ainsi il n'est pas sûr qu'il y ait suffisamment de systèmes pour le scénario classique où  $M_{tot} > M_{ch}$ . Il a été proposé que les fusions sub-Chandrasekhar, pourraient augmenter le nombre de supernovæ pour atteindre les taux observés (van Kerkwijk *et al.*, 2010). Cependant, il est encore moins sûr que ces systèmes puissent mener à une explosion thermonucléaire.

### 2.1.3.1 Explosion ou effondrement

D'autre part, il semblerait que ce canal de formation mène à un effondrement gravitationnel plutôt qu'à une explosion (Saio et Nomoto, 1985). En effet durant le processus de fusion de deux naines blanches de masse totale supérieure à  $M_{ch}$ , il est probable que la moins massive soit détruite et accrétée par la plus massive. Il se forme alors un système primaire-disque dont l'évolution déterminera si la coalescence mène à une supernova ou non (Mochkovitch et Livio, 1990). Le disque formé par les débris de la moins massive serait accrété sur la primaire. Dans ce cas le maximum de température se situe à l'interface disque/NB et l'ignition se ferait à cet endroit dans le mode subsonique de déflagration. Dans ce cas la combustion est relativement lente et l'étoile est brûlée en une naine blanche O-Ne-Mg. À ces densités et avec une telle composition, les captures électroniques deviennent importantes et l'étoile s'effondre en étoile à neutrons (Miyaji *et al.*, 1980). Pour empêcher cet effondrement, il faut éviter l'initiation d'une déflagration en surface et pour cela, le taux d'accrétion doit être assez faible.

Piersanti *et al.* (2003) ont étudié l'effet de la rotation induite par l'accrétion rapide du disque formé par la secondaire. Ils avaient supposé que tout le moment cinétique était accrété. Dans ce cas l'effet combiné de l'accrétion et de la rotation est de dilater la surface et de la rendre non-liée gravitationnellement, ce qui ralentit l'accrétion subséquente. Ces effets réduisent le taux d'accrétion qui devient inférieur au taux critique d'ignition du carbone en surface. Ainsi, la naine blanche primaire pourraient accréter jusqu'à la masse de Chandrasekhar grâce aux effets de la rotation.

Cependant, certaines études montrent que, quand la surface tourne quasiment à la vitesse Keplerienne, du moment peut être transféré de l'étoile vers le disque et alors l'accrétion peut se poursuivre. Avec ce modèle on accrète plus de masse et on favorise l'ignition dans les couches externes. [Saio et Nomoto \(2004\)](#) ont montré, avec un modèle résolvant une équation de conservation du moment angulaire, qui intègre les différentes instabilités de [Yoon et Langer \(2004b\)](#), que la rotation retarde l'allumage de la combustion en surface, mais que le taux d'accrétion reste supérieur au taux critique, et que l'ignition en surface est inévitable.

[Yoon et al. \(2007\)](#) ont étudié la coalescence de deux naines blanches de CO de  $0,9 M_{\odot}$  et  $0,6 M_{\odot}$  avec un code SPH utilisant une équation d'état correcte et un réseau de réactions contenant les étapes depuis la combustion de l'hélium jusqu'à l'établissement de l'équilibre nucléaire statistique (voir §3.1). Le résultat d'une telle coalescence peut être approximé par une étoile de CO en rotation différentielle, avec un coeur froid en rotation lente et une enveloppe chaude en rotation rapide, le tout entouré d'un disque supporté par la force centrifuge. Ce résultat est en contradiction avec les modèles usuels, qui consistent en une naine blanche froide entourée d'un disque épais. Ensuite ils étudient l'accrétion lente de l'enveloppe et trouvent que l'ignition en surface peut être évitée malgré les taux d'accrétion considérables. Tout d'abord la température à l'interface coeur/enveloppe doit être inférieur au seuil d'ignition au moment de la coalescence. Ensuite la perte de moment angulaire ne doit pas être plus rapide que les pertes neutriniques à l'interface. Enfin le taux d'accrétion doit rester suffisamment faible :  $\dot{M} < 10^{-5} M_{\odot} \text{ an}^{-1}$ . Leurs résultats semblent indiquer qu'une partie au moins des coalescences de naines blanches conduirait à une SN Ia.

Ce scénario classique de fusion de deux naines blanches repose sur le fait que la température lors de la coalescence reste inférieure au seuil d'ignition du carbone. C'est effectivement le cas dans la coalescence étudié par [Yoon et al. \(2007\)](#), cependant le seuil est vraiment proche, et une fusion à plus grande masse produira probablement une ignition en surface. Cependant 30% des fusions super- $M_{ch}$  ont une masse  $< 1,5 M_{\odot}$ , ce qui conviendrait si on considère les taux de [Yungelson et al. \(1994\)](#). Cependant, de par la physique de l'accrétion choisie, leurs études sont très pessimistes pour le scénario d'accrétion (voir la figure 2.1(b)) et par conséquent très optimistes pour le scénario de coalescence.

Finalement, pour que ce scénario conduise à une supernova, il faut éviter l'ignition d'une déflagration en surface. La physique de la coalescence puis de l'accrétion étant très complexe, il n'y a pas de consensus sur cette question. Quoi qu'il en soit, si l'ignition est évitée, ce scénario rejoint le scénario SD avec l'avantage substantiel de n'avoir ni hydrogène ni hélium présent dans tout le système. Mais, comme le scénario SD, et pour les mêmes raisons, le scénario de coalescence nécessite une phase initiale de déflagration suivie d'une détonation, et donc un mécanisme de transition déflagration-détonation. Une autre possibilité qui a émergé récemment, consiste à éviter la formation du disque avec des paramètres orbitaux qui mènent à une coalescence violente.

### 2.1.3.2 Coalescence violente

Selon les paramètres du système binaire et notamment le rapport des masses, la coalescence peut être calme, comme décrit ci-dessus, ou alors très rapide et violente. Lorsque les masses sont proches,  $q = M_{acc}/M_{don}$  proche de 1, la fusion est dynamique et peut être suivie à l'aide



de simulations SPH. Ainsi Pakmor *et al.* (2010) ont étudié la fusion de deux naines blanches de  $0,9 M_{\odot}$  puis Pakmor *et al.* (2012) la fusion d'une primaire de  $1,1 M_{\odot}$  et d'une secondaire de  $0,9 M_{\odot}$ . Dans les deux cas, la coalescence est rapide et violente. Dans les dernières orbites la naine blanche secondaire est fortement déformée par les effets de marée et plonge sur la primaire. Au point de contact entre les deux naines blanches, le matériau est comprimé, ce qui mène à la formation d'un point chaud. À cet endroit les conditions thermodynamiques seraient propices au déclenchement d'une détonation.

A ce moment là, le résultat de la simulation SPH est projetée sur un autre code hydrodynamique capable de suivre flammes et détonations. Une fois initiée, la détonation incinère complètement la structure composée du reste des deux naines blanches. Il est important de noter que, dans ce cas, le processus de coalescence n'a eu quasiment aucun effet sur la primaire, qui a conservé sa structure initiale en densité. C'est un point crucial, car ainsi la détonation a lieu dans une naine blanche sub- $M_{ch}$ , pour laquelle une détonation pure produit la bonne nucléosynthèse. C'est la raison pour laquelle les deux modèles de masse totale  $1,8 M_{\odot}$  et  $2 M_{\odot}$  ne produisent pas une trop grande quantité de  $^{56}\text{Ni}$ . D'autre part la masse de la naine blanche primaire détermine directement la masse de  $^{56}\text{Ni}$  produite et donc la luminosité de la supernova. Ainsi le premier cas donne une explosion sous-lumineuse tandis que le deuxième produit une supernova normale. Cela donne une explication élégante de la diversité des SNe Ia et de la relation de Phillips. Selon Ruiter *et al.* (2013) la distribution de luminosité des coalescences violentes reproduit bien la distribution observée. Cela nécessite cependant que la primaire soit capable d'accréter une masse assez importante  $\sim 0,2 M_{\odot}$ , pour avoir une masse piquée vers  $\sim 1,1 M_{\odot}$ . En effet si la primaire a une masse de  $0,9 M_{\odot}$  alors il y a peu de  $^{56}\text{Ni}$  produit et l'explosion est sous-lumineuse. Cependant cette augmentation de masse de la primaire est obtenue de manière artificielle dans leurs simulations d'évolution de binaires. Enfin, Hillebrandt *et al.* (2013) ont utilisé l'état final pour générer les observables d'une SN Ia. Et malgré une masse totale importante ( $2 M_{\odot}$ ) les courbes de lumières et les spectres se comparent très bien aux observations.

Ce scénario de fusion violente a de nombreux avantages, notamment des explications élégantes pour l'absence d'hydrogène et d'hélium et de la diversité des SNe Ia. Cependant les restrictions nécessaires pour garantir la détonation, réduisent le nombre de systèmes progéniteurs. Même si Ruiter *et al.* (2013) affirment qu'il reste suffisant, Toonen *et al.* (2012) trouvent un taux trop faible, en utilisant un code d'évolution calibré sur les observations. Cependant, selon Pakmor *et al.* (2013), l'ajout d'une fine couche d'hélium permettrait l'ignition d'une détonation pour une gamme plus importante de paramètres orbitaux et donc d'augmenter les taux de formation. Cependant dans ces simulations numériques l'ignition d'une détonation est artificielle : dès qu'un seuil de température et densité est franchi, le code insère artificiellement une détonation qui, ensuite, se propage. En réalité l'ignition repose sur des mécanismes dont les échelles sont très inférieures à la résolution des meilleures simulations actuelles (et pour des années encore). Et donc ces critères ne garantissent pas l'ignition d'une détonation, dans le cadre d'une simulation hydrodynamique.

### 2.1.3.3 Coalescence sub- $M_{ch}$

D'après les observations et les modèles de populations, le nombre total de fusions super- $M_{ch}$  ne semble pas suffisant pour expliquer le taux d'occurrence de SNe Ia dans la galaxie. Il faudrait que presque toutes les coalescences mènent à une supernova, même celles dont la masse totale est inférieure à la masse de Chandrasekhar. Le problème de ces scénarios sub- $M_{ch}$  est l'ignition d'une détonation. En effet [Sim et al. \(2010\)](#) ont montré qu'une détonation pure dans une naine blanche C+O de masse inférieure à  $M_{ch}$ , produisait les bonnes observables. Cependant, la distribution de masse de la naine blanche la plus massive doit être piquée autour de  $M \sim 1,1 M_{\odot}$  pour produire une distribution de luminosité correcte.

Lors d'une coalescence, si l'une des naines blanche est significativement moins massive que l'autre, alors elle sera détruite et accrétée. La structure finale est un coeur plus froid et une enveloppe chaude. Dans cette configuration, si l'ignition est possible, ce sera probablement à l'interface coeur-enveloppe, menant à un effondrement. En revanche, si les deux naines blanches sont de masses presque égales, la structure finale est différente. La maximum de température est obtenu au centre [Lorén-Aguilar et al. \(2009\)](#). Le coeur rassemble la majorité de la masse et est entouré d'un disque dense partiellement dégénéré. Pour une fusion sub- $M_{ch}$ , la température est trop faible lors de la fusion pour initier une détonation. De plus la densité centrale est faible et une détonation aurait produit une explosion sous-lumineuse. Comme c'est le cas pour la fusion  $0,9 + 0,9 M_{\odot}$  de [Pakmor et al. \(2010\)](#).

[van Kerkwijk et al. \(2010\)](#) proposent que le chauffage compressionnel dû à l'accrétion rapide du disque initie une détonation centrale dans une structure de masse inférieure à  $M_{ch}$ . La structure étant plus chaude dans le coeur, l'ignition centrale serait favorisée par rapport à l'ignition en surface, qui doit être évitée. D'autre part, la compression permettrait d'avoir des densités centrales compatibles avec un événement de luminosité standard. Cependant, ce scénario est encore très spéculatif et repose sur certaines hypothèses quant à l'accrétion du disque et la structure du produit de la coalescence, qui doivent être validées. Enfin, comme il nécessite des masses similaires, les contraintes sur les systèmes binaires risquent de réduire le taux d'occurrence de supernovæ par ce mécanisme. Selon [Toonen et al. \(2012\)](#), limiter  $q \sim 1$ , ne laisse que 10 % du taux de SNe observée.

### 2.1.3.4 scénario alternatif : Core-Degenerate (CD)

Le principal problème du scénario de coalescence est l'ignition d'une déflagration en surface, qui entraîne un effondrement. Pour éviter cela, [Kashi et Soker \(2011\)](#) ont proposé le scénario *core-degenerate*. Dans ce scénario, une naine blanche d'une masse de Chandrasekhar ou plus est formée à la fin d'une période d'enveloppe commune, par la fusion d'une NB compagnon et du coeur d'une étoile massive de la branche asymptotique des géantes (AGB). Ce coeur doit être plus massif que la naine blanche pour que quand la fusion commence, il soit toujours plus chaud. Il peut alors être détruit et va former un disque d'accrétion autour de la naine blanche. La naine blanche étant moins massive, elle possède un puits gravitationnel plus faible et chauffe moins la matière accrétée, évitant ainsi l'ignition en surface ([Yoon et al., 2007](#)). Ainsi dans le cas d'une coalescence de masse supercritique, l'ignition a plus de chance d'avoir lieu au centre. Ensuite, cette nouvelle naine blanche en rotation rapide n'explose pas immédiatement, elle doit d'abord



ralentir sa rotation. Ce ralentissement serait principalement dû à l'effet du rayonnement d'un dipôle magnétique non-aligné avec l'axe de rotation.

**Livio et Riess (2003)** avaient déjà proposé le scénario de fusion d'une naine blanche et du cœur d'une AGB à la fin de la phase d'enveloppe commune, pour expliquer les rares SNe Ia dont les spectres montraient des raies de l'hydrogène. Dans ce cas, l'explosion suivait immédiatement la collision. Mais si une rotation importante pouvait retarder l'explosion (**Yoon et Langer, 2005**), alors ce scénario pourrait expliquer une SN Ia normale, car l'hydrogène de l'enveloppe commune aurait eu le temps de se disperser, comme dans le cas du mécanisme *spin-up/spin-down* du scénario d'accrétion.

D'autre part, ces événements sont nombreux ; **Tout et al. (2008)** ont estimé que les enveloppes communes résultent trois fois plus souvent en des fusions cœur-naine blanche qu'à des variables cataclysmiques ou des systèmes de deux naines blanches. Cependant, il y a trois ingrédients clefs dans ce scénario :

1. Le cœur chaud doit être plus massif que la naine blanche, ce qui signifie une inversion de masse, puisque la première naine blanche produite correspond à l'étoile initialement la plus massive.
2. La collision doit avoir lieu tant que le cœur est chaud ( $\sim 10^5$  ans).
3. Le délai entre collision et explosion doit pouvoir aller jusqu'à 10 milliards d'années.

Ainsi ces critères font que le taux d'occurrence de supernova par ce chemin évolutif semble être relativement faible. Selon **Meng et Yang (2012)** il serait au mieux de 1% du taux de supernovæ.

## 2.2 Contraindre le système progéniteur

Dans la partie précédente, nous avons expliqué comment chacun des trois scénarios principaux parvenait à reproduire les observables et propriétés générales des supernovæ thermonucléaires. D'après **Hillebrandt et al. (2013)**, ces trois scénarios donnent des luminosités correctes, une bonne nucléosynthèse stratifiée et des spectres contenant les raies caractéristiques. Cependant, comme nous en avons déjà discuté brièvement, ces chemins évolutifs nécessitent des progéniteurs différents : toujours une naine blanche de C+O, mais le compagnon varie : une étoile de la séquence principale, une géante rouge ou une étoile d'hélium pour le scénario d'accrétion, une étoile ou une naine blanche d'hélium pour le scénario de détonation double ou une autre naine blanche de C+O pour le scénario de coalescence. Contraindre le progéniteur, notamment à travers l'étude statistique des populations de binaires, pourrait départager ces trois scénarios. D'autres observations ponctuelles peuvent apporter des indications, mais elles n'ont pas le même poids vu qu'elles ne concernent que des exemples particuliers.

### 2.2.1 Contraintes statistiques : taux d'occurrence

Une contrainte importante est le taux de supernovæ dans la Galaxie. Le système progéniteur doit être suffisamment courant pour expliquer le nombre de supernovæ observées. Dans la Voie Lactée il serait de (**Cappellaro et al., 1999**) :

$$\nu_{gal} \sim 4 \times 10^{-3} \pm 2 \text{ an}^{-1}, \quad (2.1)$$

ce qui donnerait une supernova tous les 250 ans. De nombreux groupes essaient de caractériser les différents scénarios de formation de supernova à l'aide d'études de synthèse de population de binaires (BPS), en essayant de retrouver le taux de supernovæ galactique.

### 2.2.1.1 Scénarios d'accrétion

Dans le cadre du scénario d'accrétion, la modélisation est complexe car elle fait intervenir des mécanismes physiques peu contraints, notamment l'accrétion. Mais il ressort de nombreuses études, que dans ce scénario, le taux d'occurrence galactique est difficile à atteindre. Wang et Han (2012) ont calculé les taux de supernovæ pour chacun des trois canaux principaux caractérisés par le type d'étoile compagnon. Dans le canal principal l'astre compagnon est une étoile de la séquence principale. Il représente cependant moins de la moitié du taux galactique :  $\nu_{SP} \sim 1,8 \times 10^{-3} \text{ an}^{-1}$ . Une autre possibilité est que le compagnon soit une géante rouge, mais dans ce cas les taux sont faibles :  $\nu_{GR} \sim 3 \times 10^{-5} \text{ an}^{-1}$ . Le troisième canal consiste en une accrétion d'hélium et non d'hydrogène. Dans ce cas l'astre compagnon est soit une étoile d'hélium dont l'enveloppe d'hydrogène a été arrachée, soit une naine blanche d'hélium. Les taux pour ce canal sont plus faibles :  $\nu_{He} \sim 0,3 \times 10^{-3} \text{ an}^{-1}$ . Mais l'intérêt de ce canal d'accrétion d'hélium est qu'il permet d'obtenir des explosion rapides, dont le délai entre la formation stellaire et l'explosion est court :  $\tau_{délai} \sim 45 - 140 \text{ Man}$ . Les autres canaux ne peuvent obtenir cela, car les étoiles d'hélium sont massives et évoluent rapidement. Cette étude, parmi les plus optimistes, n'atteint que la moitié du taux galactique en combinant les trois types de compagnon possibles. Cependant ces études ne convergent pas encore, par exemple Ruiter *et al.* (2009) trouvent pour le canal SD, plus de 90 % de systèmes NB + RG, et un taux total très faible. Alors que des études antérieures, Belczynski *et al.* (2005) avaient trouvé que pour un choix différents de paramètres ( $\alpha = 0,3$ , voir la signification de  $\alpha$  dans la section 2.2.1.4), les scénarios de donneur non-dégénéré pouvait potentiellement expliquer le taux. L'inclusion d'un vent optiquement épais (Hachisu *et al.*, 2008) pourrait permettre d'augmenter notablement le taux lorsque l'interaction se fait avec une géante rouge. En effet ce vent permet d'évacuer les excès d'hydrogène à très fort taux d'accrétion et d'éviter la formation d'une enveloppe commune. Cela a pour effet d'élargir l'espace des paramètres menant à l'explosion. De cette manière Hachisu *et al.* (2008) obtiennent un taux  $\nu_{SP} \sim 4 \times 10^{-3} \text{ an}^{-1}$  et  $\nu_{GR} \sim 1 \times 10^{-3} \text{ an}^{-1}$ . Mais ce taux est probablement nettement surestimé. L'inclusion de la rotation pourrait elle aussi élargir l'espace des paramètres orbitaux menant à l'explosion (Yoon *et al.*, 2004).

Ainsi dans le cadre du scénario où il faut atteindre la masse critique de Chandrasekhar, les taux de formation semblent être un peu trop faibles. Cela vient du fait qu'une naine blanche standard de carbone-oxygène naît avec une masse typique de  $0,7 M_{\odot}$ . Elle doit doubler sa masse par accrétion pour atteindre  $M_{ch}$ , ce qui n'est pas facilement réalisable. C'est l'intérêt du modèle sub-Chandrasekhar de détonation double, qui n'a pas besoin d'atteindre la masse critique  $M_{ch}$  pour initier la combustion. Dans ce modèle, la condition d'explosion est d'accumuler  $0,1 M_{\odot}$  d'hélium. Cette condition étant plus facilement réalisable, ces progéniteurs sont plus fréquents et produisent un taux d'occurrence de supernova plus élevé. Selon l'étude de Ruiter *et al.* (2009),

le taux d'occurrence correspondant à ce scénario serait de  $\nu_{2Det} \sim 2,6 \times 10^{-3} \text{ an}^{-1}$ , ce qui rentre mieux dans les barres d'erreur du taux galactique (eq. 2.1)

### 2.2.1.2 Scénario de coalescence

Dans le scénario standard de coalescence de naines blanches, les études supposent qu'une collision donne une supernova dès que la masse totale dépasse  $M_{ch}$ . Dans ce cas le taux de formation de supernova serait comparable à  $\nu_{gal}$  (Ruiter *et al.*, 2011). C'est l'intérêt du scénario DD par rapport au SD : il est plus fréquent. Ce résultat semble logique, car il est plus facile d'obtenir deux naines blanches de  $0,7 M_{\odot}$ , que de doubler la masse d'une naine blanche par accrétion. Cependant d'autres études ne trouvent pas un taux aussi grand. Par exemple, Toonen *et al.* (2012) trouvent un taux galactique synthétique de  $\nu_{DD} = 5,8 \times 10^{-4} \text{ an}^{-1}$ , ce qui est bien inférieur au taux observé. Ils en concluent que le scénario classique ( $M_{tot} > M_{ch}$ ) n'est pas le scénario principal. Cependant, il a été montré que dans le cas d'une coalescence classique, c'est une déflagration qui est initiée, auquel cas on observe un effondrement et non une explosion. Seule une gamme restreinte de paramètres permettait d'éviter l'effondrement. Notamment les collisions violentes, durant lesquelles la secondaire est directement accrétée sans former de disque, semblent initier des détonations (Pakmor *et al.*, 2011). Cependant les paramètres orbitaux nécessaires pour de telles collisions réduisent nettement le taux :  $\nu \sim 0,01\nu_{gal}$  (Meng et Yang, 2011).

Comme pour le cas du scénario d'accrétion, on peut considérer les collisions sub- $M_{ch}$  pour augmenter le nombre d'événements. Mais là encore il faut restreindre les paramètres orbitaux pour obtenir une explosion. Ainsi, selon Toonen *et al.* (2012), le taux de formation du canal proposé par van Kerkwijk *et al.* (2010) est du même ordre que le taux du canal DD classique, et même la combinaison des deux reste insuffisante. Pour que le taux de formation de supernovæ soit suffisant dans le cas des fusions de naines blanches, il faudrait aussi inclure les fusions CO+He. Ils en concluent que même si la distribution des temps de délai pour ce scénario correspond de manière surprenante aux observations (voir section suivante et figure 2.2), la normalisation ne correspond pas bien. Ruiter *et al.* (2013) ne sont pas aussi catégoriques, ils ont étudié en détail le scénario de collision violente et donnent un critère d'ignition de détonation pour  $q > 0,8$ , avec lequel ils obtiennent des taux corrects et une distribution de luminosité comparable aux observations. Leurs taux sont en fait un peu plus faibles que les observations, mais ils expliquent que si le scénario de collision violente est bien le contributeur majoritaire, d'autres collisions peuvent aussi résulter en une supernova et contribuer aux taux globaux pour aboutir à une valeur correcte. Cependant, leur modèle de population permet à la primaire de gagner quelque  $\sim 0,2 M_{\odot}$ , ce qui reste à justifier.

Enfin, Badenes et Maoz (2012) ont estimé observationnellement que les collisions de naine blanche super- $M_{ch}$  dans notre galaxie n'était pas assez fréquentes pour expliquer le taux de SNe Ia par le scénario de fusion. Cette étude est fondée sur un échantillon de 4000 NB du Sloan Digital Sky Survey pour contraindre les propriétés de la population galactique de binaires et en déduire leur taux de collision. Ils trouvent  $\nu_{M_{ch}} \sim 0,4 \times 10^{-3} \text{ an}^{-1}$  ce qui est dix fois moins que le taux galactique de supernovæ thermonucléaires. En revanche si on considère toutes les collisions, même celles dont la masse totale reste inférieure à  $M_{ch}$ , alors  $\nu \sim 5,1 \times 10^{-3} \text{ an}^{-1}$ , ce qui est alors du même ordre que le taux de supernovæ galactique.

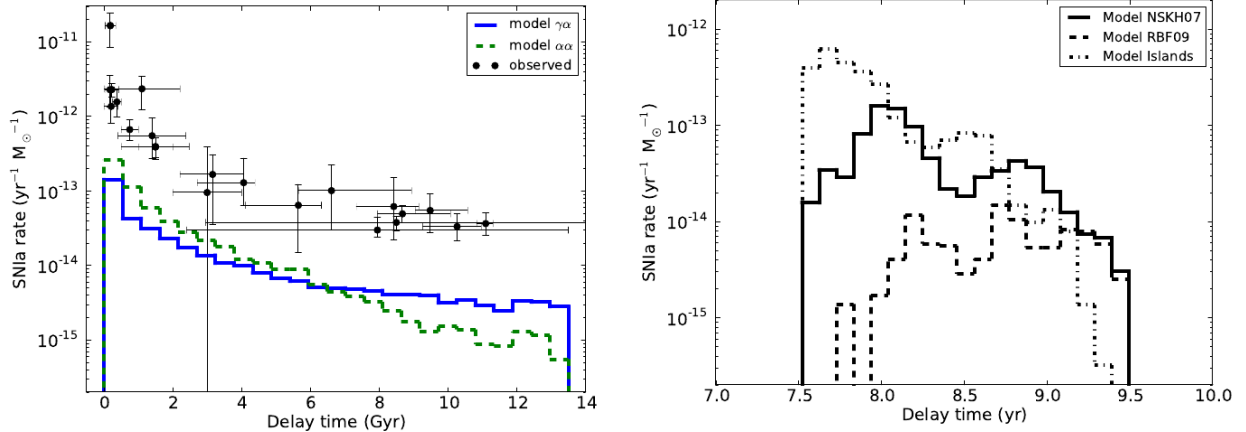


FIGURE 2.2 – **A gauche** : DTD tiré de [Toonen et al. \(2012\)](#) pour le scénario DD. Ce scénario reproduit naturellement une DTD en loi de puissance. En revanche la normalisation semble trop faible. **A droite** : DTD pour le scénario SD tiré de [\(Bours et al., 2013\)](#). Les différentes courbes correspondent à différent paramétrage de la physique de l'accrétion. Selon ce choix, la distribution peut être assez plate (tiret) ou en loi de puissance pour le Model Islands.

### 2.2.1.3 Distribution des Temps de Délai (DTD)

Une contrainte plus générale inclue aussi le délai entre la formation du système binaire et l'explosion. Ce temps est lié au temps caractéristique d'évolution nucléaire des étoiles ainsi qu'à celui d'évolution des binaires. Cette distribution des temps de délai ou *delay time distribution* peut contraindre nettement plus les modèles. En effet le taux d'explosion ci-dessus est simplement l'intégrale de cette distribution. Des observations récentes de [Maoz et al. \(2012\)](#), ont confirmé que cette distribution décroît avec le temps comme  $1/t$ . D'autre part, certains auteurs affirment que cette distribution serait bimodale, avec 50% de SNe rapides, avec  $\tau_{\text{délai}} < 400$  Man et 50% de SNe longues, avec  $\tau_{\text{délai}} \sim 2,4$  Gan ([Ruiter et al., 2011](#)). Cette bimodalité pourrait traduire deux mécanismes d'explosion ou deux populations différentes. La moitié de supernovæ rapides, plus lumineuses et dont les courbes de lumière déclinent plus lentement, correspondrait aux populations stellaires jeunes. L'autre moitié serait des supernovæ à long délai, qui seraient moins lumineuses et déclindraient plus vite.

Il semblerait que les scénarios de coalescence soient en bon accord avec une  $\text{DTD} \propto t^{-1}$ , comme on le voit sur la figure 2.2(a). Cela découle naturellement de la distribution des séparations orbitales ( $a$ ) initiales en  $1/a$  et du fait que le principal délai est du à l'émission d'ondes gravitationnelles, dont l'échelle de temps caractéristique est  $\tau_{\text{GW}} \propto a^4$ . On a donc naturellement une loi de puissance et :

$$\frac{dN}{dt} = \frac{dN}{da} \frac{da}{dt} = a^{-1} \frac{da}{dt} = (t^{1/4})^{-1} t^{-3/4} = t^{-1}.$$

La distribution des délais pour le scénario d'accrétion est beaucoup plus disparate et dépend

fortement du choix de la physique de l'accrétion. Mais, de manière générale, la DTD est plutôt plate et présente souvent une absence de population rapide. La figure 2.2(b) regroupe des DTD obtenues pour différents paramétrage physiques. Cette absence pourrait être corrigée par le canal d'accrétion d'hélium qui produit des explosion rapide. Cependant [Hachisu \*et al.\* \(2008\)](#) ont introduit l'effet d'un vent optiquement épais, émis par la naine blanche à forts taux d'accrétion. En considérant également l'effet de ce vent sur l'étoile compagne, ils trouvent un taux d'occurrence suffisant et une DTD en loi de puissance pour le scénario d'accrétion. D'autre part ce vent permet d'éviter l'enveloppe commune pour des compagnons plus massifs et qui évoluent donc plus rapidement, ce qui expliquerait, selon les auteurs, les supernovæ rapides. De plus, dans leur modèle, le canal NB+SP correspond à une population rapide dont le pic de la distribution est autour de 100 Man tandis que le canal NB+GR donne une population plus lente et très largement étalée autour de 3 Gan. En revanche ils trouvent une masse importante d'hydrogène dans le milieu circum stellaire, ce qui nécessite d'invoquer un scénario *spin-up/spin-down* pour expliquer l'absence d'hydrogène dans les spectres.

Enfin, [Ruiter \*et al.\* \(2011\)](#) a étudié le canal sub- $M_{ch}$ , pour lequel le critère d'explosion est la masse d'hélium accumulée et non la masse totale. Ce critère étant nettement plus facile à remplir, ces progéniteurs seront beaucoup plus fréquents. Leur distribution de délai est bimodale avec des événements rapides correspondant aux étoiles d'hélium, et des explosion à long délai correspondant à l'accrétion depuis une naine blanche d'hélium. Cette composante à long délai décroît en loi de puissance, mais l'index semble plus proche de -2 que de -1. Cependant ce scénario reproduit quand même une loi de puissance, ainsi le canal détonation double est prometteur.

#### 2.2.1.4 Binary Population Synthesis (BPS) :

Ces études de synthèse de population de binaires sont paramétrées et selon le choix de ces paramètres, peu contraints physiquement, les résultats peuvent être tout à fait différents. Deux mécanismes sont particulièrement sources d'incertitudes : l'accrétion et l'accumulation de matière sur la naine blanche et l'étape d'enveloppe commune, quand le transfert de masse dans la binaire est instable.

**Enveloppe commune :** Cette étape, encore jamais observée parce qu'elle est trop courte, résulte de l'accrétion instable de l'enveloppe d'une des deux étoiles, lorsqu'elle remplit son lobe de Roche. Cette accrétion instable mène à la formation d'une enveloppe au coeur de laquelle se trouvent les deux étoiles. L'éjection de cette enveloppe prélève de l'énergie et du moment cinétique au système binaire. C'est en faisant un bilan d'énergie (formalisme  $\alpha$ ) ou un bilan de moment cinétique (formalisme  $\gamma$ ) que les codes d'évolution de binaires traitent cette étape. La modélisation classique est le formalisme  $\alpha$  : l'enveloppe emporte l'énergie orbitale selon :

$$\frac{GMM_e}{\lambda R} = \alpha \left( \frac{GM_c m}{2a_f} - \frac{GMm}{2a_i} \right),$$

où  $M$  est la masse du donneur,  $M_c$  la masse de son coeur,  $M_e$  la masse de son enveloppe (qui est l'enveloppe commune) et  $m$  la masse du compagne. Le terme de gauche correspond à l'énergie de liaison de l'enveloppe, avec  $R$  le rayon de l'étoile donneuse et  $\lambda$  un paramètre structurel de

l'enveloppe. Le terme de droite correspond à la variation d'énergie orbitale due à l'expulsion de l'enveloppe commune. Le paramètre  $\alpha$  est l'efficacité énergétique de cette expulsion : pour  $\alpha = 1$  l'éjection de l'enveloppe coûte une fois son énergie de liaison et pour  $\alpha = 0,25$  l'éjection de l'enveloppe coûte 4 fois son énergie de liaison. Ces deux paramètres sont peu contraints et généralement les incertitudes sont regroupées dans le produit  $\alpha\lambda$ , dont la valeur varie entre 0,1 et 3 selon les études. Quoiqu'il en soit, l'éjection de l'enveloppe commune se traduit toujours par une diminution de l'énergie orbitale et donc de la séparation orbitale entre les deux étoiles, mais plus ou moins selon les choix.

Une autre paramétrisation a été introduite par [Nelemans et al. \(2000\)](#) pour mieux correspondre aux observations de populations de doubles naines blanches. Cette paramétrisation se base sur un bilan de moment cinétique :

$$\frac{\Delta J}{J} = \gamma \frac{M_e}{M + m},$$

où  $J$  est le moment cinétique de la binaire et  $\Delta J$  est le moment emporté avec l'enveloppe. [Ruiter et al. \(2011\)](#) ont étudié plusieurs paramétrisations de l'étape d'enveloppe commune : deux modèles utilisant le formalisme  $\alpha$  ( $\alpha\lambda = 1$  ou  $\alpha\lambda = 0,125$ ) et un utilisant le formalisme  $\gamma$ . Seul le cas  $\alpha\lambda = 1$  produit un nombre substantiel de supernovæ. Pour le cas  $\alpha\lambda = 0,125$ , la séparation après la phase d'enveloppe commune est beaucoup plus faible et bon nombre de coalescences coeur - NB ont lieu dans l'enveloppe commune et ne mènent pas à des supernovæ. Pour le formalisme  $\gamma$ , au contraire, après cette étape, l'orbite est encore plutôt large et beaucoup de paires sont alors trop éloignées pour interagir. Au delà de l'effet global sur les taux, le choix de ces paramètres joue aussi sur la proportion des différents canaux. Ainsi la réduction de l'efficacité d'expulsion de l'enveloppe de  $\alpha = 1$  à  $\alpha = 0,5$ , diminue le nombre de DD par deux mais multipliait celui des SD par trois ([Ruiter et al., 2009](#)). Cela vient du fait qu'après la phase d'enveloppe commune, les séparations orbitales sont plus grandes, ce qui défavorise le scénario DD qui nécessite des binaires relativement proches.

Enfin, [Toonen et al. \(2012\)](#) proposent un modèle  $\alpha\gamma$  qui combine les deux différentes paramétrisations de l'étape d'enveloppe commune. Ce modèle à l'avantage de décrire correctement la population observée de binaires constituées de deux naines blanches. L'utilisation du seul formalisme  $\alpha$  donne des résultats incohérent vis à vis des observations. Les différences induites par ce modèle sont visibles sur la figure [2.2\(a\)](#).

**Efficacité d'accrétion :** Enfin, la physique intervenant dans l'évolution est elle aussi peu contrainte, particulièrement en ce qui concerne l'efficacité de rétention de la matière accrétée. Lorsque la matière riche en hydrogène est transférée à la surface de la naine blanche, elle forme une couche dont l'évolution dépend du taux d'accrétion :  $\dot{M}_H$ . Cette couche évolue selon trois régimes possibles déterminés par le taux d'accrétion et séparés par deux valeurs : le taux d'accrétion critique ( $\dot{M}_{cr}(M_{NB})$ ) et hydrostatique  $\dot{M}_{hs}(M_{NB})$ . Cette dernière valeur correspond, au seuil en dessous duquel l'hydrogène ne brûle pas immédiatement. Au contraire il s'accumule en une couche plus ou moins importante, jusqu'à ce que la pression et la température à la base de cette couche soient suffisamment élevées pour permettre l'ignition de l'hydrogène. L'ignition de cette couche d'hydrogène résulte en une nova ([Starrfield et al., 1972](#)), dont la puissance



dépend de la masse accumulée, celle-ci dépendant du taux d'accrétion. On définit l'efficacité d'accumulation ou de rétention de l'hydrogène par :

$$\eta_H = \frac{\dot{M}_{He}}{\dot{M}_H},$$

qui correspond à la fraction de la masse d'hydrogène accrétée transformée en hélium et conservée à la surface de la naine blanche. Dans le régime des novae ( $\dot{M}_H < \dot{M}_{hs}$ ), seule une partie de la couche d'hydrogène est retenue après l'explosion et donc  $\eta_H < 1$ . Pour des novae violentes, non seulement la totalité de la couche d'hydrogène est expulsée, mais elle emporte avec elle une partie de la naine blanche ; on a alors  $\eta_H < 0$ . Ensuite, pour des taux d'accrétion intermédiaires ( $\dot{M}_{hs} < \dot{M}_H < \dot{M}_{cr}$ ), toute la masse transférée par le compagnon est accrétée et brûlée de manière hydrostatique en hélium et  $\eta_H = 1$ . Enfin pour des taux forts ( $\dot{M}_H > \dot{M}_{cr}$ ), l'hydrogène brûle à un tel taux, qu'une structure similaire à une géante rouge se forme autour de la naine blanche. Si ce taux est maintenu suffisamment longtemps une enveloppe commune se forme. Cependant la combustion de H est suffisamment forte pour développer un vent (Kato et Hachisu, 1994). Ainsi une partie de la matière accrétée, correspondant au taux critique, s'accumule tandis que le reste, correspondant à  $\dot{M}_H - \dot{M}_{cr}$  sera expulsé, et donc  $\eta_H < 1$ . Ce vent pourrait avoir un effet sur le compagnon. Hachisu *et al.* (1999) ont développé un modèle où ce vent chauffe l'enveloppe, qui va se dilater et dont une partie sera arrachée par le vent. Cela a pour effet de réguler le taux d'accrétion qui est alors différent du taux de perte de masse du compagnon :  $\dot{M}_H = |\dot{M}_{comp}| - |\dot{M}_{arr}|$ .

Une fois l'hydrogène brûlé, une couche d'hélium s'accumule sous la couche d'hydrogène. Pour l'accrétion d'hélium, on observe les mêmes régimes, avec des novae d'hélium à faible taux d'accrétion puis une zone de combustion hydrostatique. On définit l'efficacité de rétention de l'hélium de manière similaire à  $\eta_H$ . Il n'existe pas de phase de vent d'hélium, car les taux correspondants seraient trop importants et ne se réalisent pas dans la nature. L'efficacité totale de rétention de la matière accrétée est :

$$\eta_{tot} = \eta_H(\dot{M}_H) \times \eta_{He}(\dot{M}_{He}) = \eta_H(\dot{M}_H) \times \eta_{He}(\eta_H \dot{M}_H).$$

Ces différentes valeurs sont tracées pour une masse de la NB accrétante donnée en fonction du taux d'accrétion sur la figure 2.1, pour différentes estimations. Les estimations les plus optimistes étant celles de Hachisu *et al.* (2008) correspondant à  $\eta_{H1}$  et  $\eta_{He1}$  tandis que les plus pessimistes sont celles de Yungelson (2010) correspondant à  $\eta_{H2}$  et  $\eta_{He2}$ . Ruiter *et al.* (2009) se situant entre les deux avec le choix de  $\eta_{H2}$  et  $\eta_{He1}$ . Les différences entre ces modélisations de l'accrétion ont des implications substantielles pour les taux d'occurrence synthétiques. Par exemple, les choix de paramétrisation de Yungelson (2010) suppriment complètement le canal SD.

Finalement, Nelemans *et al.* (2013) concluent qu'avant de pouvoir utiliser les DTDs du scénario SD pour émettre une opinion sur la probabilité de ce scénario, les efficacités de rétention doivent être mieux déterminées et la population de progéniteurs doit être comparée à des échantillons locaux. En effet Bours *et al.* (2013) ont montré que les désaccords sur les taux synthétiques du canal SD pouvaient atteindre un facteur 600, sans qu'aucune explication n'ait

encore été trouvée. En revanche les DTDs du scénario DD sont beaucoup plus cohérentes entre les différents groupes, car elles dépendent de moins de mécanismes physiques. Mais quoiqu'il en soit, la normalisation reste insuffisante, que ce soit pour le SD (Bours *et al.*, 2013) ou le DD (Toonen *et al.*, 2012), et il semblerait que le mieux soit l'addition des deux scénarios (Meng et Yang, 2012).

### 2.2.2 Contraintes ponctuelles

Au delà de ces contraintes statistiques sur le taux annuel que doivent reproduire les modèles, de nombreuses observations ponctuelles de supernovæ proches ou de leurs restes permettent de contraindre le modèle d'explosion, mais pour ces cas là seulement. En effet les observations statistiques permettent de contraindre le modèle d'explosion majoritaire, alors qu'un cas particulier ne peut rien nous apprendre en toute généralité.

**Courbes de lumières précoces** Avec les progrès des techniques de détections des supernovæ, celles-ci sont observées de plus en plus tôt (par exemple SN 2011fe fut détectée probablement 4 heures seulement après l'explosion), ce qui permet de placer des contraintes de plus en plus précises. Premièrement sur l'étoile qui explose, car initialement la luminosité est due principalement au rayonnement thermique des couches choquées et cette luminosité est proportionnelle au rayon ( $L \propto \sigma T^4 4\pi R(t)^2$ ). Ainsi plus les observations sont proches de l'explosion et plus le rayon est contraint. De cette manière Bloom *et al.* (2012) ont donné un rayon maximum pour l'étoile progénitrice de SN 2011fe de 0,02  $R_\odot$ , démontrant qu'il s'agissait bien d'une naine blanche.

Ensuite dans le cas du scénario d'accrétion, les éjecta impacteraient l'étoile compagnon qui n'a pas explosé. Kasen (2010) a montré que la collision des éjecta avec le compagnon devrait produire un signal détectable en UV et en visible. Ce signal serait observable surtout pour un compagnon de type géante rouge, qui devrait présenter un net excès en UV. Ainsi l'absence d'un tel excès, dans la majorité des SNe, indiquerait que le système symbiotique ne serait pas le progéniteur principal (voir toutefois le cas de PTF 11kx Dilday *et al.* (2012)). Cependant, ces études considèrent une étoile remplissant son lobe de Roche, or si on invoque le scénario *spin-up/spin-down* (Justham, 2011; Di Stefano *et al.*, 2011), l'étoile aurait le temps de se contracter rapidement et de réduire d'autant sa signature.

Enfin une autre signature observable peu de temps après l'explosion est l'interaction des éjecta avec un Milieu Circum-Stellaire (CSM), qui peut produire un rayonnement synchrotron visible en radio ou générer un choc dans ce milieu, le chauffant jusqu'à  $10^9$  K. Il émet alors un rayonnement thermique en rayons X. Hancock *et al.* (2011) et Russell et Immler (2012) ont estimé une limite supérieure au flux radio et X respectivement et en on déduit une contrainte sur la masse du CSM et donc sur le taux de perte de masse :  $1,3 \times 10^{-7} M_\odot \text{ an}^{-1}$  et  $1,1 \times 10^{-6} M_\odot \text{ an}^{-1}$  respectivement. Ils affirment que cette limite exclue les compagnons massifs et évolués, n'excluant cependant pas les étoiles de la séquence principale. Encore une fois, le scénario *spin-up/spin-down*, en laissant le temps au CSM de se dilater/disperser, permet de rentrer dans les limites déduites des observations précoces UV,X et radios.



**Images pré-explosion** Lorsqu'une supernova explose, on peut essayer de trouver des observations du site précédant l'explosion pour caractériser le système progéniteur. Mais jusqu'ici ces systèmes restent invisibles et aucun n'a été identifié. Cependant dans certains cas, il est possible de mettre une limite supérieure sur la luminosité pré-supernova et ainsi exclure certains type de progéniteurs. Par exemple, [Nielsen \*et al.\* \(2012\)](#) ont calculé une limite supérieure de luminosité en rayons X à l'emplacement de 10 SNe Ia. Ces limites excluent les SSXS les plus brillantes. Cependant ces contraintes sont similaires pour les modèles SD et DD, car il est probable que les systèmes menant à une double naine blanche, passent par une étape de fusion de l'hélium en surface qui serait visible comme une SSXS. ([Di Stefano, 2010b](#)). Dans le cas de la supernova proche SN 2011fe, les images pré-explosion ont permis d'exclure les géantes rouges et la plupart des étoiles d'hélium.

**Les restes de supernovæ** L'étude des restes de supernovæ permet de caractériser le milieu dans lequel elles explosent. Il semblerait d'après de nombreuses études que l'explosion a lieu dans un milieu homogène et peu dense, ce qui semble contredire le scénario d'accrétion. En effet dans ce cas, la phase d'accrétion et les novæ successives vont polluer et structurer le milieu environnant et former un CSM plus ou moins complexe. Or la présence d'un tel CSM n'est pas compatible avec les observations de restes. Cependant le scénario spin-up / spin-down pourrait laisser le temps au CSM de se disperser, expliquant à la fois l'absence d'hydrogène dans les spectre et l'absence de CSM dans de nombreuses observations. La majorité des restes évolueraient dans un milieu peu dense et homogène, mais quelques restes pourraient présenter des signes de CSM. Ainsi [Lu \*et al.\* \(2011\)](#) suggèrent que l'arc X non-thermique dans le reste de la supernova de Tycho résulterait de l'interaction entre les éjecta et la masse arrachée au compagnon.

**Le problème du compagnon perdu** Dans le scénario SD, le compagnon devrait survivre à l'explosion, même s'il en sort altéré. Son enveloppe sera arrachée par les éjecta et ce qui reste évoluera en naine blanche, mais avec des caractéristiques inhabituelles. Ce survivant devrait avoir quelques propriétés très particulières : une vitesse propre importante due à l'effet fronde de la disparition de l'étoile principale, une importante vitesse de rotation, et son atmosphère devrait être polluée par les produits de l'explosion, notamment le  $^{56}\text{Ni}$ . La découverte d'un tel compagnon serait une preuve irréfutable du scénario. Cependant aucune preuve n'a jamais été apportée quant à la détection d'un compagnon survivant. Dans certain cas, il semble même acquis qu'il ne reste aucun compagnon dans le reste de supernova, par exemple [Edwards \*et al.\* \(2012\)](#) ou [Schaefer et Pagnotta \(2012\)](#).

**La matière circum-stellaire** Dans le cadre du scénario SD, l'explosion devrait arracher tout ou partie de l'enveloppe du compagnon : 10 à 20% pour une étoile de la séquence principale et plus de 90% pour une géante rouge. Ce matériau arraché est riche en hydrogène et devrait donc être détecté dans les spectres. Or l'hydrogène n'a jamais été détecté dans des spectres de SNe Ia. Ce que le scénario d'accrétion n'explique pas naturellement. Il faut invoquer le mécanisme de *spin-up/spin-down* qui laisserait le temps à l'étoile compagnon d'évoluer et notamment de se contracter dans le cas d'une géante.

De la matière peut aussi être éjectée dans le milieu circum-stellaire lors de l'évolution pré-SNe Ia, dans le cadre du scénario SD. En effet lors de l'étape de nova récurrente, les explosions successives créent un CSM non-homogène composé de plusieurs coquilles concentriques correspondant aux éjecta des différentes novae. [Dilday et al. \(2012\)](#) ont observé cette structure dans le cas de la supernova PTF 11kx. Ils associent donc cette supernova à un progéniteur de type nova symbiotique. D'autres auteurs estiment que le CSM est trop massif pour être expliqué par des novae récurrentes et ils invoquent leur scénario : le *core-degenerate* ([Soker et al., 2013](#)). Une autre possibilité, si ce CSM se révélait vraiment massif, serait une étape de vent ([Hachisu et al., 2008](#)). D'autre part, [Patat et al. \(2007\)](#) ont trouvé des preuves directes de matière circum-stellaires dans un certain nombre de SNe Ia normales (SN 2006X, SN 2007le). De même [Sternberg et al. \(2011\)](#) ont détecté des structures décalées vers le bleu, qui pourraient indiquer une éjection de gaz. Cependant d'autres auteurs expliquent ces observations comme résultant de la coalescence des deux naines blanches dans le scénario DD ([Shen et al., 2012](#)). La question n'est pas close, mais il semble acquis qu'un cas au moins correspond à un progéniteur SD. L'explication de la présence de CSM pour le scénario DD reste plus difficile. D'autre part l'absence de CSM pour la majorité des SNe semble indiquer que la majorité découlerait du scénario DD ou alors que le scénario *spin-up/spin-down* est à l'oeuvre.

## 2.3 Finalement : nécessité des études physiques

Ces très nombreuses observations permettent de contraindre de manière statistique les supernovæ thermonucléaires. Mais pas suffisamment pour départager les deux principaux modèles : les scénarios d'accrétion et de coalescence de naines blanches. En effet, de nouvelles études sur les effets de la rotation dans les modèles d'accrétion permettraient de résoudre certains des problèmes majeurs du scénario SD. Notamment, l'absence d'hydrogène, de compagnon survivant, et d'étoile visible dans les images pré-explosion, peuvent être expliquées grâce au délai entre l'accrétion et l'explosion dans le scénario *spin-up/spin-down*. La rotation de la couche accrétée permettrait aussi d'augmenter la gamme de paramètres orbitaux menant à l'ignition et donc d'augmenter le taux de SNe dans ce modèle. Le seul problème restant pourrait être la DTD. Mais il semblerait finalement qu'il y ait plusieurs systèmes progéniteurs réalisées dans la nature. Et la synthèse des deux modèles SD et DD semble donner une DTD correcte ([Meng et Yang, 2012](#)).

Initialement la masse de Chandrasekhar était apparue comme une masse singulière qui permettait d'expliquer l'homogénéité des supernovæ thermonucléaires. Cette idée avait induit les deux scénarios d'accrétion et de fusion à se baser sur cette masse pour expliquer l'ignition. De plus en plus de modèles se passent maintenant complètement de cette masse, car une détonation pure dans une structure sub- $M_{ch}$  reproduit les abondances et la gamme de luminosité attendue d'une SN Ia.

Quoi qu'il en soit, tous ces modèles nécessitent un mécanisme microphysique non résolu dans les simulations hydrodynamique de l'étoile complète : soit le mécanisme d'ignition directe d'une détonation pour les modèles de détonation double ou de collision violente de naines blanches, soit la transition déflagration détonation pour les modèles de fusion super- $M_{ch}$  ou d'accrétion

jusqu'à  $M_{ch}$  . Pour cette raison les études de ces mécanismes physiques et particulièrement celle de la transition déflagration détonation restent importantes pour les modèles d'explosion.

## Bibliographie

- W. D. ARNETT : A Possible Model of Supernovae : Detonation of  $^{12}\text{C}$ . *ApJSS*, 5:180–212, octobre 1969.
- C. BADENES et D. MAOZ : The Merger Rate of Binary White Dwarfs in the Galactic Disk. *ApJ*, 749:L11, avril 2012.
- K. BELCZYNSKI, T. BULIK et A. J. RUITER : New Constraints on Type Ia Supernova Progenitor Models. *ApJ*, 629:915–921, août 2005.
- L. BILDSTEN, K. J. SHEN, N. N. WEINBERG et G. NELEMANS : Faint Thermonuclear Supernovae from AM Canum Venaticorum Binaries. *ApJ*, 662:L95–L98, juin 2007.
- J. S. BLOOM, D. KASEN, K. J. SHEN, P. E. NUGENT et AL. : A Compact Degenerate Primary-star Progenitor of SN 2011fe. *ApJ*, 744:L17, janvier 2012.
- M. C. P. BOURS, S. TOONEN et G. NELEMANS : Single degenerate supernova type Ia progenitors. *ArXiv e-prints*, février 2013.
- E. CAPPELLARO, R. EVANS et M. TURATTO : A new determination of supernova rates and a comparison with indicators for galactic star formation. *A&A*, 351:459–466, novembre 1999.
- G. CICCARELLI et S. DOROFEEV : Flame acceleration and transition to detonation in ducts. *Progress in Energy and Combustion Science*, 34(4):499 – 550, 2008. ISSN 0360-1285.
- R. DI STEFANO : The Progenitors of Type Ia Supernovae. I. Are they Supersoft Sources? *ApJ*, 712:728–733, mars 2010a.
- R. DI STEFANO : The Progenitors of Type Ia Supernovae. II. Are they Double-degenerate Binaries? The Symbiotic Channel. *ApJ*, 719:474–482, août 2010b.
- R. DI STEFANO, R. VOSS et J. S. W. CLAEYS : Spin-up/Spin-down Models for Type Ia Supernovae. *ApJ*, 738:L1, septembre 2011.
- B. DILDAY, D. A. HOWELL, S. B. CENKO, J. M. SILVERMAN et AL. : PTF 11kx : A Type Ia Supernova with a Symbiotic Nova Progenitor. *Science*, 337:942–, août 2012.
- Z. I. EDWARDS, A. PAGNOTTA et B. E. SCHAEFER : The Progenitor of the Type Ia Supernova that Created SNR 0519-69.0 in the Large Magellanic Cloud. *ApJ*, 747:L19, mars 2012.
- M. FINK, F. K. RÖPKE, W. HILLEBRANDT, I. R. SEITENZAHL et AL. : Double-detonation sub-Chandrasekhar supernovae : can minimum helium shell masses detonate the core? *A&A*, 514:A53, mai 2010.
- V. N. GAMEZO, A. M. KHOKHLOV et E. S. ORAN : Three-dimensional Delayed-Detonation Model of Type Ia Supernovae. *ApJ*, 623:337–346, avril 2005.
- I. HACHISU, M. KATO et K. NOMOTO : A Wide Symbiotic Channel to Type IA Supernovae. *ApJ*, 522:487–503, septembre 1999.
- I. HACHISU, M. KATO et K. NOMOTO : The Delay-Time Distribution of Type Ia Supernovae and the Single-Degenerate Model. *ApJ*, 683:L127–L130, août 2008.
- P. J. HANCOCK, B. M. GAENSLER et T. MURPHY : Visibility Stacking in the Quest for Type Ia Supernova Radio Emission. *ApJ*, 735:L35, juillet 2011.
- W. HILLEBRANDT, M. KROMER, F. K. RÖPKE et A. J. RUITER : Towards an understanding of Type Ia supernovae from a synthesis of theory and observations. *ArXiv e-prints*, février 2013.
- P. HOEFLICH et A. KHOKHLOV : Explosion Models for Type IA Supernovae : A Comparison

- with Observed Light Curves, Distances, H 0, and Q 0. *ApJ*, 457:500, février 1996.
- I. IBEN, Jr. et A. V. TUTUKOV : Supernovae of type I as end products of the evolution of binaries with components of moderate initial mass (M not greater than about 9 solar masses). *ApJS*, 54:335–372, février 1984.
- A. P. JACKSON, A. C. CALDER, D. M. TOWNSLEY, D. A. CHAMULAK et AL. : Evaluating Systematic Dependencies of Type Ia Supernovae : The Influence of Deflagration to Detonation Density. *ApJ*, 720:99–113, septembre 2010.
- S. JUSTHAM : Single-degenerate Type Ia Supernovae Without Hydrogen Contamination. *ApJ*, 730:L34, avril 2011.
- D. KASEN : Seeing the Collision of a Supernova with Its Companion Star. *ApJ*, 708:1025–1031, janvier 2010.
- A. KASHI et N. SOKER : A circumbinary disc in the final stages of common envelope and the core-degenerate scenario for Type Ia supernovae. *MNRAS*, 417:1466–1479, octobre 2011.
- M. KATO et I. HACHISU : Optically thick winds in nova outbursts. *ApJ*, 437:802–826, décembre 1994.
- A. M. KHOKHLOV : Delayed detonation model for type IA supernovae. *A&A*, 245:114–128, mai 1991.
- A.M. KHOKHLOV, E.S. ORAN et G.O. THOMAS : Numerical simulation of deflagration-to-detonation transition : the role of shock ?flame interactions in turbulent flames. *Combustion and Flame*, 117:323 – 339, 1999.
- M. KROMER, S. A. SIM, M. FINK, F. K. RÖPKE et AL. : Double-detonation Sub-Chandrasekhar Supernovae : Synthetic Observables for Minimum Helium Shell Mass Models. *ApJ*, 719:1067–1082, août 2010.
- M. LIVIO et A. G. RIESS : Have the Elusive Progenitors of Type Ia Supernovae Been Discovered ? *ApJ*, 594:L93–L94, septembre 2003.
- P. LORÉN-AGUILAR, J. ISERN et E. GARCÍA-BERRO : High-resolution smoothed particle hydrodynamics simulations of the merger of binary white dwarfs. *A&A*, 500:1193–1205, juin 2009.
- F. J. LU, Q. D. WANG, M. Y. GE, J. L. QU et AL. : The Single-degenerate Binary Origin of Tycho's Supernova as Traced by the Stripped Envelope of the Companion. *ApJ*, 732:11, mai 2011.
- D. MAOZ, F. MANNUCCI et T. D. BRANDT : The delay-time distribution of Type Ia supernovae from Sloan II. *MNRAS*, 426:3282–3294, novembre 2012.
- D. MAOZ, K. SHARON et A. GAL-YAM : The Supernova Delay Time Distribution in Galaxy Clusters and Implications for Type-Ia Progenitors and Metal Enrichment. *ApJ*, 722:1879–1894, octobre 2010.
- X. MENG et W. YANG : The companion properties of SNe Ia from the single degenerate model. *Science in China G : Physics and Astronomy*, 54:2296–2300, décembre 2011.
- X. MENG et W. YANG : The birth rate of supernovae from double-degenerate and core-degenerate systems. *A&A*, 543:A137, juillet 2012.
- S. MIYAJI, K. NOMOTO, K. YOKOI et D. SUGIMOTO : Supernova Triggered by Electron Captures. *PASJ*, 32:303, 1980.
- R. MOCHKOVITCH et M. LIVIO : The coalescence of white dwarfs and type I supernovae - The

- merged configuration. *A&A*, 236:378–384, septembre 1990.
- G. NELEMANS, S. TOONEN et M. BOURS : Theoretical Delay Time Distributions. In *IAU Symposium*, volume 281 de *IAU Symposium*, pages 225–231, janvier 2013.
- G. NELEMANS, F. VERBUNT, L. R. YUNGELSON et S. F. PORTEGIES ZWART : Reconstructing the evolution of double helium white dwarfs : envelope loss without spiral-in. *A&A*, 360:1011–1018, août 2000.
- M. T. B. NIELSEN, R. VOSS et G. NELEMANS : Upper limits on bolometric luminosities of 10 Type Ia supernova progenitors from Chandra observations. *MNRAS*, 426:2668–2676, novembre 2012.
- P. NUGENT, E. BARON, D. BRANCH, A. FISHER et P. H. HAUSCHILDT : Synthetic Spectra of Hydrodynamic Models of Type IA Supernovae. *ApJ*, 485:812, août 1997.
- Elaine S. ORAN et Vadim N. GAMEZO : Origins of the deflagration-to-detonation transition in gas-phase combustion. *Combustion and Flame*, 148(1 ?2):4 – 47, 2007. ISSN 0010-2180.
- R. PAKMOR, S. HACHINGER, F. K. RÖPKE et W. HILLEBRANDT : Violent mergers of nearly equal-mass white dwarf as progenitors of subluminous Type Ia supernovae. *A&A*, 528:A117, avril 2011.
- R. PAKMOR, M. KROMER, F. K. RÖPKE, S. A. SIM et AL. : Sub-luminous type Ia supernovae from the mergers of equal-mass white dwarfs with mass  $\sim 0.9M_{\text{solar}}$ . *Nature*, 463:61–64, janvier 2010.
- R. PAKMOR, M. KROMER et S. TAUBENBERGER : Helium-ignited violent mergers as a unified model for normal and rapidly declining Type~Ia Supernovae. *ArXiv e-prints*, février 2013.
- R. PAKMOR, M. KROMER, S. TAUBENBERGER, S. A. SIM et AL : Normal Type Ia Supernovae from Violent Mergers of White Dwarf Binaries. *ApJ*, 747:L10, mars 2012.
- F. PATAT, P. CHANDRA, R. CHEVALIER, S. JUSTHAM et AL. : Detection of Circumstellar Material in a Normal Type Ia Supernova. *Science*, 317:924–, août 2007.
- L. PIERSANTI, S. GAGLIARDI, I. IBEN, Jr. et A. TORNAMBÉ : Carbon-Oxygen White Dwarfs Accreting CO-rich Matter. I. A Comparison between Rotating and Nonrotating Models. *ApJ*, 583:885–901, février 2003.
- F. K. RÖPKE, W. HILLEBRANDT, W. SCHMIDT, J. C. NIEMEYER et AL. : A Three-Dimensional Deflagration Model for Type Ia Supernovae Compared with Observations. *ApJ*, 668:1132–1139, octobre 2007.
- A. J. RUITER, K. BELCZYNSKI et C. FRYER : Rates and Delay Times of Type Ia Supernovae. *ApJ*, 699:2026–2036, juillet 2009.
- A. J. RUITER, K. BELCZYNSKI, S. A. SIM, W. HILLEBRANDT et AL. : Delay times and rates for Type Ia supernovae and thermonuclear explosions from double-detonation sub-Chandrasekhar mass models. *MNRAS*, 417:408–419, octobre 2011.
- A. J. RUITER, S. A. SIM, R. PAKMOR, M. KROMER et AL. : On the brightness distribution of Type Ia supernovae from violent white dwarf mergers. *MNRAS*, 429:1425–1436, février 2013.
- B. R. RUSSELL et S. IMMLER : Swift X-Ray Upper Limits on Type Ia Supernova Environments. *ApJ*, 748:L29, avril 2012.
- H. SAIO et K. NOMOTO : Evolution of a merging pair of C + O white dwarfs to form a single neutron star. *A&A*, 150:L21–L23, septembre 1985.
- H. SAIO et K. NOMOTO : Off-Center Carbon Ignition in Rapidly Rotating, Accreting Carbon-

- Oxygen White Dwarfs. *ApJ*, 615:444–449, novembre 2004.
- B. E. SCHAEFER et A. PAGNOTTA : An absence of ex-companion stars in the type Ia supernova remnant SNR 0509-67.5. *Nature*, 481:164–166, janvier 2012.
- K. J. SHEN, L. BILDSTEN, D. KASEN et E. QUATAERT : The Long-term Evolution of Double White Dwarf Mergers. *ApJ*, 748:35, mars 2012.
- K. J. SHEN, D. KASEN, N. N. WEINBERG, L. BILDSTEN et AL. : Thermonuclear .Ia Supernovae from Helium Shell Detonations : Explosion Models and Observables. *ApJ*, 715:767–774, juin 2010.
- S. A. SIM, F. K. RÖPKE, W. HILLEBRANDT, M. KROMER et AL. : Detonations in Sub-Chandrasekhar-mass C+O White Dwarfs. *ApJ*, 714:L52–L57, mai 2010.
- N. SOKER, A. KASHI, E. GARCÍA-BERRO, S. TORRES et AL. : Explaining the Type Ia supernova PTF 11kx with a violent prompt merger scenario. *MNRAS*, mars 2013.
- S. STARRFIELD, F. X. TIMMES, C. ILIADIS, W. R. HIX et AL. : Hydrodynamic Studies of the Evolution of Recurrent, Symbiotic and Dwarf Novae : the White Dwarf Components are Growing in Mass. *Baltic Astronomy*, 21:76–87, 2012.
- S. STARRFIELD, J. W. TRURAN, W. M. SPARKS et G. S. KUTTER : CNO Abundances and Hydrodynamic Models of the Nova Outburst. *ApJ*, 176:169, août 1972.
- A. STERNBERG, A. GAL-YAM, J. D. SIMON, D. C. LEONARD et AL. : Circumstellar Material in Type Ia Supernovae via Sodium Absorption Features. *Science*, 333:856–, août 2011.
- S. TOONEN, G. NELEMANS et S. PORTEGIES ZWART : Supernova Type Ia progenitors from merging double white dwarfs. Using a new population synthesis model. *A&A*, 546:A70, octobre 2012.
- C. A. TOUT, D. T. WICKRAMASINGHE, J. LIEBERT, L. FERRARIO et AL. : Binary star origin of high field magnetic white dwarfs. *MNRAS*, 387:897–901, juin 2008.
- M. H. VAN KERKWIJK, P. CHANG et S. JUSTHAM : Sub-chandrasekhar white dwarf mergers as the progenitors of type ia supernovae. *ApJ*, 722(2):L157, 2010.
- B. WANG et Z. HAN : Progenitors of type Ia supernovae. *New Astronomy Reviews*, 56:122–141, juin 2012.
- R. F. WEBBINK : Double white dwarfs as progenitors of R Coronae Borealis stars and Type I supernovae. *ApJ*, 277:355–360, février 1984.
- J. WHELAN et I. IBEN, Jr. : Binaries and Supernovae of Type I. *ApJ*, 186:1007–1014, décembre 1973.
- S. E. WOOSLEY et D. KASEN : Sub-Chandrasekhar Mass Models for Supernovae. *ApJ*, 734:38, juin 2011.
- S.-C. YOON et N. LANGER : Helium accreting CO white dwarfs with rotation : Helium novae instead of double detonation. *A&A*, 419:645–652, mai 2004a.
- S.-C. YOON et N. LANGER : Presupernova evolution of accreting white dwarfs with rotation. *A&A*, 419:623–644, mai 2004b.
- S.-C. YOON et N. LANGER : On the evolution of rapidly rotating massive white dwarfs towards supernovae or collapses. *A&A*, 435:967–985, juin 2005.
- S.-C. YOON, N. LANGER et S. SCHEITHAUER : Effects of rotation on the helium burning shell source in accreting white dwarfs. *A&A*, 425:217–228, octobre 2004.
- S.-C. YOON, P. PODSIADLOWSKI et S. ROSSWOG : Remnant evolution after a carbon-oxygen

- white dwarf merger. *MNRAS*, 380:933–948, septembre 2007.
- L. R. YUNGELSON : Evolution of the number of accreting white dwarfs with shell nuclear burning and the SNe Ia rate. *Astronomy Letters*, 36:780–787, novembre 2010.
- L. R. YUNGELSON, M. LIVIO, A. V. TUTUKOV et R. A. SAFFER : Are the observed frequencies of double degenerates and SN IA contradictory ? *ApJ*, 420:336–340, janvier 1994.





# La combustion dans les SNe Ia

## Sommaire

<b>3.1 Réactions thermonucléaires</b>	<b>78</b>
3.1.1 Expression théorique	78
3.1.2 Écrantage des réactions	79
3.1.3 Le réseau de réactions	82
<b>3.2 Propagation d'une discontinuité et détonation</b>	<b>91</b>
3.2.1 Chocs et relations d'Hugoniot	92
3.2.2 Détonations et déflagrations planes	94
3.2.3 Le code ASTROLABE	96
3.2.4 Détonations	99
<b>3.3 Déflagrations</b>	<b>102</b>
3.3.1 Transfert thermique	102
3.3.2 Déflagrations laminares	107
3.3.3 Déflagration magnétique	112
3.3.4 Combustion turbulente	114

Le mécanisme microphysique à la base de l'explosion d'une supernova thermonucléaire est la fusion du carbone et de l'oxygène en milieu dégénéré. Comme expliqué dans le premier chapitre, dans un tel milieu l'énergie libérée par la fusion entraîne une hausse de température, pratiquement sans augmentation de pression. Il n'y a donc pas de refroidissement par dilatation et les réactions de fusion s'accélèrent : c'est l'emballement thermonucléaire qui mène à l'explosion complète de la naine blanche. Nous verrons dans une première partie quelles sont les propriétés générales des réactions thermonucléaires lors de l'explosion, dans un modèle mono-zone. Ensuite nous considérerons les deux modes possibles de propagation de la combustion : détonation et déflagration. En effet un gramme de combustible C+O libère une énergie d'environ  $q_{nuc} \sim 5 \times 10^{17}$  erg, et l'emballement fait qu'elle est libérée assez rapidement pour avoir des effets dynamiques. Soit la libération est spatialement cohérente pour accumuler une pression suffisante pour créer un choc capable de chauffer le plasma jusqu'à l'ignition, et la combustion se propage en une détonation. Soit la pression n'augmente pas significativement, mais un fort gradient de température se forme permettant à la conduction thermique de propager la combustion en une déflagration.

### 3.1 Réactions thermonucléaires

#### 3.1.1 Expression théorique

Une réaction de fusion nucléaire nécessite que deux noyaux se rapprochent jusqu'à des distances de l'ordre du femtomètre ( $\sim 10^{-15}$  m) pour que l'interaction forte puisse agir et former un noyau plus lié. Si les deux particules étaient classiques, leur taux de collision serait  $\nu = n_1 n_2 \sigma v$ , avec  $n_1$  et  $n_2$  les densités de particule 1 et 2 (en particules par unité de volume),  $v$  leur vitesse relative et  $\sigma$  leur section géométrique. Cette description serait valable pour deux particules classiques et sans charges électriques. Or les deux noyaux sont chargés positivement et se repoussent. Ils doivent donc franchir la barrière coulombienne pour fusionner. Le potentiel d'interaction entre deux noyaux de charge  $Z_1$  et  $Z_2$  s'écrit, en unités CGS :

$$E_{Coul} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \quad (3.1)$$

Cette énergie est habituellement nettement supérieure à l'énergie thermique moyenne des particules et le noyau doit en fait franchir la barrière de potentiel par effet tunnel, avec une probabilité de  $e^{-2\pi\eta}$ , où :

$$\eta = \sqrt{\frac{E_B}{E}} \quad \text{et} \quad E_B = \frac{(Z_1 Z_2 e^2)^2 \mu_{12}}{2\hbar^2},$$

avec  $E$  l'énergie cinétique dans le centre de masse et  $\mu_{12}$  la masse réduite des deux noyaux réagissant. On écrit la section efficace sous la forme d'un produit de trois facteurs dépendant de l'énergie :

$$\sigma(E) = \frac{S(E)}{E} e^{-2\pi\eta}. \quad (3.2)$$

Le terme en  $1/E$  permet de sortir la dépendance en énergie du facteur géométrique  $\pi\lambda^2$ , où  $\lambda$  est la longueur d'onde de De Broglie :  $\lambda = 2\pi\hbar/p$ . La partie purement nucléaire de la section efficace,  $S(E)$ , varie peu avec  $E$  sauf en présence de résonances. Pour calculer le taux de réaction il faut alors intégrer cette section efficace sur la distribution des vitesses relatives :

$$R_{12} = \frac{n_1 n_2}{1 + \delta_{12}} \langle \sigma v \rangle. \quad (3.3)$$

Dans le régime thermonucléaire classique, les vitesses des ions obéissent à la statistique de Maxwell-Boltzmann. En transformant les éléments différentiels de vitesse  $d^3v_1$  et  $d^3v_2$  en énergie cinétique du centre de masse, on obtient :

$$\langle \sigma v \rangle = \frac{2}{\sqrt{\pi}(k_B T)^{3/2}} \int_0^\infty \sigma(E) v(E) e^{-E/k_B T} \sqrt{E} dE. \quad (3.4)$$

En exprimant la section efficace dans l'équation (3.3), on obtient pour le taux de réaction :

$$R_{12} = \frac{n_1 n_2}{1 + \delta_{12}} \sqrt{8/\pi \mu_{12}} (k_B T)^{-3/2} \int_0^\infty S(E) e^{-E/k_B T - 2\pi\eta} dE. \quad (3.5)$$

L'intégrande est dominée par le produit de l'exponentielle décroissante de la distribution de Maxwell-Boltzmann par l'exponentielle croissante de la probabilité de franchissement de la barrière par effet tunnel. Ce produit présente un maximum appelé *énergie de Gamov* :

$$E_G = ((\pi k_B T)^2 E_B)^{1/3}. \quad (3.6)$$

Dans le cas stellaire la température est faible :  $k_B T \ll E_G \ll E_B$ , le pic de Gamov est très étroit et seuls les noyaux d'énergie proche de  $E_G$  peuvent fusionner. Dans ce cas l'intégrale de l'équation (3.5) peut être approchée par la valeur du maximum de l'intégrande  $S(E_G)e^{-\tau}$ , avec :

$$\tau = 3(\pi^2 E_B / k_B T)^{1/3} = 42,48 \left( \frac{Z_1^2 Z_2^2 A}{T_6} \right)^{1/3}, \quad (3.7)$$

avec  $A = A_1 A_2 / (A_1 + A_2)$  et  $T_6 = 10^{-6} T$ . On peut alors exprimer un taux de réaction approché :

$$R_{12} = \frac{n_1 n_2}{1 + \delta_{12}} \sqrt{8/\pi \mu_{12}} (k_B T)^{-3/2} S(E_G) e^{-\tau}. \quad (3.8)$$

En écrivant :

$$R_{12} = R_{12}(T_0) \left( \frac{T}{T_0} \right)^n,$$

on peut estimer la dépendance du taux de réaction aux variations de température autour d'une température donnée  $T_0$ . A partir d'un développement en série de Taylor de  $\tau(T)$  en fonction de  $\ln(T)$  autour de  $\ln(T_0)$ , on trouve :

$$n = \frac{\tau(T_0) - 2}{3}. \quad (3.9)$$

Dans le cas de la fusion du carbone, on a  $Z_1 = Z_2 = A = 6$  et  $n = 27,3$  pour  $T_0 = 10^9$  K. Les énergies en jeu sont l'énergie de barrière :  $E_B = 777$  MeV, l'énergie de Gamov :  $E_G = 652$  keV et l'énergie thermique (à  $T_0 = 10^9$  K) :  $k_B T_0 = 86,2$  keV. On a bien  $E_G \ll E_B$ , mais  $k_B T$  n'est pas toujours très petit devant l'énergie de Gamov, notamment dans une détonation où la combustion a lieu à hautes températures ( $\sim 5 \times 10^9$  K). Nous avons donc utilisé des taux tabulés, compilés par la collaboration NACRE<sup>1</sup>.

### 3.1.2 Écrantage des réactions

Les expressions précédentes supposent que le potentiel d'interaction entre les deux noyaux est purement électrostatique. Ceci est valable si ces deux particules chargées sont quasiment isolées. Or dans le plasma dense des naines blanches ce n'est pas le cas : de nombreuses particules chargées, qui ne réagissent pas, sont présentes dans le voisinage de la réaction et viennent perturber le potentiel, qui devient :

$$V(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} + H(r), \quad (3.10)$$

1. <http://pntpm.ulb.ac.be/Nacre/nacre.htm>

où  $H(r)$  rend compte des effets des particules spectatrices. Pour la fusion, ce qui compte est l'énergie d'interaction à séparation nulle ( $r \sim 0$ ). Si  $H(r)$  est lentement variable aux petites séparations, alors son seul effet sera d'augmenter l'énergie cinétique dans le centre de masse de  $-H(0)$ . Cette condition est valide si le point de retournement classique, à l'énergie de Gamov, est petit devant le rayon ionique (Ichimaru, 1993), cela s'écrit en fonction des paramètres plasmas :  $3\Gamma/\tau \ll 1$ . Dans ces conditions :

$$\langle \sigma v \rangle_{screen} = \frac{2}{\sqrt{\pi}(k_B T)^{3/2}} \int_{-H(0)}^{\infty} \sigma(E) v(E + H(0)) e^{-\frac{E+H(0)}{k_B T}} \sqrt{E + H(0)} dE. \quad (3.11)$$

La condition ci-dessus implique aussi que  $H(0) \ll E$  et donc  $v(E+H(0)) \sim v(E)$  et  $\sqrt{E+H(0)} \sim \sqrt{E}$ . D'autre part, en sortant de l'intégrale le facteur d'écrantage  $e^{-H(0)/k_B T}$ , on obtient (Salpeter, 1954) :

$$\langle \sigma v \rangle_{screen} = e^{-H(0)/k_B T} \langle \sigma v \rangle. \quad (3.12)$$

Pour des plasma très froids et très denses, ce n'est plus vrai et l'effet d'écrantage doit être calculé sous l'intégrale. Mais comme on ne s'intéresse pas à l'ignition centrale, mais plutôt à l'ignition dans les régions externes moins denses ou à la propagation de flammes déjà allumées, la combustion a lieu dans des régimes où la température est assez importante pour justifier ces approximations. La condition,  $3\Gamma/\tau \ll 1$ , définit en fait le régime thermonucléaire, dans lequel les noyaux réagissants sont supra-thermiques. Même si la plupart des noyaux sont figés par les interactions coulombiennes (liquide ou solide), les réactions font intervenir les quelques noyaux ayant des vitesses relatives importantes. Au contraire, quand le point de retournement classique n'est plus petit devant l'espacement ionique moyen, on entre dans le régime pycnonucléaire (Yakovlev *et al.*, 2006). Dans ce régime, la réaction de fusion se fait entre deux noyaux voisins du cristal, grâce aux oscillations de l'état fondamental. L'ignition peut avoir lieu dans ce régime, en revanche la combustion dans une déflagration ou une détonation se fait dans un régime purement thermonucléaire.

Il faut donc calculer  $H(0)$ . Salpeter (1954) décrit deux régimes limites pour lesquels on peut dériver des expressions analytiques : l'écrantage fort pour  $\Gamma \gg 1$  et l'écrantage faible pour  $\Gamma \ll 1$ . Lorsque le couplage est fort, les ions se repoussent pour former des sphères contenant  $Z$  électrons autour de chaque noyau, c'est l'approximation de la sphère ionique. Cette description a déjà été utilisée pour les corrections coulombiennes (§1.2.1.5). L'équation (1.20) donne l'énergie d'interaction d'un tel système. Lorsque les deux noyaux s'approchent pour fusionner, ils ont chacun leur nuage de  $Z_1$  et  $Z_2$  électrons et l'énergie d'interaction associée :  $-0,9\Gamma_1$  et  $-0,9\Gamma_2$ . Lorsque ces sphères ioniques se rencontrent, la géométrie des  $Z_1 + Z_2$  électrons est complexe. Cependant, seule l'énergie d'interaction pour  $r_{12} = 0$  nous intéresse. En effet quand les noyaux sont assez proches pour fusionner, leur séparation,  $r_{12}$ , est très petite devant les rayons des sphères ioniques (c'est la condition  $3\Gamma/\tau \ll 1$ ). Or à ce moment là, la géométrie du nuage électronique est de nouveau sphérique et l'énergie d'interaction est celle de la sphère ionique de  $Z_1 + Z_2$  électrons autour du noyau de charge  $Z_1 + Z_2$ . Ainsi l'énergie d'interaction au moment de la fusion s'écrit :

$$h_S = \frac{H(0)}{k_B T} = 0,9(\Gamma_{1+2} - \Gamma_1 - \Gamma_2) \quad (3.13)$$

Dans le régime faible au contraire, la sphère qui annule la charge nucléaire, la sphère de Debye, est très grande et contient de nombreux ions et électrons. Calculons le potentiel électrostatique autour du noyau  $Z_1$ . Celui-ci est relié à la densité de charges,  $q(r)$ , à travers l'équation de poisson :

$$\Delta\Phi(r) = 4\pi q(r) = -4\pi e \left[ Z_1 \delta^3(r) + \sum_j n_j(r) Z_j - n_e(r) \right], \quad (3.14)$$

où la sommation s'effectue sur tous les noyaux. Comme on ne cherche que de petites perturbations dues aux effets statistiques des particules spectatrices, on écrit le potentiel sous la forme du potentiel coulombien plus une perturbation  $\psi(r)$  :  $\Phi(r) = Z_1 e(\frac{1}{r} + \psi(r))$ . L'équation (3.14) se réécrit :

$$\Delta Z_1 \psi(r) = -4\pi \left[ \sum_j n_j(r) Z_j - n_e(r) \right]. \quad (3.15)$$

Parallèlement les charges réagissent au potentiel selon :

$$n_j = n_j^0 e^{-Z_j e \Phi(r)/k_B T} \quad \text{et} \quad n_e = n_e^0 e^{e \Phi(r)/k_B T}. \quad (3.16)$$

Le couplage étant faible,  $Z_j e \Phi/k_B T \ll 1$  et on peut développer l'exponentielle au premier ordre pour obtenir :

$$\Delta Z_1 \psi(r) = -4\pi \left[ \sum_j n_j^0 Z_j^2 + n_e^0 \right] \frac{e^2 \Phi}{k_B T}, \quad (3.17)$$

où on a utilisé la conservation de la charge pour éliminer les termes constants. En remplaçant  $\Phi$  par  $\psi$  on obtient l'équation de Debye-Huckel :

$$\Delta\psi(r) = \frac{1}{D^2} \left( \frac{1}{r} + \psi(r) \right) \quad \text{avec} \quad D^{-2} = \frac{4\pi e^2 \left( \sum_j n_j^0 Z_j^2 + n_e^0 \right)}{k_B T}. \quad (3.18)$$

$D$  est la longueur de Debye, échelle caractéristique au delà de laquelle l'influence électrostatique d'un noyau est effectivement écrantée par le plasma. Cette équation a pour solution la fonction  $\psi(r) = (e^{-r/D} - 1)/r$  qui vaut  $1/D$  pour  $r \rightarrow 0$ . Concernant l'écrantage, l'énergie d'interaction est donc dans le régime de couplage faible :

$$h_{DH} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{D k_B T}. \quad (3.19)$$

Salpeter et van Horn (1969) donnent une formule d'extrapolation entre ces deux régimes :

$$h = \frac{h_S h_{DH}}{\sqrt{h_S^2 + h_{DH}^2}}. \quad (3.20)$$

Potekhin et Chabrier (2012) ont montré que cette formule simple d'extrapolation est remarquablement efficace, notamment plus précise que certaines estimations plus récentes qui tentent d'inclure d'autres corrections.

Notons que la longueur de Debye calculée ci-dessus (3.18), n'est valable que pour des électrons polarisables, c'est à dire dont la distribution suit le potentiel électrostatique. Or pour un plasma dégénéré, l'énergie de Fermi des électrons devient importante et ils ne répondent plus au champ. Leur distribution redevient quasi-uniforme et l'équation (3.16) n'est plus valable pour les électrons : on a en fait  $n_e(r) = n_e^0$ . Et ainsi leur contribution disparaît de l'expression de la longueur de Debye. C'est l'approximation utilisée par Salpeter et van Horn (1969). D'autres auteurs ont cherché à inclure les corrections induites par la légère polarisabilité des électrons (Ichimaru et Utsumi, 1984) et par la fait que le plasma soit un mélange binaire de  $^{12}\text{C}$  et  $^{16}\text{O}$  (Chugunov et Dewitt, 2009). Mais selon les calculs de Potekhin et Chabrier (2012), ces corrections n'apportent rien par rapport à l'équation 3.20, que nous utiliserons donc dans nos modèles.

### 3.1.3 Le réseau de réactions

La combustion dans les supernovae thermonucléaires commence par les noyaux  $^{12}\text{C}$  et  $^{16}\text{O}$  à travers les réactions d'ions lourds :

$$\left\{ \begin{array}{l} ^{12}\text{C} + ^{12}\text{C} \rightleftharpoons ^{20}\text{Ne} + \alpha, \\ ^{12}\text{C} + ^{16}\text{O} \rightleftharpoons ^{24}\text{Mg} + \alpha, \\ ^{16}\text{O} + ^{16}\text{O} \rightleftharpoons ^{28}\text{Si} + \alpha. \end{array} \right.$$

Ces réactions libèrent des noyaux d'hélium ou  $\alpha$ . Ensuite la combustion procède par captures de ces particules  $\alpha$  sur les noyaux lourds jusqu'à atteindre le noyau  $\alpha$  d'énergie de liaison maximale :  $^{56}\text{Ni}$ . La combustion procède préférentiellement par captures  $\alpha$ , car la charge de cette particule étant seulement de deux, elle ressent peu la répulsion coulombienne. À hautes températures, les photons deviennent assez énergétiques pour désintégrer les noyaux lourds produits. Ces réactions inverses de photo-désintégration vont ainsi établir un équilibre final, qui ne sera pas uniquement composé de  $^{56}\text{Ni}$ . Ainsi, le réseau  $\alpha$  à 13 éléments :  $\alpha$ ,  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{20}\text{Ne}$ ,  $^{24}\text{Mg}$ ,  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{32}\text{S}$ ,  $^{36}\text{Ar}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{44}\text{Ti}$ ,  $^{48}\text{Cr}$ ,  $^{52}\text{Fe}$  et  $^{56}\text{Ni}$  permet de décrire de manière correcte l'énergétique et la nucléosynthèse de la combustion du carbone-oxygène d'une naine blanche (voir Timmes (1999) pour une comparaison de réseaux de différentes tailles, allant jusqu'à 489 noyaux et Aikawa *et al.* (2005) pour un réseau de 331 noyaux, 2261 réactions), tout en étant assez léger pour l'intégrer dans des simulations hydrodynamiques.

#### 3.1.3.1 Équations à 1 zone

Ce réseau contenant 13 éléments reliés par 30 réactions, dont les taux dépendent des abondances de ces éléments est décrit par, au minimum, 13 équations d'évolution couplées. Ces

équations donnent l'évolution des fractions de masse :  $Z_i = m_i n_i / \rho$ , avec  $m_i$  la masse d'un noyau  $i$ . Elles s'écrivent sous la forme :

$$\frac{dZ_i}{dt} = \frac{m_i}{\rho} (\dot{n}_i^{crea} - \dot{n}_i^{dest}), \quad (3.21)$$

où  $\dot{n}_i^{crea}$  et  $\dot{n}_i^{dest}$  sont les taux de création et de destruction par unité de volume du noyau  $i$ . Par exemple le terme de création de  $^{20}\text{Ne}$  à travers la réaction  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$  s'écrit :

$$\dot{n}_{Ne} = n_C n_C < \sigma v >_{CC}.$$

Ces équations seules, à température et densité données, correspondent au modèle le plus simple de combustion isotherme. Mais comme les réactions nucléaires libèrent énormément d'énergie, il faut tenir compte de ce chauffage et ajouter une équation d'évolution de la température. Pour ce faire, on peut faire deux hypothèses : volume constant (isochore) ou pression constante (isobare). Pour le cas isochore la variation d'énergie correspond à l'injection d'énergie nucléaire :  $\dot{E}_{th} = \dot{Q}_{nucl}$ . Pour ce modèle on a donc un système de 14 équations d'évolution couplées à résoudre, s'écrivant sous la forme :  $\dot{X} = F(X)$ , où  $X$  et  $F$  sont :

$$X = \begin{pmatrix} T \\ Z_{He} \\ \dots \\ \dots \\ Z_{Ni} \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} \dot{Q}_{nucl}/C_v \\ \frac{m_{He}}{\rho} (\dot{n}_{He}^{crea} - \dot{n}_{He}^{dest}) \\ \dots \\ \dots \\ \frac{m_{Ni}}{\rho} (\dot{n}_{Ni}^{crea} - \dot{n}_{Ni}^{dest}) \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

Dans le cas isobare, le volume n'est pas fixe et ses variations induisent une variation d'énergie interne :  $\dot{\epsilon}_{th} = -P_{th}\dot{v} + \epsilon_{nucl}$ , où les grandeurs sont spécifiques. De plus le fait que la pression soit fixée va imposer des variations de densité telles que  $P(\rho, T) = P_0$  et donc  $\partial_\rho P d\rho + \partial_T P dT = 0$ . Ainsi l'augmentation de température générée par les réactions nucléaires impose une diminution de densité donnée par :  $\dot{\rho} = \partial_T P / \partial_\rho P \dot{T}$ . On a donc  $\dot{v} = -\dot{\rho}/\rho^2 = -\partial_T P / \partial_\rho P \dot{T} / \rho^2$  et l'équation sur la température devient :

$$\dot{T} = \frac{\dot{Q}_{nucl}}{C_v - \frac{P_{th}}{\rho} \frac{\partial_T P}{\partial_\rho P}} \quad (3.23)$$

Ces équation décrivent un modèle de combustion à une zone, où le couplage avec la dynamique du flot est absente. Nous utiliserons ce modèle dans le code HERACLES, où combustion et hydrodynamique sont découplés. En revanche, dans le code ASTROLABE, les équations d'évolution des espèces couplées aux équations d'Euler sont résolues simultanément et ce modèle mono-zone est inutile.

### 3.1.3.2 Méthode numérique

Ce problème de réactions thermonucléaires est le cas typique d'un système dit raide (ou *stiff*), où les grandeurs (ici, les fractions de masse) peuvent varier de plusieurs ordres de grandeurs sur un pas de temps. On ne peut donc pas utiliser un algorithme explicite, qui serait instable. Il



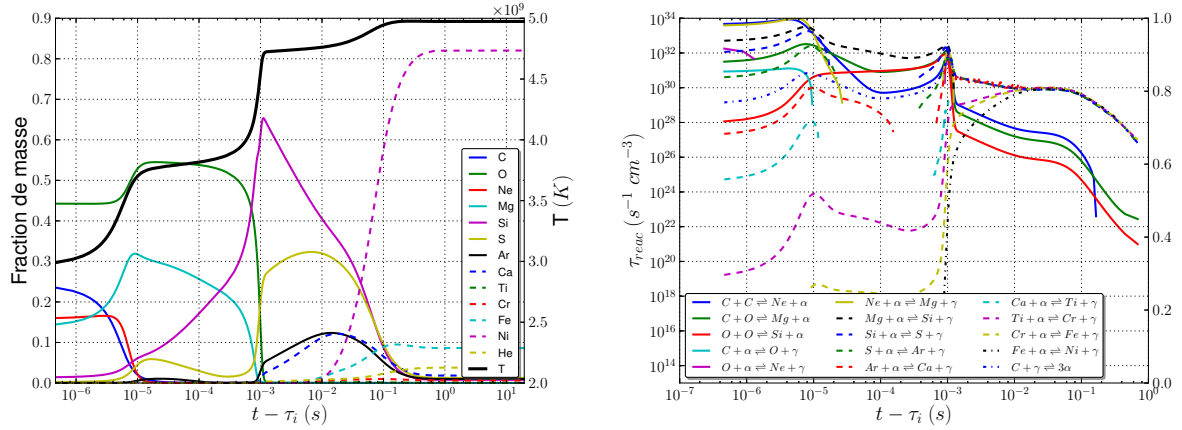


FIGURE 3.1 – **A gauche** : Résultats de nos simulations mono-zones pour une combustion isochore d'un mélange C+O de densité  $\rho = 1 \times 10^7 \text{ g cm}^{-3}$  et température initiale  $T = 2 \times 10^9 \text{ K}$ . Les fraction de masse des 13 noyaux intervenant dans le réseau classique sont représentés ainsi que la température en fonction du temps. **A droite** : Taux des réactions directes (en  $\text{cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$ ) pour la même simulation. Les réactions inverses de photo-désintégration deviennent importante lors de la relaxation vers l'équilibre, mais pour des raisons de clarté, elles ne sont pas représentées.

faut choisir un algorithme implicite ou semi-implicite. La différence entre explicite et implicite est l'instant où sont estimées les dérivés temporelles :

$$\frac{dX}{dt}(t) = F(X(t)) \quad (\text{explicite}), \quad (3.24)$$

$$\frac{dX}{dt}(t) = F(X(t+dt)) \quad (\text{implicite}). \quad (3.25)$$

On utilise un schéma Crank-Nicholson, où les dérivés sont estimées comme la moyenne des dérivés implicite et explicite. La méthode d'Euler explicite consisterait à estimer la dérivé par  $F(X(t))$  tandis que la méthode d'Euler implicite l'estime par  $F(X(t+dt))$ , la méthode de Crank-Nicholson s'écrit :

$$X(t+dt) = X(t) + ((1-\alpha)F(X(t)) + \alpha F(X(t+dt)))dt \quad (3.26)$$

où  $\alpha$  est un coefficient d'implication, il est usuellement pris à 0,51. En effet pour  $\alpha = 0.5$  la méthode n'est plus stable, tandis qu'elle converge plus vite pour  $\alpha \rightarrow 0.5$ . Ensuite il faut résoudre l'équation en  $X(t+dt)$ . On utilise alors un algorithme de Newton-Raphson pour trouver le zéro de ce système couplé et non-linéaire.

### 3.1.3.3 Exemple

La figure 3.1 représente une combustion isochore dans un milieu de densité  $\rho = 1 \times 10^7 \text{ g cm}^{-3}$  et de température initiale  $T = 2 \times 10^9 \text{ K}$ . Sur la figure de gauche les fractions de masse et la température sont affichées, tandis qu'à droite ce sont les taux de réactions. Comme  $^{12}\text{C}$  a la charge nucléaire la plus faible, sa répulsion électrostatique est la plus faible et c'est lui qui commencera à réagir à travers la réaction  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C} \rightarrow ^{20}\text{Ne} + \alpha$ . La particule  $\alpha$  libérée est majoritairement re-capturée par le  $^{20}\text{Ne}$  pour former un  $^{24}\text{Mg}$ . Ces deux réactions sont dominantes sur la figure 3.1(b) pendant les 10 premières  $\mu\text{s}$ . Une certaine partie sera capturée par les noyaux  $^{16}\text{O}$  pour former du  $^{20}\text{Ne}$ . Ces deux noyaux sont les principaux produits de la première étape de combustion, qui est l'étape de consommation du carbone. Celle-ci se termine sur la figure 3.1(a) en 10  $\mu\text{s}$ . Cette étape est la plus rapide et libère une grande partie de l'énergie. Ensuite  $^{12}\text{C}$  se faisant rare, les réactions d'ions lourds avec  $^{16}\text{O}$  deviennent prépondérantes ainsi que les captures  $\alpha$  sur  $^{24}\text{Mg}$ . Ces réactions dominent entre 10  $\mu\text{s}$  et 1 ms. Cette étape, qui voit la concentration en  $^{16}\text{O}$  chuter, résulte en une production importante de  $^{28}\text{Si}$  et d'éléments dits intermédiaires comme  $^{32}\text{S}$ . Enfin la dernière étape, la relaxation vers l'équilibre, va brûler le  $^{28}\text{Si}$  à travers les captures  $\alpha$  sur les noyaux lourds produits. La réaction qui contrôle cette relaxation, qui nécessite une source importante de noyaux  $\alpha$ , est l'inverse de la triple-alpha :  $^{12}\text{C} \rightarrow 3\alpha$ . Ceci est visible sur la figure 3.1(b), où le taux de cette réaction, en tirets bleus, se superpose aux taux de toutes les captures  $\alpha$  sur le  $^{28}\text{Si}$  jusqu'au  $^{56}\text{Ni}$ . Or à ce moment là,  $^{12}\text{C}$  est très minoritaire ce qui explique pourquoi cette étape est si longue par rapport aux deux précédentes : environ une seconde. Durant cette étape les éléments intermédiaires (Mg, Si, S) sont transformés en éléments du pic du fer (Cr, Fe, Ni). L'équilibre est atteint quand chaque réaction directe est compensée exactement par la photo-désintégration inverse. Ces réactions sont possibles grâce aux grandes températures atteintes avec la libération d'énergie de liaison des noyaux. La combustion thermonucléaire du mélange C+O d'une naine blanche se subdivise toujours en ces trois étapes caractéristiques de combustion (Khokhlov, 1991b,a).

### 3.1.3.4 Équilibre Nucléaire Statistique

L'état final atteint est un équilibre dynamique entre les réactions directes et leurs inverses, appelé équilibre nucléaire statistique (ou NSE). Cet équilibre ne dépend que de la température, de la densité du plasma et de la physique des noyaux (énergie de liaison). Il est indépendant des compositions initiales et du choix des réactions. En revanche il dépend des noyaux inclus dans le réseau nucléaire. C'est un équilibre dynamique, où les captures des noyaux légers ( $\alpha, n, p$ ) sont exactement compensées par les photo-désintégrations les produisant. Cet équilibre favorise les noyaux légers aux grandes températures et faibles densités et plutôt les noyaux lourds, avec principalement le  $^{56}\text{Ni}$ , aux densités plus fortes et températures plus faibles. Aux grandes températures,  $T > 6 \times 10^9 \text{ K}$ , cet équilibre prédit la présence d'une part non négligeable de protons et neutrons, qui ne sont pas décrits par notre réseau.

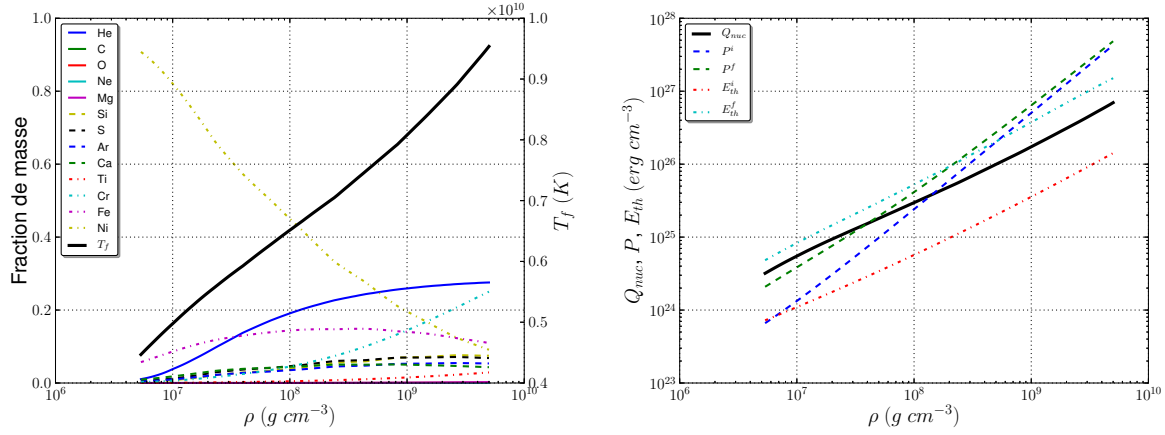


FIGURE 3.2 – **A gauche** : Composition et température finales en fonction de la densité dans nos simulations de combustion isochore de température initiale  $T = 2 \times 10^9$  K. **A droite** : Aspects énergétiques des mêmes simulations en fonction de la densité :  $Q_{nuc}$ , l'énergie nucléaire libérée par unité de volume,  $P^i$  et  $P^f$  les pressions initiale et finales et  $E_{th}^i$  et  $E_{th}^f$  les énergies thermiques initiales et finales.

### 3.1.3.5 État final

On a représenté sur la figure 3.2(a) la composition et la température finales en fonction de la densité, pour une température initiale  $T = 2 \times 10^9$  K. Pour les plus faibles densités la température finale est de l'ordre de  $5 \times 10^9$  K tandis qu'elle atteint  $10 \times 10^9$  K aux plus grandes densités ( $\gtrsim 10^9 \text{ g cm}^{-3}$ ). À ces températures, l'équilibre favorise les noyaux légers et pour notre réseau les noyaux dominants sont l'hélium (à défaut de neutrons ou protons) et les noyaux à forte énergie de liaison :  $^{56}\text{Ni}$ ,  $^{52}\text{Fe}$  et  $^{48}\text{Cr}$ . On note que pour ces noyaux aussi la tendance est de favoriser les plus légers et donc le chrome. La température finale diminue avec la densité et l'équilibre s'enrichit notablement en  $^{56}\text{Ni}$ , jusqu'à ce qu'il devienne très majoritaire pour des densités  $\lesssim 10^8 \text{ g cm}^{-3}$ .

Ces différences de composition impliquent un bilan énergétique différent. En effet le  $^{56}\text{Ni}$  est le noyau de notre réseau présentant l'énergie de liaison la plus élevée, donc la combustion à faible densité, qui donne presque exclusivement du  $^{56}\text{Ni}$ , libère le plus d'énergie par gramme de matière. Au contraire la présence de  $^4\text{He}$ , dont l'excès de masse est positif, réduit la production d'énergie spécifique. En revanche, l'énergie volumique libérée est croissante avec la densité. Celle-ci correspond à la ligne continue noire sur la figure 3.2(b). Et même si la capacité calorifique du plasma augmente avec la densité, elle augmente plus lentement et, en fin de compte, l'augmentation de température est une fonction croissante de la densité. La figure 3.3(a) montre en rouge cette estimation de la variation de température en supposant une capacité calorifique indépendante de  $T$ . D'autre part, la figure 3.2(b) montre les énergies thermiques initiale et finale. On note que  $Q_{nuc}$  représente environ dix fois l'énergie thermique initiale ce qui explique le chauffage très important. Rappelons aussi que ces simulations de combustion supposent une température initiale de  $T = 2 \times 10^9$  K, or dans les cas réels où la combustion se propage dans

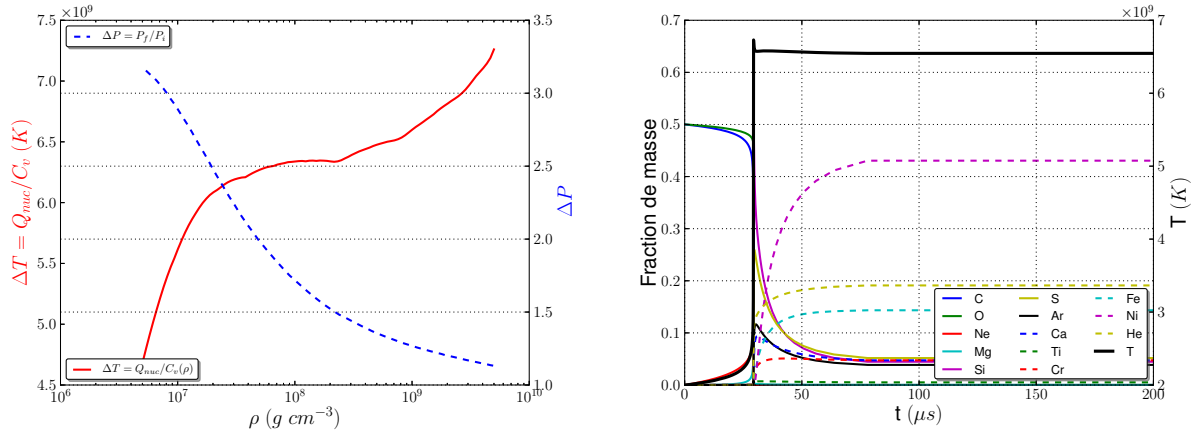


FIGURE 3.3 – **A gauche** : En rouge, estimation du gain de température à partir de l'énergie nucléaire libérée et pour une capacité calorifique,  $C_v$ , dépendant de la densité mais constante en température. En bleu, variation de pression due à la combustion en fonction de la densité. A cause de la dégénérescence des électrons cette variation est quasi-nulle à grande densité et très faible aux basses densités. **A droite** : Combustion isochore à  $\rho = 1 \times 10^8$  g cm $^{-3}$  en fonction du temps. On y distingue les deux étapes de combustion : l'induction et l'explosion (Khokhlov, 1991b).

l'étoile, la température initiale est beaucoup plus faible ( $\lesssim 10^8$  K). Dans ce cas  $Q_{nuc} \gg E_{th}^i$  et l'état final est indépendant de la température initiale.

Enfin, même si la combustion a un effet thermique très important, l'effet sur la pression totale est faible du fait de la dégénérescence. Notamment à grande densité où les électrons sont très dégénérés et où l'énergie thermique ne représente qu'une faible fraction de l'énergie interne. Ainsi le facteur de surpression, représentée sur la figure 3.3(a) en bleu,  $\Delta P = P^f/P^i$  passe de 3 à  $\rho = 1 \times 10^7$  g cm $^{-3}$  à presque 1 à  $\rho = 1 \times 10^9$  g cm $^{-3}$ . Cette propriété est importante surtout concernant l'ignition des détonations. En effet une détonation nécessite un choc et donc des surpressions importantes.

### 3.1.3.6 Temps caractéristiques

Due à la dépendance exponentielle vis à vis de la température des taux de réactions, on peut distinguer deux étapes de combustion distinctes (Khokhlov, 1991b). La première est l'étape d'induction, durant laquelle la température augmente peu, les temps caractéristiques diminuent peu et l'énergie libérée est faible. Cette étape correspond à la partie de la figure 3.3(b), où la température augmente peu. Sa durée est appelée **temps d'induction** et vaut ici  $\tau_i \sim 30$  μs. La seconde étape est l'explosion, qui est très brève et libère la quasi-totalité de l'énergie nucléaire. Durant cette étape la température augmente très rapidement et  $^{12}\text{C}$  et  $^{16}\text{O}$  brûlent très rapidement  $\tau_c < \tau_o \ll \tau_i$ . En suivant l'exemple des études de combustion dans le contexte astrophysique de Khokhlov (1991b), on définit le temps d'induction,  $\tau_i$ , comme :

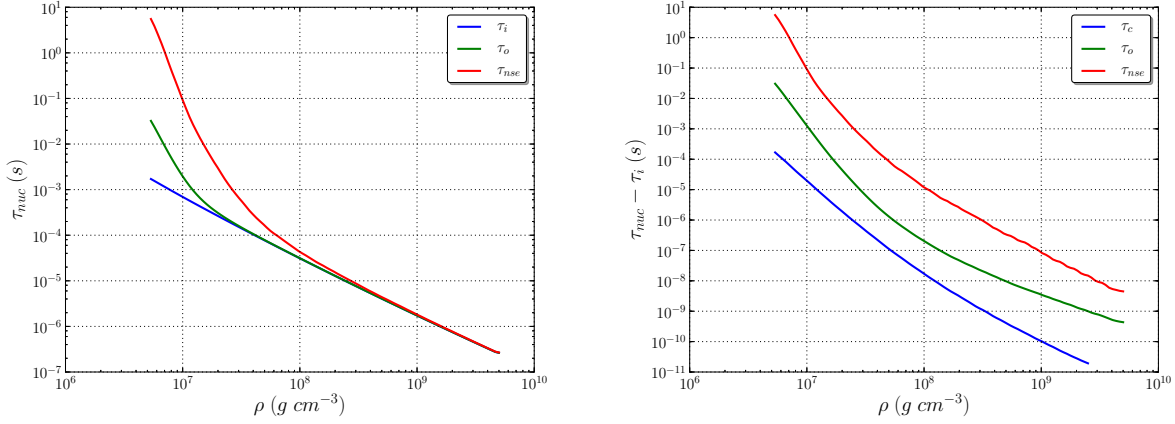


FIGURE 3.4 – **A gauche** : Estimations des temps caractéristiques à partir de nos simulation : durée de l'étape d'induction en fonction de la densité ( $\tau_i$ ) en bleu, temps de consommation de  $^{16}\text{O}$ , calculé depuis l'instant  $t = 0$  ( $\tau_o$ ), durée nécessaire pour atteindre l'équilibre statistique nucléaire ( $\tau_{nse}$ ). **A droite** : Temps de consommation de  $^{12}\text{C}$  ( $\tau_c$ ) et de  $^{16}\text{O}$  ( $\tau_o$ ) puis durée de l'étape de relaxation vers l'équilibre statistique ( $\tau_{nse}$ ), mesurés à partir de la fin de l'étape d'induction.

$$\int_0^{\tau_i} \dot{X}_C dt = \gamma X_C^0, \quad (3.27)$$

où  $\gamma$ , représente l'avancement de la réaction :  $\gamma = 0$  initialement, puis  $\gamma = 1$  quand il ne reste plus de carbone. On voit sur la figure 3.3(b) que le temps nécessaire pour atteindre un avancement quelconque  $\gamma \in [0, 1 : 1]$  est le même. Ainsi le choix de  $\gamma > 0, 1$ , n'influe pas sur la valeur de  $\tau_i$ . En effet une fois l'explosion lancée, les taux de réactions augmentent exponentiellement et la réaction est finie en un temps petit devant le temps d'induction. Notons que cette définition du temps d'induction est très pragmatique et n'est pas générale. Par exemple un autre choix utilisé par les combustionnistes terrestres, consiste à définir ce temps d'induction comme le point d'inflexion sur la courbe de température ou encore le maximum de la dérivé de  $T(t)$ . Quoiqu'il en soit, ce temps d'induction est un temps caractéristique pertinent pour décrire la combustion, puisqu'il tient compte de l'auto-accélération. Ce concept d'induction des réactions thermonucléaires est important dans la suite, notamment, pour le mécanisme de Zel'dovich d'ignition de détonations (§4.1.3). Il est tracé en bleu sur la figure 3.4(a) en fonction de la densité. Les taux de réactions dépendant du carré de la densité (eq. 3.3), le temps d'induction décroît avec la densité.

Ensuite l'étape d'explosion, où l'énergie est libérée par la combustion de  $^{12}\text{C}$  et  $^{16}\text{O}$ , est très courte. On a représenté sur la figure 3.4(b) les deux échelles caractéristiques de  $^{12}\text{C}$  et  $^{16}\text{O}$ , définies par  $\tau_c = t(\gamma_c = 0.99) - \tau_i$  et  $\tau_o = t(\gamma_o = 0.99) - \tau_i$ , puis celle de relaxation vers l'équilibre nucléaire statistique ( $\tau_{nse} = t_{nse} - \tau_i$ ). Ces temps vérifient toujours  $\tau_c \ll \tau_o \ll \tau_{nse}$  et sont aussi nettement décroissants avec la densité. Ainsi, à haute densité, ces temps sont négligeables devant le temps d'induction et l'équilibre est atteint pour  $t \sim \tau_i$ . C'est ce qu'on voit sur la figure 3.4(a), où la durée totale des trois phase est tracée. Pour les densités  $\rho > 2 \times 10^8 \text{ g cm}^{-3}$ , ces courbes

sont confondues. En revanche pour des densités plus faibles, l'établissement de l'équilibre devient long par rapport à l'induction, puis même la consommation de l'oxygène n'est plus instantanée comparée à l'induction. Pour  $\rho < 2 \times 10^7 \text{ g cm}^{-3}$ , la séparation induction-explosion n'est valable que pour le carbone. Et puisque la libération d'énergie se fait en deux étapes ( $^{12}\text{C}$  et  $^{16}\text{O}$ ), l'augmentation de température reste rapide pour l'étape  $^{12}\text{C}$  mais une deuxième étape plus lente suit avec la consommation de  $^{16}\text{O}$ .

### 3.1.3.7 Réseau étendu à 22 noyaux :

Le réseau discuté jusqu'alors étant restreint à 13 éléments, certaines réactions ne peuvent être incluses directement. C'est le cas notamment de celles faisant intervenir un proton : soit une capture  $\alpha$  avec en sortie un proton ( $\alpha, p$ ) ou soit la capture d'un proton. Ces réactions ont des taux importants et peuvent avoir des effets visibles sur la combustion. Pour caractériser ces effets et valider le choix du réseau, on a utilisé un réseau étendu à 22 éléments, dans lequel  $p$ ,  $^{27}\text{Al}$ ,  $^{31}\text{P}$ ,  $^{35}\text{Cl}$ ,  $^{39}\text{K}$ ,  $^{43}\text{Sc}$ ,  $^{47}\text{V}$ ,  $^{51}\text{Mn}$  et  $^{55}\text{Co}$  ont été rajouté. Ces noyaux sont accessibles par une réaction ( $\alpha, p$ ) puis redonnent un noyau du réseau restreint par capture d'un proton : ( $p, \gamma$ ). On a comparé sur la figure 3.5(a) la combustion, dans les mêmes conditions que sur la figure 3.1(a), mais avec le réseau de réactions à 22 éléments. L'inclusion des réactions ( $\alpha, p$ ) et ( $p, \gamma$ ) a peu d'effet pour la première étape de consommation du carbone, car il n'y a pas de noyaux accessibles depuis  $^{12}\text{C}$  par une réaction ( $\alpha, p$ ). En revanche lors de la seconde étape,  $^{24}\text{Mg}$ , abondamment produit par la première étape, peut fusionner en  $^{27}\text{Al}$ . Le proton produit dans le canal de sortie a une section efficace très importante et fusionne immédiatement avec un autre noyau de  $^{27}\text{Al}$  pour donner du  $^{28}\text{Si}$ .

L'enchaînement de ces deux réactions : ( $\alpha, p$ )( $p, \gamma$ ) résulte en une capture  $\alpha$  effective, ce qui accélère le taux de consommation de  $^{24}\text{Mg}$  et le taux de production de  $^{28}\text{Si}$ . Cela accélère légèrement cette seconde étape qui se termine plus tôt que pour le réseau restreint. Ensuite, la relaxation vers l'équilibre est équivalente. Elle est légèrement accélérée au début par les réactions ( $\alpha, p$ )( $p, \gamma$ ). Mais ensuite, comme les noyaux de la chaîne  $\alpha$  sont dans un état stationnaire contrôlé par l'abondance des noyaux  $\alpha$ , elle-même déterminée par l'avancement des réactions d'ions lourds, l'ajout de ces réactions ne peut donc pas mener plus vite à l'équilibre final. Et les deux réseaux atteignent l'équilibre vers 1s. Cependant le réseau étendu contient le noyau de  $^{55}\text{Co}$ , qui est presque aussi abondant que le  $^{56}\text{Ni}$  à l'équilibre. Le réseau à 13 espèces ne contient pas ce noyau et donc l'équilibre atteint par ce réseau contient uniquement du  $^{56}\text{Ni}$ . Or l'énergie de liaison est plus importante pour  $^{56}\text{Ni}$ , ce qui explique la température plus faible pour le réseau étendu.

La figure 3.5(b) compare la composition et la température finales en fonction de la densité pour la combustion avec le réseau à 22 noyaux et pour celui à 13 noyaux. Comme expliqué précédemment, la présence du  $^{55}\text{Co}$  dans le réseau étendu diminue la concentration finale en  $^{56}\text{Ni}$ , l'énergie nucléaire libérée et donc la température finale. Le cobalt est abondant à toutes les densités. Cela se traduit à basse densité par moins de  $^{56}\text{Ni}$ , alors qu'à grande densité cela entraîne une abondance d'hélium plus faible. Or l'hélium ayant une énergie de liaison faible, une abondance faible implique une température d'équilibre plus importante. Ainsi le réseau à 22 espèces conduit à une température plus faible à basse densité et plus élevée aux grandes densités,

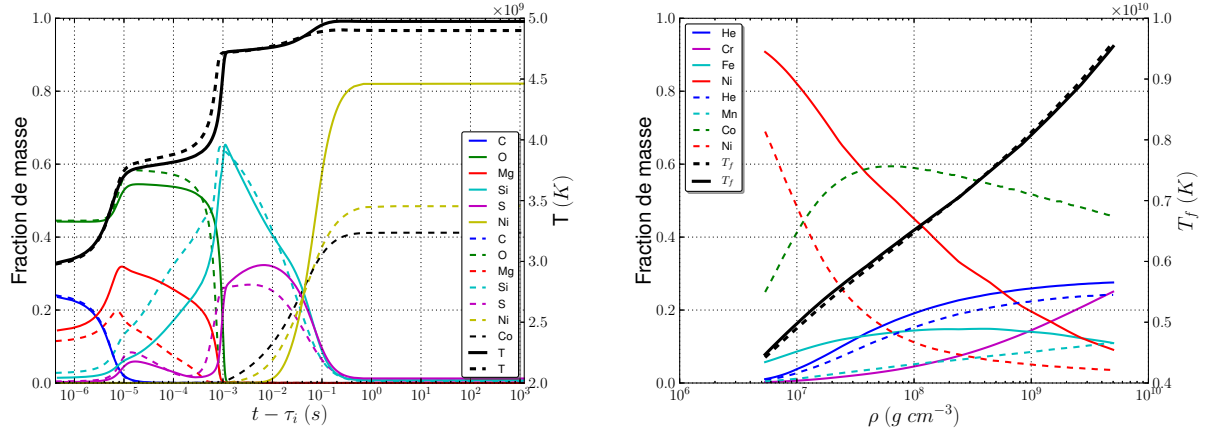
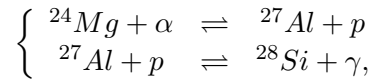


FIGURE 3.5 – **A gauche** : Combustion isochore d'un mélange C+O de densité  $\rho = 1 \times 10^7 \text{ g cm}^{-3}$  et température initiale  $T = 2 \times 10^9 \text{ K}$  pour le réseau étendu à 22 noyaux (tirets), comparée au cas du réseau à 13 espèces (traits pleins). Seuls les 6 noyaux principaux sont représentés avec le même codage de couleur (sauf pour le réseau étendu où le  $^{55}\text{Co}$  a été ajouté) **A droite** : Composition et température finales en fonction de la densité pour le réseau à 22 noyaux (tirets) comparées au réseau à 13 espèces (traits pleins).

avec une transition autour de  $\rho = 2 \times 10^8 \text{ g cm}^{-3}$ .

### 3.1.3.8 Réactions “Passerelles”

Nous avons vu que le réseau à 13 espèces est suffisant dans le sens où un réseau plus important ne change pas notablement la dynamique de la combustion. Cependant on peut essayer d'inclure les réactions du réseau étendu en ne modélisant pas les noyaux supplémentaires, qui restent souvent minoritaires. En effet, la succession des réactions  $(\alpha, p)$  et  $(p, \gamma)$  résulte, de façon effective, en une réaction  $(\alpha, \gamma)$  reliant les éléments du réseau restreint. Par exemple les deux réactions suivantes :



produisent effectivement  ${}^{28}\text{Si}$  à partir de  ${}^{24}\text{Mg}$  et  $\alpha$ . Cependant pour faire le calcul de façon exacte, il faut suivre les deux variables :  $n_{\text{Al}}$  et  $n_p$ . C'est ce qui est fait dans le réseau étendu, cependant  $n_{\text{Al}}$  et  $n_p \ll 1$ . En effet, les réactions de capture de proton sont très rapides et on peut faire l'hypothèse que ces espèces sont à l'équilibre. C'est à dire que leur production et leur consommation par les deux réactions ci-dessus sont égales, c'est à dire :  $\dot{n}_p = \dot{n}_{\text{Al}} = 0$ . On peut alors écrire :

$$n_{\text{Mg}} n_{\text{He}} \langle \sigma v \rangle_{\text{Mg}(\alpha, p)} - n_{\text{Al}} n_p \langle \sigma v \rangle_{\text{Al}(p, \alpha)} - n_{\text{Al}} n_p \langle \sigma v \rangle_{\text{Al}(p, \gamma)} + n_{\text{Si}} \tau_{\text{Si}} \gamma = 0. \quad (3.28)$$



On peut alors en déduire le produit  $n_{\text{Al}}n_p$  :

$$n_{\text{Al}}n_p = \frac{n_{\text{Mg}}n_{\text{He}} \langle \sigma v \rangle_{\text{Mg}(\alpha,p)} + n_{\text{Si}}\tau_{\text{Si}\gamma}}{\langle \sigma v \rangle_{\text{Al}(p,\alpha)} + \langle \sigma v \rangle_{\text{Al}(p,\gamma)}},$$

qui peut servir ensuite à calculer les taux effectifs de production des noyaux de notre réseau, ici :  $n_{\text{Mg}}$ ,  $n_{\text{Si}}$  et  $n_{\text{He}}$  :

$$\begin{cases} \dot{n}_{\text{Si}} = n_{\text{Al}}n_p \langle \sigma v \rangle_{\text{Al}(p,\gamma)} - n_{\text{Si}}\tau_{\text{Si}\gamma}, \\ \dot{n}_{\text{Mg}} = -n_{\text{Mg}}n_{\text{He}} \langle \sigma v \rangle_{\text{Mg}(\alpha,p)} + n_{\text{Al}}n_p \langle \sigma v \rangle_{\text{Al}(p,\alpha)}, \\ \dot{n}_{\text{He}} = -n_{\text{Mg}}n_{\text{He}} \langle \sigma v \rangle_{\text{Mg}(\alpha,p)} + n_{\text{Al}}n_p \langle \sigma v \rangle_{\text{Al}(p,\alpha)}, \end{cases}$$

avec uniquement les variables du réseau restreint. Ces taux effectifs sont ensuite ajoutés aux termes classiques de création et destruction par capture alpha et photo-désintégration.

Nous avons inclus huit réactions effectives de ce type, dites réactions *passerelles*, en commençant avec le magnésium jusqu'au fer. Les trois réseaux sont comparés sur la figure 3.6 : le réseau étendu à 22 éléments, le réseau restreint à 13 espèces et le réseaux à 13 espèces plus les 8 réactions passerelles. La comparaison est faite pour le cas de combustion isochore des figures 3.1(a) et 3.5(a). Notons que l'inclusion de ces passerelles permet de suivre la dynamique du réseau à 22 éléments en n'en modélisant que 13. Ce réseau permet de reproduire notamment la légère accélération de l'étape de combustion de l'oxygène. En revanche il ne peut pas arriver au bon équilibre final puisqu'il n'inclut pas le noyau de  $^{55}\text{Co}$ . Ainsi à basse densité il donne une température équivalente au réseau simple à 13 espèces, qui est trop élevée. En revanche à grandes densités, les passerelles favorisent la formation du  $^{56}\text{Ni}$  et la température finale est alors plus proche du réseau étendu. Cependant ces différences sont faibles ( $< 2\%$ ). Le principal intérêt du réseau avec passerelles et qu'il reproduit mieux la dynamique temporelle de libération d'énergie. Or c'est cet aspect qui est important pour la propagation de la combustion, qui sera étudiée dans la partie suivante.

## 3.2 Propagation d'une discontinuité et détonation

Dans la partie précédente, nous avons discuté uniquement l'aspect microscopique des réactions thermonucléaires. Or ces réactions libèrent beaucoup d'énergie, ce qui permet à la combustion de se propager. Les taux de réactions étant extrêmement sensibles à la température, par exemple  $\tau \propto T^{27}$  pour la fusion du carbone (équation 3.9), la combustion se fait sur des distances très courtes (figure 3.4). Ainsi dans une supernova thermonucléaire, la combustion se propage en des fronts extrêmement fins. Les équations de conservation au passage du front assimilé à une discontinuité peuvent déjà donner les propriétés générales des fronts réactifs. Soit un front de vitesse  $D$  se propageant comme indiqué sur la figure 3.7, alors :

$$\begin{cases} \rho^* u^* &= \rho_0 u_0 \\ \rho^* u^{*2} + P^* &= \rho_0 u_0^2 + P_0 \\ \epsilon^* + \frac{P^*}{\rho^*} + \frac{1}{2} u^{*2} &= \epsilon_0 + \frac{P_0}{\rho_0} + \frac{1}{2} u_0^2 + \epsilon_{\text{nuc}} \end{cases}$$

avec  $u$  la vitesse du fluide,  $P$  la pression,  $\epsilon$  l'énergie interne spécifique et  $\rho$  la densité. Les



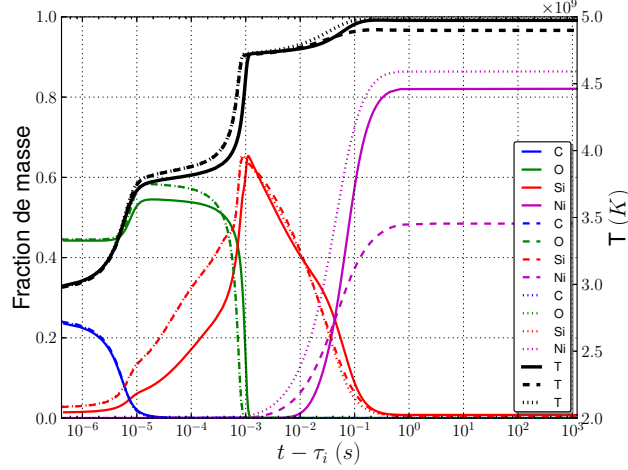


FIGURE 3.6 – Comparaison de la combustion isochore d'un mélange C+O de densité  $\rho = 1 \times 10^7 \text{ g cm}^{-3}$  et température initiale  $T = 2 \times 10^9 \text{ K}$  pour le réseau étendu à 22 noyaux (tirets), le réseau restreint à 13 espèces (traits pleins) et ce même réseau mais avec un traitement des réactions  $(\alpha, p)$  et  $(p, \gamma)$  à l'équilibre (pointillés). Seuls les 4 noyaux principaux sont représentés avec le même codage de couleur

grandeurs  $\{X_0\}$  correspondent à l'état du fluide au repos et les grandeurs  $\{X^*\}$  correspondent à l'état post-discontinuité. Enfin  $\epsilon_{nuc}$  est l'énergie spécifique libérée par les réactions nucléaires. Ces équations traduisent la conservation de la masse, de l'impulsion et de l'énergie. Ces équations sont valables pour un front plan, stationnaire et infiniment fin.

### 3.2.1 Chocs et relations d'Hugoniot

Considérons d'abord le cas d'un choc, pour lequel on a  $\epsilon_{nuc} = 0$ . Un choc peut être assimilé à une discontinuité, en effet on passe d'un état à l'autre sur quelques libres parcours moyens. Dans le référentiel du choc, dont la vitesse de propagation est  $D$ , ces équations deviennent :

$$\begin{cases} \rho^*(u^* - D) = \rho_0(u_0 - D) \\ \rho^*(u^* - D)^2 + P^* = \rho_0(u_0 - D)^2 + P_0 \\ \epsilon^* + \frac{P^*}{\rho^*} + \frac{1}{2}(u^* - D)^2 = \epsilon_0 + \frac{P_0}{\rho_0} + \frac{1}{2}(u_0 - D)^2 \end{cases}$$

On peut supposer que l'état non choqué est au repos, car on se ramène à ce cas par un simple changement de référentiel. En introduisant l'enthalpie spécifique  $h = \epsilon + P/\rho$ , ces équations s'écrivent :

$$\begin{cases} \rho^*(u^* - D) = \rho_0(-D) \\ \rho^*(u^* - D)^2 + P^* = \rho_0 D^2 + P_0 \\ h^* + \frac{1}{2}(u^* - D)^2 = h_0 + \frac{1}{2}D^2 \end{cases}$$

Si on utilise la conservation de la masse et de l'impulsion, on obtient une expression de la vitesse derrière le choc et du saut de pression en fonction de la vitesse du choc et de la densité post-choc :

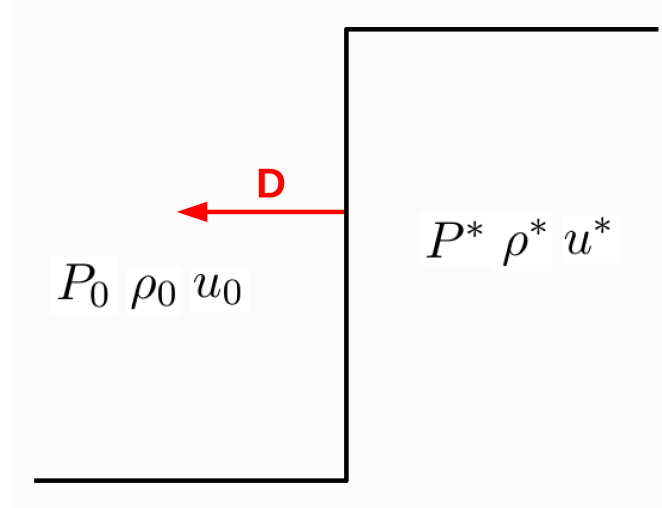


FIGURE 3.7 – Schéma d'une discontinuité se propageant à la vitesse  $D$ , dans un milieu de densité  $\rho_0$  et de pression  $P_0$  où la vitesse du fluide est  $u_0$ .

$$u^* = D \frac{\Delta \rho}{\rho}, \quad (3.29)$$

$$\Delta P = \rho_0 D^2 \frac{\Delta \rho}{\rho}. \quad (3.30)$$

avec  $\Delta \rho / \rho = (\rho^* - \rho_0) / \rho^*$ , le facteur de dilatation du gaz au passage du choc. Cette équation définit une droite dans le plan  $P$ - $v$  (volume spécifique), appelée droite de Rayleigh :

$$\Re : \quad \rho_0^2 D^2 - (P^* - P_0) / (v_0 - v^*) = 0, \quad (3.31)$$

avec  $v = \rho^{-1}$  le volume spécifique. Cette droite de Rayleigh, représentée pour deux valeurs de  $D$  sur la figure 3.8, passe par le point  $(P_0, v_0)$  avec une pente  $\rho_0^2 D^2$ . Elle représente les lieux du plan  $P$ - $v$  vérifiant la conservation de la masse et de l'impulsion. En utilisant la conservation de la masse et l'équation de l'énergie, on obtient alors une dernière relation :

$$h^* - h_0 + \frac{1}{2}(P^* - P_0)(v^* + v_0) = 0. \quad (3.32)$$

La courbe définie par cette équation dans le plan  $P$ - $v$  est la courbe de Hugoniot, représentée sur la figure 3.8. Son intersection avec la droite de Rayleigh, marquée d'un H, permet de caractériser entièrement l'état choqué. Comme la pente de cette droite dépend de  $D$ , c'est la vitesse du choc qui définit entièrement l'état post-choc.

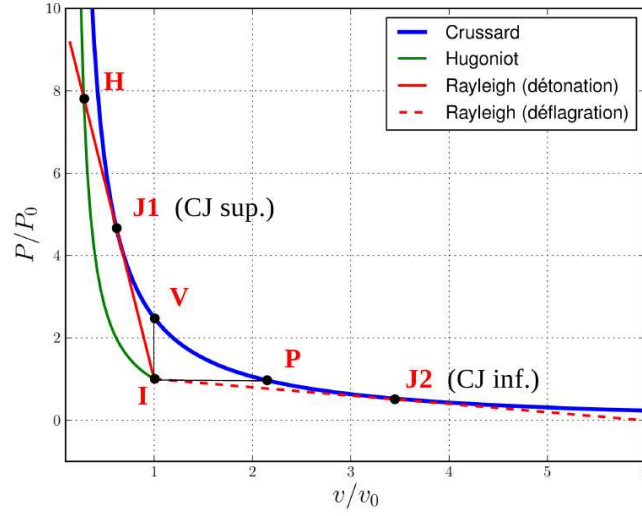


FIGURE 3.8 – Diagramme dans le plan  $P$ - $v$  des deux modes possibles de propagation d'un front de combustion. Le point  $I$  représente l'état initial. Les états accessibles sont séparés en deux. La partie entre  $V$  et  $J1$  où  $P > P_0$ , qui correspond à un mode supersonique appelé détonation et la partie entre  $P$  et  $J2$  où  $P < P_0$ , et où la combustion se propage subsoniquement. Ce dernier mode est une déflagration. Les points  $J1$  et  $J2$  sont les points de Chapman-Jouguet supérieur et inférieur respectivement, ils représentent des cas limites de détonations et déflagrations.  $H$  est le point atteint par conservation de masse et de moment, au passage d'un choc et avant libération d'énergie nucléaire.

### 3.2.2 Détonations et déflagrations planes

On s'intéresse maintenant à la propagation de fronts de combustion plans et de vitesse constante, qui libèrent quasi instantanément une énergie spécifique  $\epsilon_{nuc} \sim 5 \times 10^{17} \text{ erg g}^{-1}$ , sur une largeur de front très faible (voir §3.1.3.6). Dans ce cas les deux premières équations de conservation restent inchangées, en revanche le terme  $\epsilon_{nuc}$  vient s'ajouter à l'équation de conservation de l'énergie, qui donne alors :

$$h^* + \frac{1}{2}(u^* - D)^2 = h_0 + \epsilon_{nuc} + \frac{1}{2}D^2. \quad (3.33)$$

Cette équation représente tous les états possibles une fois la combustion terminée. Le lieu de ces états est représenté en bleu sur la figure 3.8 pour une énergie  $\epsilon_{nuc} = 7 \times 10^{17} \text{ erg g}^{-1}$ . Cette énergie dépend en fait de la densité à laquelle a lieu la combustion (voir figure 3.2(b)). Cette valeur est celle mesurée à  $\rho = 5 \times 10^7 \text{ g cm}^{-3}$ .

Plusieurs états importants sont marqués d'une lettre.  $I$  correspond à l'état initial au repos de densité  $\rho_0$  et pression  $P_0$ . Les 2 points notés  $P$  et  $V$  représentent des états importants pour la combustion. La partie entre ces deux points n'est pas physique est correspond mathématiquement à des vitesses imaginaires ( $D^2 < 0$ ). Les points dans la partie haute de la Crussard (au dessus de  $V$ ) représentent une combustion se propageant supersoniquement, où il y a une augmentation de la pression et de la densité. Ce mode est une détonation. Au contraire pour les points en dessous de  $P$ , la combustion se propage subsoniquement et pression et densité diminuent au passage

du front (diminution faible pour la pression). C'est une déflagration. Les points limites P et V correspondent respectivement à une combustion isobare, de vitesse de propagation nulle et à une combustion isochore de vitesse infinie. Les points J1 et J2 sont les points de Chapman-Jouguet supérieur et inférieur respectivement. Le premier représente la détonation de vitesse minimale et le deuxième la déflagration de vitesse maximale.

**Détonations planes stationnaires :** La figure 3.9 représente la partie détonation de la courbe de Crussard, trois droites de Rayleigh sont représentées avec des vitesses différentes. Pour des vitesses de front faibles, il n'y a aucune intersection donc aucun état vérifiant les équations d'une détonation stationnaire. Il existe donc une vitesse minimale, qui correspond à la droite de Rayleigh tangente. Cette vitesse porte le nom de Chapman-Jouguet ( $D_{CJ}$ ) en l'honneur des pionniers de ce domaine. Pour des vitesses plus grandes, il existe deux points d'intersection, notés S et W, correspondant respectivement aux détonations fortes et faibles. Une détonation faible n'est pas réalisée dans les conditions normales, car pour une détonation plane et stationnaire, les réactions sont dues à un choc frontal qui emmène le fluide dans l'état H, puis les réactions ont lieu et descendent la droite de Rayleigh jusqu'à S, où toute l'énergie disponible a été libérée. Ainsi seule la partie au delà de J est réalisable, elle correspond à une détonation forcée (*overdriven*). En effet l'état final est subsonique :  $u^* + C_s > D$  et une perturbation initiée derrière la détonation la rattrape, notamment l'onde de raréfaction (qui se déplace à  $C_s$ ). Ainsi la seule possibilité pour qu'une détonation forcée ne retombe pas dans l'état CJ est qu'elle soit poussée par un piston de vitesse  $u^*$ . D'autre part, les expériences montrent que les détonations libres ou auto-entretenues se propagent à la vitesse  $D_{CJ}$ . Cette vitesse peut être estimée par (Ciccarelli et Dorofeev, 2008) :

$$D_{CJ} \simeq \sqrt{2\epsilon_{nuc}(\gamma^* - 1)}. \quad (3.34)$$

Le fait remarquable est que cette vitesse de propagation est indépendante de la microphysique de la combustion, elle dépend uniquement de l'énergie totale libérée.

**Déflagrations planes stationnaires :** Le point P, sur la figure 3.8, correspond à un état non-physique où la propagation de la combustion est infiniment lente et toute surpression générée par la combustion est évacuée par le fluide. Une déflagration laminaire correspond à un état juste en dessous du point P, avec une vitesse de front très faible et en conséquence une variation de pression très faible. Par exemple, une déflagration de carbone-oxygène dans une naine blanche se propageant dans un milieu de densité  $\rho_0 = 2,5 \times 10^7 \text{ g cm}^{-3}$ , à une vitesse de  $V_{fl} = 1,58 \text{ km s}^{-1}$ , un facteur de dilatation  $\Delta\rho/\rho = 0,517$ . On en déduit une différence de pression de  $\Delta P = 3,1 \times 10^{17} \text{ erg cm}^{-3}$  à comparer à la pression du milieu :  $P_0 = 3,3 \times 10^{25} \text{ erg cm}^{-3}$ . Donc la combustion est isobare à  $10^{-8}$  près. Contrairement à une détonation, où la vitesse du front dépend uniquement de l'énergie libérée, la vitesse d'une déflagration dépend de la microphysique et notamment des taux de réactions ainsi que du mécanisme de transport d'énergie (conduction, turbulence, ...). Comme expliqué dans la partie *combustion turbulente* (3.3.4), une déflagration turbulente est nettement plus rapide qu'une déflagration laminaire. Une déflagration peut être accélérée jusqu'à une valeur limite, telle que la droite de Rayleigh soit tangente à la courbe de

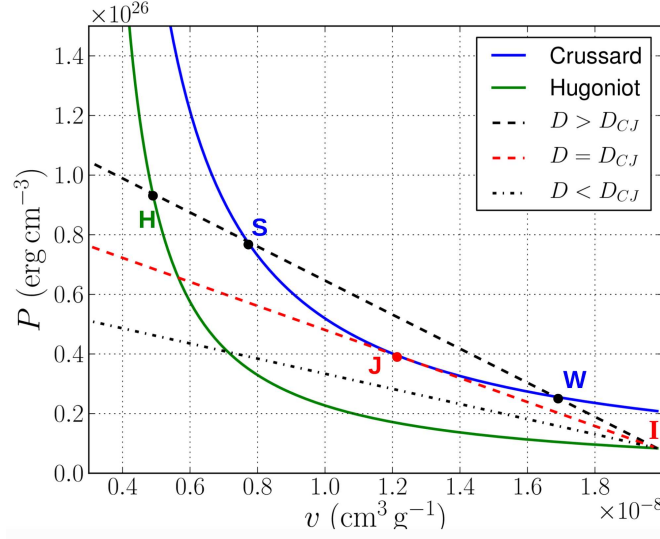


FIGURE 3.9 – Représentation dans le plan  $P$ - $v$  des courbes de Hugoniot (eq. 3.32), de Crussard (eq. 3.32, avec  $\epsilon_{nuc} \sim 7 \times 10^{17}$  erg g $^{-1}$ ) et de Rayleigh (eq. 3.31 pour trois vitesses de front différente :  $D = D_{CJ} \sim 12\,600$  km s $^{-1}$  puis  $D < D_{CJ}$  et  $D > D_{CJ}$ ).

Crussard. En effet pour des vitesses supérieures il n'existe plus d'intersection. Ce cas limite est la déflagration Chapman-Jouguet.

### 3.2.3 Le code ASTROLABE

Ces expressions analytiques font l'hypothèse d'un état stationnaire dans la zone de réactions et nécessitent la connaissance de l'énergie nucléaire libérée. Or cette énergie dépend de l'équilibre atteint, qui lui-même dépend de la cinétique thermonucléaire et du chemin réactif suivi. D'autre part certains phénomènes comme l'ignition ne peuvent pas être traités par une modélisation stationnaire. C'est pourquoi nous avons utilisé un code hydrodynamique à haute résolution capable de suivre ces fronts de réaction : le code ASTROLABE développé par J.-P. Chièze. Ce code 1D utilise une discrétisation en volumes finis avec un maillage mobile et adaptatif dont le nombre de mailles reste constant, ce qui permet d'atteindre des résolutions extrêmes et résoudre les différentes échelles de la combustion. Il inclut aussi deux géométries possibles : plane ou sphérique.

Il peut inclure nombre d'ingrédients physiques avec des expressions précises, selon le phénomène que l'on veut modéliser :

1. L'équation d'état du plasma dégénéré de l'intérieur d'une naine blanche, décrite dans la section 1.2.1.
2. Le réseau de réactions thermonucléaire avec l'effet d'écrantage, décrit précédemment (§3.1).
3. Le transfert thermique par la conduction électronique et le rayonnement, décrit dans la suite (§3.3.1). En effet, il n'est pas utile pour modéliser une détonation mais nécessaire pour les déflagrations.

### 3.2.3.1 Grille mobile

Le maillage ALE (Adaptatif Lagrange Euler) utilisé dans ASTROLABE est capable de résoudre puis de suivre des discontinuités de plusieurs ordres de grandeur. La grille adaptative se base sur les travaux de [Dorfi et Drury \(1987\)](#), qui ont développé une méthode pour faire évoluer la grille et le fluide simultanément. Cela permet notamment d'utiliser un solveur implicite, ce qui est nécessaire pour la partie réactions. Pour cela il faut rajouter, aux équations de conservation classiques, une équation pour l'abscisse des points de maille. L'idée est de choisir une fonction de résolution arbitraire,  $R$ , dépendant des variables hydrodynamique  $\vec{X} = (\rho, \vec{u}, T, X_C, X_O, \dots)$  et d'ajuster la densité du maillage proportionnellement à cette fonction de résolution. La densité du maillage est définie comme le nombre de points de maille par unité de longueur :

$$n_i = \frac{L_i(t)}{x_{i+1} - x_i} \quad (3.35)$$

où  $L(x, t)$  est l'échelle de longueur naturelle. La fonction de résolution  $R(X)$  est choisie arbitrairement. Son but étant de définir là où la grille doit être raffinée et là où elle peut être plus lâche. Ainsi une prescription naturelle consiste à la définir grâce aux gradients des quantités physiques que l'on souhaite résoudre correctement dans la simulation. [Dorfi et Drury \(1987\)](#) proposent une fonction de la forme :

$$R_i(X) = \sqrt{1 + \sum_j \frac{L_i(t)}{X_0^j} \frac{X_{i+1}^j - X_i^j}{x_{i+1} - x_i}}, \quad (3.36)$$

où toutes les quantités ont été exprimées dans leur forme discrétisée sur la maille  $i$ .  $X_0^j$  est l'échelle naturelle de la variable  $X^j$ . Pour des questions de stabilité numérique il faut lisser la fonction de densité de maille spatialement et temporellement pour que celle-ci ne varie pas trop d'une maille à l'autre et d'un pas de temps à l'autre. Finalement l'équation pour la grille qui est résolue est :

$$\frac{\tilde{n}_i}{R_i} = \frac{\tilde{n}_{i+1}}{R_{i+1}}, \quad (3.37)$$

avec  $\tilde{n}$  la densité de maille lissée. Cette équation gère l'évolution de la grille pour que celle-ci s'adapte au mieux à la fonction de résolution.

### 3.2.3.2 Discrétisation des équations d'évolution

Les variables hydrodynamiques sont définies selon deux maillages décalés : le maillage primaire,  $\{r_i\}$ , représente les interfaces et le maillage décalé,  $\{\tilde{r}_i\}$ , sert à discrétiser les variables volumiques :  $\rho$ ,  $E_{th}$  et les fractions de masse des différentes espèces  $Z_j$ . La vitesse du fluide est discrétisée aux interfaces, ainsi que les flux physiques tels que le flux d'énergie rayonnée ou de conduction électronique. Les équations d'évolution sont utilisées sous leur forme conservative avec une expression intégrale. Supposons d'abord que le maillage suive exactement le fluide (description lagrangienne). On verra dans la suite comment traiter les flux lorsque le fluide se déplace par rapport au maillage. Pour les grandeurs volumiques, le volume de contrôle,  $\delta V_i$ , est

défini par les interfaces  $\{r_i\}$ . La connaissance de la vitesse à ces interfaces permet de connaître l'évolution du volume et donc de ces grandeurs. Par exemple l'équation de conservation de la masse s'écrit :

$$\rho_i(t + dt)\delta V_i(t + dt) = \rho_i(t)\delta V_i(t). \quad (3.38)$$

Il vient s'y ajouter des termes sources volumiques pour l'équation de l'énergie. Pour la conservation du moment, il faut connaître la pression aux bords du volume de contrôle. C'est pour cela qu'on décale la grille de manière à ce que le volume de contrôle pour le moment,  $\delta\tilde{V}_i$ , soit centré autour des interfaces  $r_i$  et que ses bords correspondent aux points de discrétisation des grandeurs volumiques,  $\{\tilde{r}_i\}$ . Ces derniers sont définis de manière à correspondre à la position où un champ, variant linéairement avec la position, atteint sa valeur moyenne. En géométrie plane cette position correspond au centre de la cellule. En revanche, en géométrie sphérique, l'expression devient :

$$\tilde{r}_i = \frac{3}{4} \frac{r_{i+1}^4 - r_i^4}{r_{i+1}^3 - r_i^3}. \quad (3.39)$$

De cette manière la formulation des équations de conservation est cohérente, puisque la pression nécessaire à l'équation du moment est connue en  $\tilde{r}_i$ , où sont connus  $\rho$  et  $T$ .

### 3.2.3.3 Calcul des flux

Cependant ces interfaces ne sont pas lagrangiennes, elles se déplacent par rapport à l'écoulement et cela induit des flux. Pour calculer ces flux d'advection, il faut connaître la vitesse des interfaces,  $u_g$  et la valeur de la quantité advectée à l'interface. La vitesse de l'interface est calculée de façon à ce que le produit  $u_g dt dS$  corresponde au volume balayé par l'interface pendant un pas de temps  $dt$  :

$$u_g = \frac{1}{\Delta t} \frac{r_{t+\Delta t}^3 - r_t^3}{3r^2}. \quad (3.40)$$

Cette expression est obligatoire pour garder la précision du schéma d'advection d'ordre 2. Pour connaître les valeurs aux interfaces, il faut les extrapoler depuis le volume de contrôle. Explicitons la procédure pour les grandeurs volumiques définies en  $\tilde{r}$ , ensuite la procédure est la même pour la vitesse mais avec décalage des grilles. Soit  $X$  une quantité définie en  $\tilde{r}_i$  dans le volume de contrôle entre  $r_i$  et  $r_{i+1}$ . Il nous faut une estimation de cette quantité à ces interfaces. Une interpolation linéaire en  $r_i$  entre  $\tilde{r}_i$  et  $\tilde{r}_{i+1}$  est inconditionnellement instable. Une meilleure idée est de prendre la valeur sous le vent :  $X_{i-1}$  si  $u_i - u_{g,i} > 0$  ou  $X_i$  si  $u_i - u_{g,i} < 0$ . Ce schéma est d'ordre 1 en espace. Pour avoir une meilleure précision, on peut utiliser le gradient pour améliorer l'estimation sous le vent :

$$X_{i-1/2} = X_{i-1} + (r_i - \tilde{r}_i) \left. \frac{\partial X}{\partial r} \right|_i \quad u_i - u_{g,i} < 0,$$

$$X_{i-1/2} = X_i + (r_i - \tilde{r}_{i-1}) \left. \frac{\partial X}{\partial r} \right|_{i-1} \quad u_i - u_{g,i} > 0.$$

Ce gradient est calculé comme la pente de van-Leer, qui est la moyenne harmonique des pentes classiques à droite et à gauche :

$$\left. \frac{\partial X}{\partial r} \right|_i = 2 \frac{\max(0, X'_i X'_{i+1})}{X'_i + X'_{i+1}} \quad \text{avec} \quad X'_i = \frac{X_{i-1} - X_i}{\tilde{r}_{i-1} - \tilde{r}_i},$$

Ce schéma, qui utilise trois points de discrétisation, est d'ordre 2. Il est essentiel pour traiter correctement l'advection lorsque la grille se déplace dans le flot.

### 3.2.3.4 Traitement des chocs

Dans le cadre d'une résolution non-conservative des équations fluides, il faut introduire un mécanisme pour traiter les chocs. En effet leur épaisseur, de l'ordre de quelques libres parcours moyens, est toujours très petite devant la résolution :  $\delta_r = r_{i+1} - r_i$ . Pour traiter ces discontinuités, le code utilise une viscosité artificielle pour épaissir le choc sur quelques cellules. On utilise une expression, basée sur [Von Neumann et Richtmyer \(1950\)](#), qui donne une viscosité négligeable en dehors d'un choc. En 1D on exprime une pression visqueuse de la forme :

$$P_{vis} = \left( 2 \frac{(u_{i+1} - u_i)^2}{C_s^2} - \frac{\min(u_{i+1} - u_i, 0)}{C_s} \right) P_i, \quad (3.41)$$

qui est comparable à la pression du fluide uniquement dans les cellules du choc. Il faut aussi inclure la dissipation d'énergie induite par le choc, car sans viscosité naturelle les équations fluides sont isentropiques :

$$Q_{vis} = -P_{vis} \min \left( \frac{\partial u}{\partial r}, 0 \right). \quad (3.42)$$

Cette expression permet de dissiper de l'énergie lors de la compression. Il faut noter que la quantité d'énergie dissipée est indépendante du choix de la viscosité. Ce sont les équations de conservation qui fixent densité, vitesse et énergie derrières le choc, en accord avec les relations de Hugoniot. La viscosité joue en fait seulement sur l'épaisseur du choc.

### 3.2.4 Détonations

Ce code hydrodynamique, grâce à sa grille mobile et adaptative, peut atteindre des résolutions suffisantes pour résoudre la dynamique des trois étapes de combustion, malgré les échelles spatiales et temporelles très différentes de ces étapes, tout en propageant correctement le choc frontal. Il est donc capable de modéliser correctement une détonation réaliste.

En effet la description exposée dans la première partie est insuffisante. Tout d'abord parce que le front n'est pas toujours très fin. En effet, à basses densités, les temps de réactions augmentent énormément (figure 3.4). Cependant on pourrait essayer d'étudier une détonation stationnaire, composée d'un choc frontal, suivi d'une zone de réaction stationnaire. Cette modélisation est justifiée physiquement, car quelques collisions suffisent pour établir l'équilibre mécanique dans



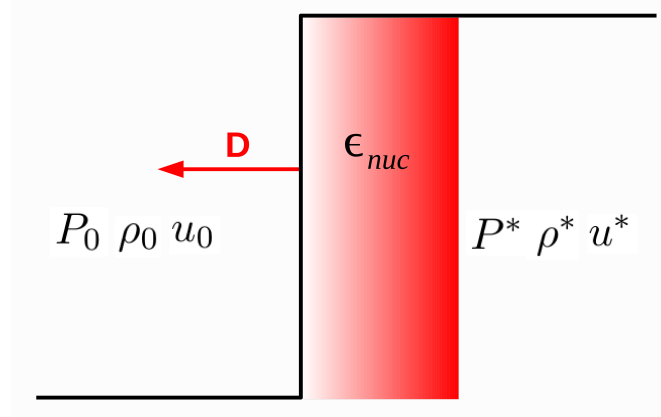


FIGURE 3.10 – Schéma d’une détonation stationnaire 1D dans le modèle ZND, où le choc frontal est suivi d’une zone de réaction (dégradé de rouge) de taille finie

le choc, tandis que nettement plus de collisions sont nécessaires pour en avoir une suffisamment énergétique pour réagir ( $\sigma_{collision} \gg \sigma_{reaction}$ ). Et les réactions nucléaires nécessitent beaucoup plus de temps. Ce modèle est communément appelé : modèle ZND pour Zel’dovich, Von Neumann et Doering. La donnée de la condition aux limites de vitesse, soit nulle pour une détonation libre soit finie pour une détonation forcée, permet, en connaissant  $Q_{nuc}$ , de caractériser entièrement la détonation et notamment sa vitesse de propagation. Cependant l’énergie nucléaire libérée, ne peut être estimée qu’à posteriori, puisqu’elle dépend de l’équilibre atteint qui, lui, dépend de la température post-choc. D’autre part, le caractère endothermique des réactions à forte densité nécessite le recours à la simulation numérique pour caractériser quantitativement une détonation.

#### 3.2.4.1 Détonation forcée

Le plus simple pour initier une détonation est de créer un choc suffisamment fort à l’aide d’un piston. Pour cela on utilise notre code ASTROLABE avec l’interface du bord gauche lagrangienne, de vitesse non nulle fixée. Si on choisit une vitesse supersonique le fluide est rapidement comprimé et un choc se forme. Il va chauffer le plasma et les réactions vont s’allumer. La surpression générée va pousser un peu plus le choc jusqu’à sa vitesse d’équilibre telle que la vitesse  $u^*$  soit égale à la vitesse du piston  $V_{piston}$ . Il faut  $u^* > u_{CJ}^*$ , où  $u_{CJ}^*$  est la vitesse du fluide derrière une détonation Chapman-Jouguet. En effet pour des vitesses plus faibles, il n’existe pas de détonation stationnaire stable. La figure 3.11(a) compare une simulation dynamique de détonation forcée avec ASTROLABE aux courbes de Hugoniot, Crussard et Rayleigh. Le milieu non choqué se situe en bas à droite aux faibles pressions et densités, ensuite le choc frontal comprime rapidement le plasma avec très peu d’énergie nucléaire libérée. Les quelques cellules résolvant le choc ont une viscosité artificielle non nulle (eq. 3.41). Dans ce cas, décrit par Navier-Stokes avec la viscosité artificielle, les états ne sont pas sur la droite de Rayleigh. Mais derrière le choc, l’état se trouve à l’intersection de cette droite avec la courbe de Hugoniot.

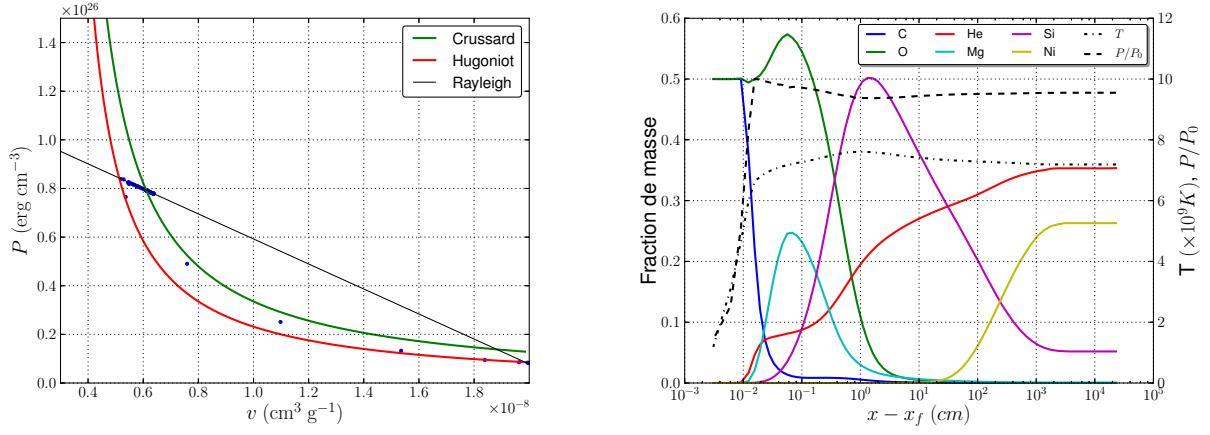


FIGURE 3.11 – **A gauche** : Courbes de Hugoniot, Crussard et Rayleigh pour une détonation forcée ( $V_{piston} = 10\,000$  km s<sup>-1</sup>) pour une densité de  $\rho = 5 \times 10^7$  g cm<sup>-3</sup>. Les points bleus représentent les 150 cellules d'une de mes simulations ASTROLABE dans le plan  $P$ - $v$ . **A droite** : Structure de cette même détonation simulée, représentée depuis le front. En traits pleins les fractions de masse des éléments principaux qui montrent les trois étapes caractéristiques. En tirets la pression dont le saut initial correspond au choc frontal qui chauffe brutalement le plasma, ce qui est visible sur la température en pointillés, qui ensuite n'augmente quasiment plus.

Cela signifie qu'une détonation de carbone-oxygène dans une naine blanche est assez bien décrite par le modèle ZND, puisque l'état post-choc est atteint avant que les réactions n'aient libéré beaucoup d'énergie. Ensuite la combustion a lieu et les états successifs s'alignent sur la droite de Rayleigh, car l'écoulement reste continu et il n'y a pas de dissipation. L'état final se situe bien à l'intersection de cette droite de Rayleigh et de la courbe de Crussard, correspondant à  $Q_{nuc}$ . On note que derrière une détonation les températures sont très importantes et l'équilibre final inclue une large fraction d'hélium qui rend endothermique la relaxation vers l'équilibre. Notons aussi que cette relaxation vers l'équilibre est toujours endothermique pour des raisons purement hydrodynamiques. Cependant, l'effet des réactions endothermiques à cause de la production d'hélium est le plus important.

La détonation représentée sur les figures 3.11(a) et 3.11(b), correspond à une détonation forcée pour une densité de  $\rho = 5 \times 10^7$  g cm<sup>-3</sup> avec un piston de vitesse  $V_{piston} = 10\,000$  km s<sup>-1</sup>. La détonation compresse alors le fluide d'un facteur  $\rho^*/\rho_0 = 3,3$ . En utilisant (3.29) et (3.30), on peut vérifier que la simulation est cohérente avec les prédictions analytiques de la partie précédente. L'équation (3.29) donne une vitesse de détonation de  $D = 14\,200$  km s<sup>-1</sup> et l'équation (3.30) un saut de pression de  $\Delta P = 7,1 \times 10^{25}$  erg cm<sup>-3</sup>, soit un saut de pression d'un facteur 10. Ces valeurs sont vérifiées dans notre simulation hydrodynamique.

$\rho_0 (\times 10^7 \text{ g cm}^{-3})$	1	2	5	10	25	50
$D_{CJ} (\text{ km s}^{-1})$	11320	11350	11450	11500	11900	12400
$P_{CJ}/P_0$	9,9	8,0	6,0	4,3	3,5	3,1

TABLE 3.1 – *Pression et vitesse de propagation d’une détonation Chapman-Jouguet en fonction de la densité. LA vitesse varie peu, en revanche la pression au niveau du choc diminue nettement (relativement à  $P_0$ ) avec la densité. En effet, l’énergie nucléaire libérée représente une fraction de plus en plus faible de l’énergie interne lorsque la densité augmente.*

### 3.2.4.2 Détonation libre

Les détonations forcées décrites ci-dessus sont artificielles puisqu’elles nécessitent une action externe. Ce type de simulation aide cependant à caractériser la structure des détonations. Toutefois, les détonations qui nous intéressent sont les détonations auto-soutenues qui se propagent à la vitesse de Chapman-Jouguet. Ces détonations sont obtenues soit avec une ignition adéquate (voir chapitre suivant) soit à partir d’une détonation forcée, pour laquelle le piston est stoppé et qui ensuite décélère jusqu’à l’état CJ. Un exemple de détonation libre est tracé sur la figure 3.12 pour une densité de  $\rho = 1 \times 10^7 \text{ g cm}^{-3}$ . Les étapes de combustion sont les mêmes avec la consommation du carbone et l’oxygène. Cependant la pression est maximale au niveau du choc, puis les libérations d’énergie lors de la combustion de  $^{12}\text{C}$  et  $^{16}\text{O}$ , résultent en une dilatation et une diminution de pression. Ensuite vient l’onde de raréfaction qui diminue pression et température. Ainsi la combustion a lieu à plus faible pression et donc densité. De ce fait les réactions sont plus lentes et il faut 10 m pour brûler l’oxygène là où il aura fallu moins d’un mètre pour une détonation forcée comme au dessus. Sur la figure 3.12(b), sont tracées les courbes de Crussard et Hugoniot pour cette détonation, et comme on l’attendait, elle se propage à la vitesse  $D_{CJ}$ . La table 3.1 donne la vitesse de propagation d’une détonation Chapman-Jouguet en fonction de la densité. Celle-ci varie assez peu avec la densité, elle est même presque constante aux faibles densités. En revanche, le saut de pression,  $P_{CJ}/P_0$  décroît nettement avec la densité.

Finalement la propagation d’une détonation dépend principalement de la dynamique du fluide et de la libération d’énergie. Ainsi, même si la combustion n’est pas résolue, tant que l’énergétique est correcte la détonation se propagera à la vitesse correcte de  $D_{CJ}$ . C’est ce qu’on observe avec HERACLES, qui est un code eulérien de résolution nettement plus faible (Ce code est décrit dans la suite §4.3.1).

## 3.3 Déflagrations

### 3.3.1 Transfert thermique

La vitesse de propagation d’une détonation plane stationnaire dépend uniquement de l’énergie nucléaire libérée. En revanche, pour une déflagration, la microphysique du transport de l’énergie est capitale pour déterminer sa vitesse de propagation. Dans les conditions physiques d’une naine blanche deux mécanismes peuvent être importants : la conduction électronique et le transfert radiatif. D’autre part, l’intérieur étant supraconducteur il est probablement fortement magnétisé.

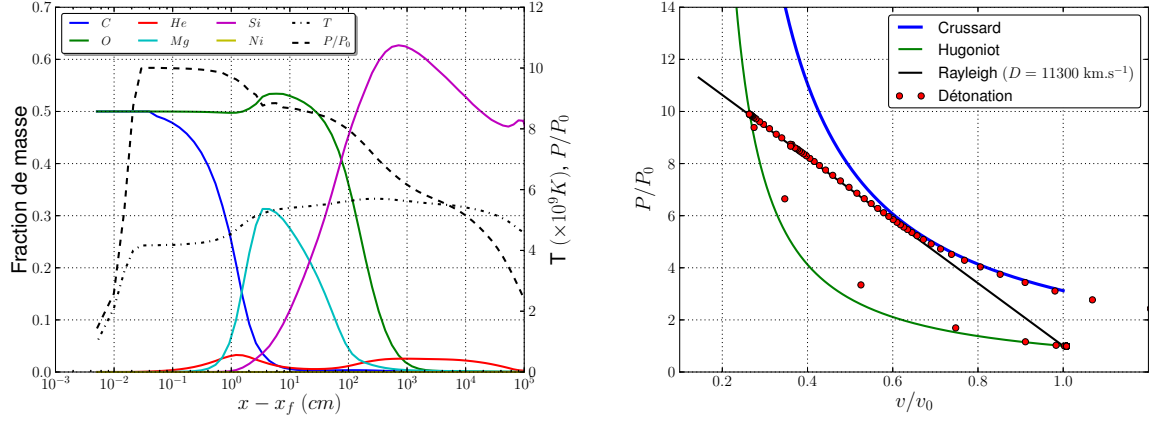


FIGURE 3.12 – **A gauche** : Détonation auto-soutenue dans un milieu de densité  $\rho = 1 \times 10^7 \text{ g cm}^{-3}$  obtenue avec ASTROLABE. La combustion est plus lente que dans le cas d'une détonation forcée, à cause d'une pression plus faible, qui diminue à chaque étape de libération d'énergie. Mais les étapes de combustion du carbone et de l'oxygène sont qualitativement les mêmes. **A droite** : Courbes de Crussard et de Hugoniot pour cette détonation libre, qui atteint bien le point CJ avant l'arrivée de l'onde de raréfaction.

Or le champ magnétique peut avoir un effet important sur la conduction électronique.

### 3.3.1.1 Conduction électronique

L'expression la plus générale de la conduction thermique (et électrique) des électrons dégénérés dans un milieu magnétisé est (Landau et Lifshitz, 1960; Potekhin, 1999) :

$$\vec{j}_e = [\sigma] \cdot \vec{E} - [\alpha] \cdot \vec{\nabla} T \quad \text{et} \quad \vec{j}_T = [\alpha] \cdot \vec{E} - [\kappa] \cdot \vec{\nabla} T.$$

$[\sigma]$ ,  $[\alpha]$  et  $[\kappa]$  sont des tenseurs d'ordre 2 qui se réduisent à des scalaires lorsque le champ magnétique est nul. Ces tenseurs s'expriment à travers une intégrale sur la dérivée de la distribution de Fermi-Dirac. En effet cette dérivée représente les électrons thermiques de la surface de Fermi, qui ne sont pas bloqués dans les états d'énergie inférieure à l'énergie de Fermi et qui peuvent participer au transport d'énergie thermique. Ces tenseurs s'écrivent (Potekhin, 1999) :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{ij} \\ \alpha_{ij} \\ \kappa_{ij} \end{pmatrix} = \int_0^\infty \begin{pmatrix} e^2 \\ e(\mu - \epsilon)/kT \\ (\mu - \epsilon)^2/(kT)^2 \end{pmatrix} \frac{N_B(\epsilon)}{m_e^*} \tau_{ij}(\epsilon) \left( -\frac{\partial f_{FD}}{\partial \epsilon} \right) d\epsilon, \quad (3.43)$$

$N_B(\epsilon)$  est un terme de quantification du champ qui n'intervient que pour des champs extrêmement forts (Les champs à l'intérieur d'une naine blanche ne sont pas suffisants et le champ magnétique reste non-quantifié :  $N_B(\epsilon) = 1$ ),  $m_e^*$  est la masse effective d'un électron d'énergie  $\epsilon$  ( $m_e^* = \epsilon/c^2$ ) et  $[\tau]$  est le temps de relaxation des électrons, déterminé par la diffusion des électrons. Il est égal

à l'inverse de la fréquence effective de collision.

**Champ nul :** Dans le cas non-magnétique,  $[\tau]$  se réduit à un scalaire :  $\tau_0$ . Cette intégrale étant trop lourde à calculer dans un code hydrodynamique, on fait l'hypothèse que  $T \ll T_F$ . Cette hypothèse est justifiée devant le front de déflagration, où les températures sont faibles. En revanche dans le front, là où le chauffage nucléaire est très important, cette hypothèse n'est plus vérifiée. Quoiqu'il en soit, dans cette approximation, la dérivé de la distribution de Fermi-Dirac se réduit à une fonction de Dirac à l'énergie de Fermi. C'est à dire que les seuls électrons thermiques sont ceux d'énergie  $\epsilon_F$ . Dans ce cas, l'intégrale est égale à son intégrande évaluée en  $\epsilon_F$  et les conductions s'écrivent (Urpin et Yakovlev, 1980) :

$$\sigma = \frac{n_e e^2}{m_e^*} \tau_0(\epsilon_F) \quad \text{et} \quad \kappa = \frac{\pi^2 k_B^2 T n_e}{3 m_e^*} \tau_0(\epsilon_F). \quad (3.44)$$

Ainsi la conductivité est proportionnelle à l'inverse de la fréquence des collisions, ce qui veut dire qu'à densité égale de porteurs, moins il y a de collisions et mieux sera transporté l'énergie ou la charge électrique. Cela explique aussi pourquoi en milieu dégénéré la conductivité est très élevée. En effet, lorsque presque tous les niveaux d'énergies sont occupés jusqu'au niveau de Fermi, un électron thermique devra parcourir une grande distance avant de trouver un niveau libre et avoir une collision efficace.

**Fréquence effective de collisions** Dans l'état liquide qui correspond à l'intérieur d'une naine blanche, les collisions dominantes sont les collisions électron - ion et dans une moindre mesure les collisions entre deux électrons. On fait souvent l'approximation que (Ziman, 1960) :

$$\tau_0^{-1} = \nu_e = \nu_{ei} + \nu_{ee}$$

En fait il n'y a pas vraiment de collision, mais plutôt diffusion de l'électron par le champ électrostatique de l'ion. Cette interaction est décrite par une intégrale de diffusion généralisant la diffusion Rutherford (Yakovlev et Urpin, 1980) :

$$\nu_{ei} = n_i v_e \sigma_d(\epsilon) \quad \text{avec} \quad \sigma_d(\epsilon) = \int_0^\pi d\sigma(\epsilon, \theta) (1 - \cos(\theta)) d\Omega(\theta),$$

où  $d\sigma(\epsilon, \theta)$  est la section efficace différentielle pour qu'un électron d'énergie  $\epsilon$  soit dévié de  $\theta$ .  $d\Omega(\theta)$  est l'angle solide d'intégration. On suppose encore que  $T \ll T_F$  et que les électrons ont l'énergie et l'impulsion de Fermi, cela implique que l'énergie transférée est  $\Delta e = m_e^* v_F^2 (1 - \cos(\theta))$ . Ainsi  $\nu_{ei}$  représente un taux de collision effectif dans la mesure où il correspond au rapport de l'énergie transférée par seconde à l'énergie typique d'un électron ( $m_e^* v_F^2$ ). Dans le formalisme classique, où deux charges interagissent à travers un potentiel coulombien, la section efficace est celle de la diffusion Rutherford, donnée par :

$$d\sigma_{Ruth} = \left( \frac{Z e^2}{2 m_e c^2} \right)^2 \frac{1 - \beta^2}{\beta^4} \frac{1}{\sin^4(\frac{\theta}{2})} \quad (3.45)$$

(McKinley et Feshbach, 1948) ont donné des corrections à ce formalisme pour tenir compte des électrons relativistes :

$$d\sigma = d\sigma_{Ruth} \left( 1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} + \pi Z\alpha \sin \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \right) \right) \quad (3.46)$$

Le premier terme est la première correction de Born. Elle est utilisée pour les calculs de conductivité par Yakovlev et Urpin (1980) et Itoh *et al.* (1983). La seconde correction de Born a récemment été ajoutée par Itoh *et al.* (2008). Une autre approche consiste à calculer la section efficace réelle, mais pour un nombre fini d'énergie des électrons incidents et une sélection de noyaux. Doggett et Spencer (1956) ont choisi cette approche et leurs résultats ont ensuite été utilisés par Potekhin *et al.* (1997, 1999) pour calculer les conductivités. Ensuite dans les deux cas il faut calculer  $\sigma_d$  en intégrant sur l'angle solide total. On obtient, avec le premier terme correctif uniquement :

$$\sigma_d(\epsilon) = \frac{4\pi Z^2 e^4}{p^2 v^2} \Lambda_{ei}(p), \quad \text{avec} \quad \Lambda_{ei}(p) = \int_0^{2p/\hbar} q^3 \phi_q^2 \left( 1 - \frac{\hbar^2 c^2 q^2}{4\epsilon^2} \right) dq \quad (3.47)$$

le logarithme coulombien et  $\hbar q = 2p \sin^2 \frac{\theta}{2}$ . Finalement, pour un gaz entièrement dégénéré, on obtient la fréquence de collision effective :

$$\nu_{ei} = \frac{4\pi Z^2 e^4 n_i \Lambda_{ei}}{p_F^2 v_F}, \quad (3.48)$$

avec  $\Lambda_{ei} = \Lambda_{ei}(p_F)$ . Le terme  $\phi_q$  contient toute la physique de l'interaction. Il est en général beaucoup plus complexe que le seul potentiel électrostatique en  $1/q^2$  et peut s'écrire comme :

$$\phi_q = \frac{S(q) F^2(q) R(q)}{q^4 \epsilon(q)},$$

pour inclure différents ingrédients physiques supplémentaires :  $S(q)$  est le facteur de structure ionique qui inclue les effets d'écrantage par les corrélations ioniques,  $\epsilon(q)$  est la fonction diélectrique résultant de l'écrantage par les électrons dégénérés,  $F(q)$  tient compte de la taille non nulle des noyaux et  $R(q)$  est le terme de correction choisi pour la section efficace de diffusion. Tout ceci est valide dans le cas d'une espèce ionique unique, mais si il y a plusieurs types de noyaux, comme dans une naine blanche, alors il faut calculer le logarithme coulombien pour chaque espèce puis en faire une moyenne pondérée par la charge au carré (Cassisi *et al.*, 2007) :

$$\nu_{ei} = \frac{4\pi e^4}{p_F^2 v_F} \sum_j Z_j^2 n_j \Lambda_{ei}^j \quad (3.49)$$

Il reste à calculer ce logarithme coulombien. Urpin et Yakovlev (1980) ont proposé une expression simple dans la phase liquide. Déjà le deuxième terme de l'intégrande peut être calculé exactement puisqu'il converge. Le problème vient du premier terme qui est divergent en  $q = 0$ , c'est à dire pour les paramètres d'impact infinis. Cependant grâce à l'écrantage, le potentiel d'un noyau est efficacement annulé au delà du rayon de Debye,  $r_D$ , dans le cas d'un plasma faiblement couplé et au delà de la sphère ionique,  $a_i = (3/4\pi n_i)^{1/3}$ , pour un couplage fort. Ainsi Urpin et

**Yakovlev (1980)** introduise un rayon maximum :  $r_{max} = \sqrt{D^2 + a_i^2/6}$  pour rendre l'intégrale convergente et dans ce cas le logarithme coulombien se réduit à :

$$\Lambda_{ei} = \ln(2p_F r_{max}/\hbar) - v_F^2/2c^2$$

Enfin ce formalisme de diffusion des électrons par le potentiel coulombien des ions n'est valable que dans la phase liquide. Dans le cas solide la contribution principale vient de la diffusion par les vibrations de la structure ionique ou phonons. Cependant la cristallisation a lieu à des températures très faibles que nous ne considérons pas, et on considérera seulement le cas du liquide. Pour un plasma d'ions de faible charge, la diffusion entre deux électrons peut être importante. Pour cette contribution, **Cassisi et al. (2007)** donnent une expression reliant le régime totalement dégénéré calculé par **Shternin et Yakovlev (2006)** et le régime classique étudié numériquement par **Hubbard et Lampe (1969)**.

### 3.3.1.2 Effet du champ magnétique

La présence d'un champ magnétique, introduit une direction particulière qui brise l'isotropie, en induisant la rotation des électrons autour des lignes de champ magnétique. Le tenseur de conductivité,  $[\kappa]$ , a alors non seulement des éléments diagonaux différents, mais il devient même non-diagonal à cause de l'effet Hall. L'effet du champ magnétique sur les électrons est quantifié par le rayon de Larmor  $p_F/eB$  et la gyrofréquence  $\omega_g = eBc^2/\epsilon_F$ . Le mouvement des électrons reste inchangé dans la direction du champ magnétique. Si on suppose que le champ magnétique est dans la direction verticale, alors la composante  $\kappa_{zz} = \kappa_0$ , avec  $\kappa_0$  la conductivité en absence de champ magnétique. Supposons maintenant un gradient de température dans une direction orthogonale, par exemple x. Le flux de chaleur transporté par des électrons de libre parcours moyen  $l$  et de fréquence de collision  $\tau$ , est :  $q = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x}$ , avec  $\kappa \sim \frac{n_e l^2}{\tau}$ . Pour des électrons dégénérés,  $l = v_F \tau_0$  et  $\kappa_0 \sim n_e (v_F \tau_0)^2 / \tau_0$ . Mais dans le cas, où un champ magnétique perturbe les trajectoire des électrons, le libre parcours moyen sera réduit dans cette direction. Pour un champ fort ( $\omega_g \tau_0 \gg 1$ ), les trajectoires sont circulaires et le libre parcours moyen se réduit au rayon de Larmor dans les deux directions x et y. Notons ainsi qu'un gradient dans la direction x dans un champ vertical génère un flux dans la direction y. Ainsi dans le régime de champ fort :

$$\kappa_{\perp} = \frac{n_e (m_e^* v_F)^2}{\tau_0 (eB)^2} = \frac{\kappa_0}{(\omega_g \tau_0)^2}.$$

Pour relier les régimes de champ nul et de champ fort, on utilise généralement un raccord simple (**Potekhin et al., 1999**) :

$$\tau_{xx} = \tau_{yy} = \frac{\tau_0}{1 + (\omega_g \tau_0)^2}, \quad (3.50)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \frac{\omega_g \tau_0^2}{1 + (\omega_g \tau_0)^2}, \quad (3.51)$$

### 3.3.1.3 Rayonnement

Aux fortes densités la conduction par les électrons dégénéré domine le transport thermique. En revanche, à plus faibles densités,  $\rho \lesssim 1 \times 10^8 \text{ g cm}^{-3}$ , le transport radiatif devient important puis même dominant. Pour le calcul des opacités radiatives, on se base sur les études de [Timmes et Woosley \(1992\)](#) et [Timmes \(2000\)](#). L'opacité totale est constituée de deux composantes : le bremsstrahlung inverse, où un photon est absorbé par un électron dans le champ électrostatique d'un ion et la diffusion Compton, où un photon change de fréquence par une diffusion sur un électron. Ces deux phénomènes voient l'énergie d'un photon être partiellement ou totalement transférée à un électron, transportant ainsi l'énergie thermique. Le bremsstrahlung inverse est calculé par un ajustement analytique de [Christy \(1966\)](#) et [Iben \(1975\)](#). Les opacités Compton sont celles de [Weaver et al. \(1978\)](#). Ces opacités sont utilisées ensuite pour un modèle de diffusion :

$$F_{rad} = -\frac{c}{3\kappa\rho}\nabla(aT^4), \quad (3.52)$$

où  $T$  est la température unique pour les électrons, les ions et les photons.

### 3.3.2 Déflagrations laminares

Lorsque la combustion est lente, le fluide a le temps de se dilater pour rester isobare. Dans ce cas on ne peut pas déclencher une détonation. Cependant lorsque la température augmente, le gradient de température se raidit et le transport thermique décrit précédemment devient de plus en plus important et chauffe le milieu amont jusqu'à l'ignition. Cette propagation subsonique de la combustion par le transfert thermique dans un milieu quasi-isobare est une déflagration. Contrairement à une détonation, les propriétés de ces flammes, sa vitesse de propagation,  $V_{fl}$  et sa largeur,  $\delta$ , sont déterminé par le couplage physique entre le transport thermique et les réactions thermonucléaires. La modélisation numérique est ainsi indispensable pour caractériser ces flammes.

Pour définir la vitesse de flamme, il faut distinguer sa propagation propre des effets de l'écoulement. En effet, contrairement à une détonation, la déflagration subsonique a un effet sur l'écoulement amont : à cause de la dilatation induite par le chauffage, le fluide devant le front de flamme est mis en mouvement, on a donc  $u_0 > 0$ . Et si on choisit une condition aux limites de vitesse nulle derrière la flamme (correspondant à un mur ou au centre d'une configuration sphérique), on a  $u^* = 0$ . Cette configuration est schématisée sur la figure 3.13. Dans ce cas les équations de Hugoniot s'écrivent :

$$\begin{cases} \rho^*(-V_{fl}) = \rho_0(u_0 - V_{fl}) \\ \rho^*V_{fl}^2 + P^* = \rho_0(u_0 - V_{fl})^2 + P_0 \\ h^* + \frac{1}{2}V_{fl}^2 = h_0 + \frac{1}{2}(u_0 - V_{fl})^2 + \epsilon_{nuc} \end{cases}$$

Pour un observateur extérieur, le front se propagera à la vitesse :  $u_0 + V_{fl}$  ; Et donc la vitesse de propagation de flamme correspond au déplacement effectif du front moins la vitesse de l'écoulement. Cette vitesse vaut :



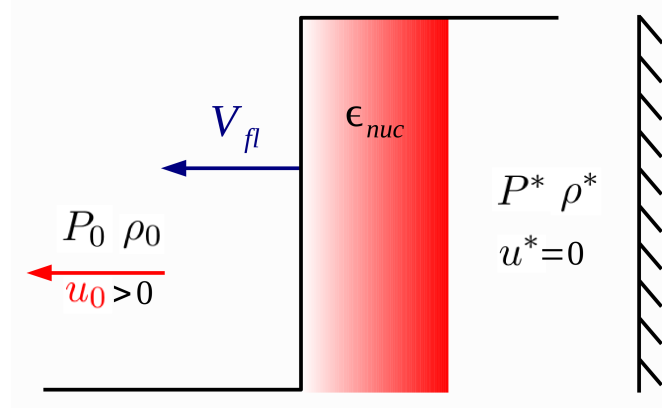


FIGURE 3.13 – Schéma d’une déflagration, se propageant vers la gauche, dans un tube fermé droit. Le milieu amont est mis en mouvement par la flamme :  $u_0 > 0$ .

$$u_0 = \frac{\rho_0 - \rho^*}{\rho_0} V_{fl} \quad (3.53)$$

et comme, pour une déflagration,  $\rho^* < \rho_0$  le fluide est poussé dans le sens de propagation du front. Une autre façon de trouver la vitesse de propagation à partir d’une simulation hydrodynamique est d’utiliser l’équation (3.53) pour calculer  $V_{fl}$  à partir de la mesure de la vitesse du fluide  $u_0$ .

Physiquement, une déflagration thermonucléaire peut se propager grâce au transport d’énergie depuis la zone de réaction nucléaire vers l’amont de la flamme ou à travers la diffusion de réactif dans la zone de combustion. Dans une naine blanche, le transport d’énergie domine largement. En effet le nombre de Lewis, qui est le rapport de la conduction thermique à la diffusion de masse est très grand et le nombre de Prandtl, qui représente le transport visqueux sur la conduction thermique est petit (Timmes, 2000) :

$$Le = \frac{\text{conduction}}{\text{diffusion}} = 10^5 \quad \text{et} \quad Pr = \frac{\text{viscosité}}{\text{conduction}} = 10^{-4}.$$

Ainsi dans les naines blanches, une déflagration se propage grâce à la conduction électronique et grâce au rayonnement, comme cela est illustré sur la figure 3.14. Aux faibles densités, comme pour la déflagration représentée, les photons sont plus efficaces, tandis qu’aux densités les plus fortes, c’est la conduction électronique qui domine. On peut obtenir une première estimation de la vitesse ( $V_{fl}$ ) et de la largeur ( $\delta$ ) caractéristiques d’une flamme en égalant les échelles de temps de diffusion thermique,  $\tau_{diff} = \delta^2/D$  (avec  $D$  la diffusivité thermique), et nucléaire,  $\tau_{nucl} = E/\dot{Q}_{nuc}$  (avec  $E$  l’énergie interne). On en déduit la largeur thermique de flamme :  $\delta = (DE/\dot{Q}_{nuc})^{1/2}$  puis immédiatement une estimation de la vitesse de flamme :  $V_{fl} = \delta/\tau_{nucl}$ , donc :

$$V_{fl} = \sqrt{\frac{D\dot{Q}_{nuc}}{E}}. \quad (3.54)$$

Ces ordres de grandeurs permettent de comprendre qualitativement une déflagration. La vitesse

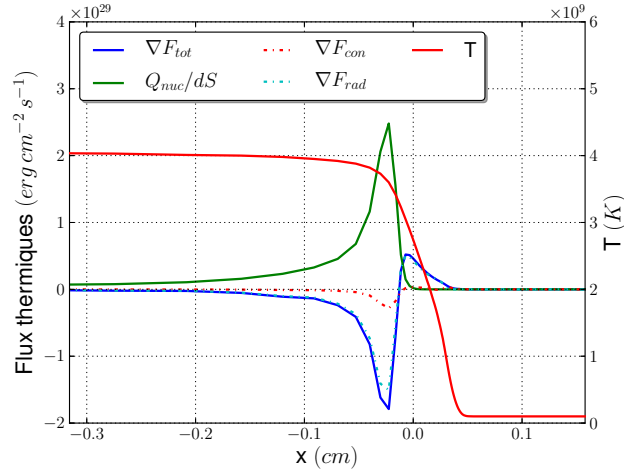


FIGURE 3.14 – Flux thermiques et libération d’énergie nucléaire au niveau du front de flamme lors de la première étape de combustion du carbone. Ici pour une déflagration à  $\rho = 5 \times 10^7 \text{ g cm}^{-3}$  simulée avec ASTROLABE. En vert, l’énergie nucléaire générée par seconde et par unité de surface, son maximum se situant dans les régions très chaudes (la température est représentée en rouge). En bleu le flux thermique, négatif dans la zone de génération d’énergie et positif vers la zone de préchauffage en amont. Les pointillés rouge et cyan représentent la contribution électronique et radiative respectivement. À ces densités, le rayonnement domine.

de propagation est proportionnelle au débit d’énergie nucléaire libérée et au flux thermique. Alors que la largeur de flamme augmente avec la diffusion thermique et diminue avec l’augmentation de  $\dot{Q}_{nuc}$ .

Nous allons maintenant utiliser le code ASTROLABE décrit précédemment pour modéliser les déflagrations thermonucléaires se propageant lors d’une SN Ia. Comme pour une détonation, le front est extrêmement fin et nécessite un code à très haute résolution. Mais dans ce cas cette résolution est une nécessité absolue, car le transport d’énergie est proportionnel au gradient de température. Donc si ce dernier est mal résolu, l’énergie sera peu ou mal transportée. C’est d’ailleurs pour cette raison qu’une détonation est propagée naturellement à grande échelle par un code tel que HERACLES, alors que pour une déflagration il faut implémenter un *modèle* de propagation. On peut initialiser la déflagration grâce à un flux d’énergie sur un coté du domaine de simulation. Une fois la déflagration lancée, on arrête ce flux d’ignition. Le bord, où est initialisée la flamme est fixe, tandis que la dernière interface est lagrangienne et sera emportée par l’écoulement.

**Vitesse de flamme :** Dans son régime stationnaire, on mesure la vitesse de flamme par rapport au fluide au repos, à laquelle on retranche la vitesse d’expansion, du fluide amont, due à la dilatation des produits de combustion (3.53). La vitesse de flamme en fonction de la densité pour un mélange  $X_C = X_O = 0,5$ , est tracée sur la figure 3.15. Elle dépend principalement de la densité, elle passe de  $150 \text{ km s}^{-1}$  à  $\rho = 5 \times 10^9 \text{ g cm}^{-3}$ , dans le coeur d’une naine blanche

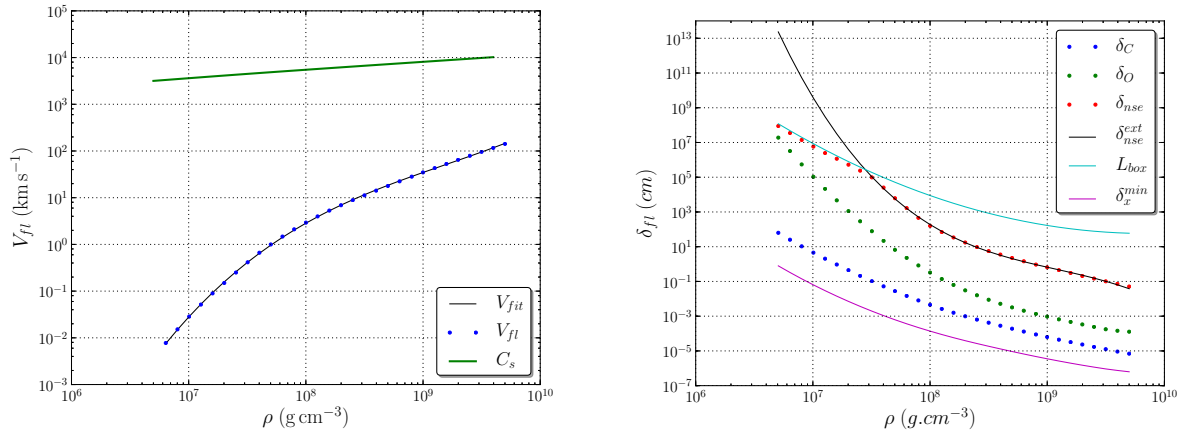


FIGURE 3.15 – **A gauche** : Nos résultats de calcul de vitesse de flamme laminaire en fonction de la densité, avec pour comparaison la vitesse du son correspondante : en fonction de la densité une déflagration est entre 100 et 100 000 fois plus lente que le son. D'autre part on a ajusté une fonction polynomiale à ces résultats pour pouvoir utiliser un modèle de flamme dans des simulations à résolution moindre :  $V_{fl} = 10^{a \log(\rho)^3 + b \log(\rho)^2 + c \log(\rho) + d}$ , avec  $a = 0,128$ ,  $b = -3,54$ ,  $c = 33,5$  et  $d = -106$ . **A droite** : Longueurs caractéristiques des étapes de combustion ( $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$  et NSE) en fonction de la densité. Pour indication, on a aussi tracé la meilleure résolution,  $\delta_x^{min}$  et la taille du domaine de simulation,  $L_{box}$ . Toutes ces échelles sont nettement décroissantes avec la densité, du fait de la dépendance en  $\rho^2$  des taux de réaction. En noir, une extrapolation de l'échelle de production de  $^{56}\text{Ni}$ , qui met en évidence la combustion incomplète du silicium pour  $\rho \lesssim 2 \times 10^7 \text{ g cm}^{-3}$ .

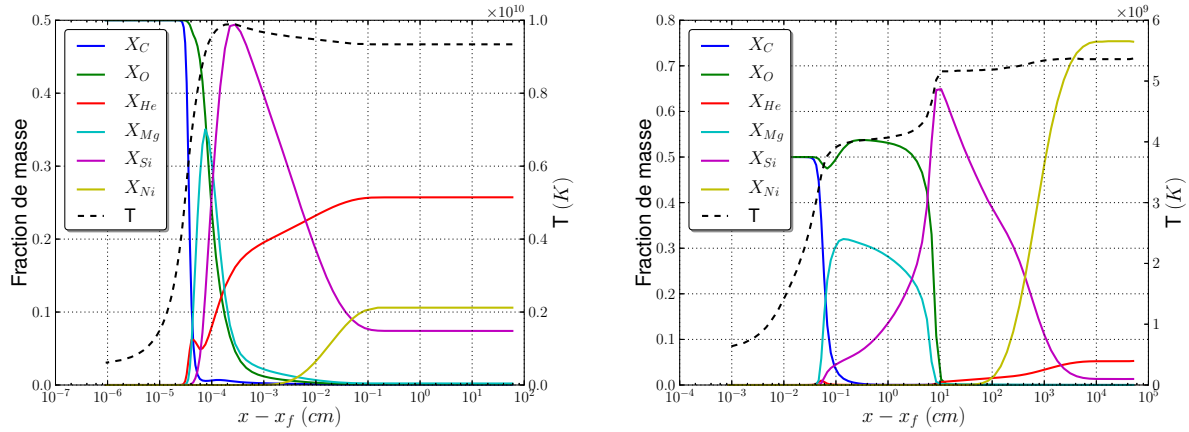


FIGURE 3.16 – **A gauche** : Structure d'une flamme dans un milieu de densité  $\rho = 5 \times 10^9 \text{ g cm}^{-3}$ . On y retrouve les trois étapes de combustion : d'abord  $^{12}\text{C}$  (bleu) qui produit du  $^{24}\text{Mg}$  (cyan), puis  $^{16}\text{O}$  (vert) brûle produisant du  $^{28}\text{Si}$  (violet), enfin celui-ci aussi brûle pour établir l'équilibre nucléaire statistique, composé d'hélium (rouge) et de  $^{56}\text{Ni}$  (jaune). La composition de cet équilibre dépend de sa température laquelle dépend de la densité. A grande densité, la température finale est proche de  $1 \times 10^{10} \text{ K}$  est l'élément majoritaire est l'hélium, alors qu'à densité plus faible la température finale est plus faible et le  $^{56}\text{Ni}$  devient le noyau le plus abondant. On note aussi que l'établissement de cet équilibre est endothermique à grande densité ( $\rho > 2 \times 10^8 \text{ g cm}^{-3}$ ). **A droite** : Même chose pour une densité de  $\rho = 5 \times 10^7 \text{ g cm}^{-3}$ .

au moment de l'ignition, à  $7,5 \text{ m s}^{-1}$  à  $5 \times 10^6 \text{ g cm}^{-3}$  vers la fin de l'explosion, quand l'étoile s'est dilatée sous l'effet de l'énergie libérée. On note que quelle que soit la densité, la vitesse de flamme reste de plusieurs ordres de grandeur inférieure à la vitesse du son, qui varie entre  $5\,000$  et  $10\,000 \text{ km s}^{-1}$ .

**Largeur de flamme :** Considérons maintenant la structure interne d'une déflagration. On a représenté sur la figure 3.16 la structure en composition nucléaire et en température de deux déflagrations à haute densité ( $5 \times 10^9 \text{ g cm}^{-3}$ ) et basse densité ( $5 \times 10^7 \text{ g cm}^{-3}$ ). On reconnaît les trois étapes typiques de la combustion thermonucléaire d'un mélange de carbone-oxygène (voir partie 3.1) : consommation du carbone aux plus petites échelles, suivie de l'oxygène sur des échelles plus longues de celle puis enfin la relaxation vers l'équilibre nucléaire statistique. Cependant, même si les structures sont similaires, les échelles sont très différentes : l'équilibre est atteint en  $10 \text{ cm}$  pour la déflagration représentée sur la figure 3.16(a) alors qu'il faut plus de  $100 \text{ m}$  pour la flamme à basse densité (Fig. 3.16(b)). On définit les longueurs caractéristiques de ces étapes par :

$$\begin{cases} \delta_c = x(X_C = 0.01X_C^i) - x_f, \\ \delta_o = x(X_O = 0.01X_O^i) - x_f, \\ \delta_{nse} = x_{nse} - x_f. \end{cases}$$

$x_f$  est la position du front de flamme, définie par la position où 1% du carbone a brûlé et  $x_{nse}$

et la position où l'équilibre est atteint. Ces trois longueurs caractéristiques sont représentées sur la figure 3.15(b), elles sont très similaires aux temps de combustion dérivés de la combustion isochore mono-zone (Fig. 3.4). En fait il y a un facteur  $V_{fl}$  entre les deux. Comme pour la combustion isochore, ces longueurs diminuent fortement avec la densité. Ainsi pour l'étape la plus rapide de combustion du carbone,  $\delta_C$  passe de 20 cm pour une densité de  $5 \times 10^6 \text{ g cm}^{-3}$  à  $0,1 \text{ }\mu\text{m}$  pour  $5 \times 10^9 \text{ g cm}^{-3}$ . Or c'est elle qui détermine la résolution nécessaire pour résoudre correctement une déflagration. Ainsi les domaines de simulations doivent être de plus en plus petits à mesure que la densité augmente ( $L_{box}$  sur la figure 3.15(b)). D'autres part, ces étapes de combustion ont des échelles très différentes :  $\delta_c \ll \delta_o \ll \delta_{nse}$  et cela est d'autant plus vrai que la densité diminue, ainsi pour  $\rho = 1 \times 10^7 \text{ g cm}^{-3}$ , il y a un facteur 1000 entre chacune de ces échelles. Et cela rend la simulation numérique de ce problème très ardue. En effet, aux faibles densités ( $\rho \lesssim 2 \times 10^7 \text{ g cm}^{-3}$ ), l'établissement de l'équilibre est tellement long que le domaine ne peut plus être assez étendu pour bien résoudre à la fois l'étape de combustion du carbone et celle de relaxation à l'équilibre. Heureusement les deux étapes importantes énergétiquement sont la combustion du carbone et de l'oxygène et le fait de mal résoudre l'étape de relaxation n'influe pas sur la vitesse de flamme.

Enfin, cette propriété a aussi un impact physique très important pour les supernovae. En effet, le rayon d'une naine blanche est de quelques milliers de kilomètres ( $10^8 \text{ cm}$ ). Or en extrapolant l'échelle de relaxation, ou de combustion de  $^{28}\text{Si}$ , aux faibles densités (courbe noire sur la figure 3.15(b)), on voit qu'elle devient plus grande que l'étoile vers  $\rho \sim 2 \times 10^7 \text{ g cm}^{-3}$ . Ainsi, aux densités faibles, le silicium n'a pas le temps de brûler et il fera parti des produits finaux de l'explosion. Rappelons que cette propriété est fondamentale pour les modèles d'explosion de supernova (voir partie 2.1) qui doivent expliquer la production de  $^{56}\text{Ni}$  mais aussi d'éléments intermédiaires comme le  $^{28}\text{Si}$ .

Notons aussi que ces longueurs caractéristiques dépendent fortement du réseau de réactions choisi, ainsi les résultats Elmessoudi *et al.* (2007) montrent des longueurs caractéristiques de profils ZND nettement plus courtes avec le réseau détaillé Aikawa *et al.* (2005) qu'avec les réseaux à 13 ou 22 noyaux. Ce qui est valable aussi pour des déflagrations.

### 3.3.3 Déflagration magnétique

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, un champ magnétique relativement fort peut avoir un effet notable sur la conduction électronique et donc sur la propagation d'une déflagration. Dans la direction du champ la conduction reste inchangée. En revanche, dans la direction normale, du fait de la rotation des électrons autour des lignes de champ, la conduction est réduite. Ainsi un champ normal à la flamme peut la ralentir. On a tracé sur les figures 3.17 et 3.18 le facteur de ralentissement, défini par le rapport de la vitesse de flamme en présence de champ magnétique à celle en champ nul. Sur la figure 3.17 ce facteur est tracé en fonction de la densité pour trois champs magnétiques différents :  $B_0 = 10^{11}$ ,  $3 \times 10^{11}$  et  $10^{12} \text{ G}$  en bleu vert et rouge respectivement. Le ralentissement de la flamme est clairement visible, avec un ralentissant de plus en plus marqué à mesure que le champ magnétique augmente. Toutefois il est non négligeable seulement aux grandes densités. Aux faibles densités, les photons, insensibles au champ, dominent le transport thermique et donc une diminution de la conduction électronique

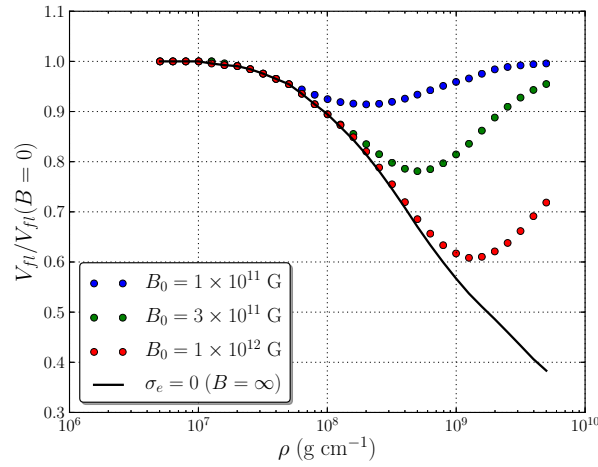


FIGURE 3.17 – Effet du champ magnétique sur une déflagration, à travers le rapport de la vitesse de flamme avec différents champs à la vitesse de flamme en champ nul. Lorsque ce rapport vaut 1 le champ n'a pas d'effet tandis que s'il atteint 0 la flamme est stoppée. On note effectivement un ralentissement qui est de plus en plus important à mesure que le champ augmente ( $B_0 = 10^{11}$ ,  $3 \times 10^{11}$  et  $10^{12}$  G en bleu vert et rouge respectivement). Cependant le champ n'ayant pas d'effet sur les photons, ce ralentissement atteint un maximum correspondant à la vitesse de flamme d'une déflagration radiative (représentée en noir), où le transport s'effectue uniquement par les photons. Cette dernière représente la vitesse minimale d'une déflagration où le champ serait infini (conduction électronique nulle).

ne diminue pas le transport thermique total. D'autre part, même aux fortes densités où la conduction électronique domine largement à champ nul, il existe un champ magnétique assez fort pour lequel cette dernière devient négligeable devant le transfert radiatif. Au delà de ce champ, l'augmentation de l'intensité du champ magnétique n'entraîne plus un ralentissement plus important de la flamme car la déflagration se propage déjà seulement grâce aux photons. On a ainsi représenté en noir, une déflagration radiative, de conduction électronique nulle ou de champ magnétique infini. Cette dernière apparaît comme une déflagration de vitesse minimale. En effet, le champ n'a aucun effet sur les photons, qui pourront toujours propager une flamme à la vitesse  $V_{fl}^\gamma$ .

Notons que ce rapport  $V_{fl}^\gamma/V_{fl}(B=0)$  représente aussi l'importance relative de la conduction électronique vis-à-vis du transfert radiatif. Au dessous de  $\rho \sim 1 \times 10^8 \text{ g cm}^{-3}$ , les photons dominent le transport d'énergie, puisque l'inclusion de la conduction électronique n'accélère la flamme que de 10 %, au delà au contraire celle-ci devient prépondérante.

La figure 3.18 représente le facteur de ralentissement pour cinq densités :  $\rho = 10^7, 5 \times 10^7, 10^8, 5 \times 10^8$  et  $10^9 \text{ g cm}^{-3}$  avec un champ magnétique variant entre  $10^9$  et  $10^{13} \text{ G}$ . Aux champs magnétiques faibles la rapport  $V_{fl}/V_{fl}(B=0)$  vaut un car le champ n'a qu'un effet négligeable sur la conduction électronique et donc sur la propagation de la déflagration. En revanche à partir d'un certain seuil ce facteur diminue car la conduction est réduite et la flamme ralentie. Ensuite ce ralentissement augmente avec l'intensité du champ. Mais il fini par saturer lorsque la conduction électronique est tellement réduite par le champ qu'elle devient négligeable devant le transfert radiatif. Au delà, la déflagration est propagée uniquement par les photons et sa vitesse sature à  $V_{fl}^\gamma$ . Notons ici aussi les comportements différents en fonction de la densité. La courbe violette, représentant un cas à basse densité ( $\rho = 1 \times 10^7 \text{ g cm}^{-3}$ ), ne présente qu'une très faible diminution, car à ces densités le rayonnement domine et la champ magnétique n'a que peu d'effets. Au contraire, la courbe bleue, représentant un cas à haute densité ( $\rho = 1 \times 10^9 \text{ g cm}^{-3}$ ), montre un ralentissement de presque un facteur 2, car en l'absence de champ la conduction électronique domine et sa réduction par le champ entraîne une diminution de la vitesse jusqu'à saturation.

Ces deux figures mettent en évidence la vitesse minimale  $V_{fl}^\gamma$  aux forts champs magnétiques. Les études précédentes de [Kutsuna et Shigeyama \(2012\)](#) n'incluaient pas le transport radiatif et n'avaient donc pas trouvé ce seuil et surestimaient l'effet du champ magnétique, notamment aux faibles densités.

### 3.3.4 Combustion turbulente

Précédemment, on a décrit les propriétés des flammes thermonucléaires laminares, c'est à dire dans un contexte 1D non perturbé. Or ces fronts de flammes sont naturellement sujets à des instabilités multi-dimensionnelles sur une grande gamme d'échelles. D'autre part ces déflagrations étant subsoniques, elles interagissent avec la dynamique du fluide et notamment avec la turbulence. Nous verrons que lors de l'explosion de la supernova, le milieu est très turbulent et la flamme se propage à une vitesse nettement supérieure à sa vitesse laminaire.

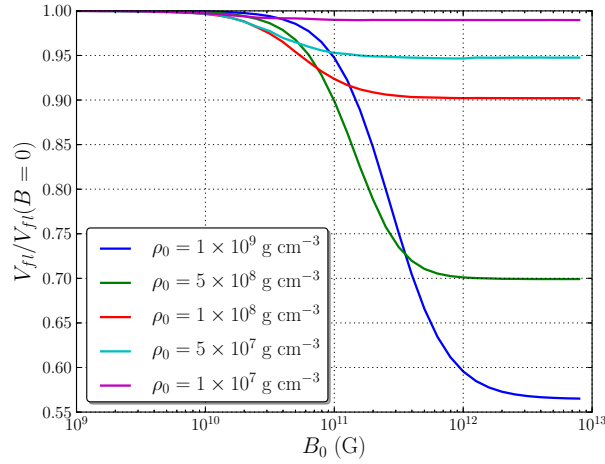


FIGURE 3.18 – Même chose mais pour cinq densités fixées et avec un champ magnétique variant entre  $10^9$  et  $10^{13}$  G. Aux champs magnétiques faibles la rapport  $V_{fl}/V_{fl}(B=0)$  vaut 1 car le champ n'a qu'un effet négligeable sur la conduction électronique et donc sur la propagation de la déflagration. En revanche à partir d'un certain seuil ce facteur diminue et la flamme est ralentie. Mais ce ralentissement avec l'augmentation du champ magnétique fini par saturer lorsque la conduction électronique est tellement réduite par le champ qu'elle devient négligeable devant le transfert radiatif. Les études précédentes de *Kutsuna et Shigeyama (2012)* n'incluaient pas ce terme et n'avaient donc pas trouvé cette saturation.

#### 3.3.4.1 Instabilités des flammes

Un front de flamme est intrinsèquement instable vis à vis de nombreux phénomènes. Tout d'abord les instabilités purement hydrodynamiques : dans un champ de gravité une perturbation du front de flamme d'échelle  $\lambda$  croît avec le taux (*Zel'dovich, 1985*) :

$$\omega = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\alpha V_{fl}}{\alpha + 1} \left( \sqrt{\alpha + 1 - \alpha^{-1} + \frac{\alpha^2 - 1}{\alpha^2} \frac{g\lambda}{2\pi V_{fl}^2}} - 1 \right), \quad (3.55)$$

avec  $g$  l'accélération de la gravité et  $\alpha = \rho_0/\rho^*$  pour  $\rho_0$  et  $\rho^*$  les densités du combustible et des produits respectivement. Dans la limite  $V_{fl} \rightarrow 0$  on trouve l'instabilité de Rayleigh-Taylor et dans le cas où  $g = 0$  c'est l'instabilité de Landau-Darrieus.

**Instabilité Rayleigh-Taylor :** Dans le contexte d'une supernova, l'ignition étant centrale, une flamme se propage dans la direction opposée à la gravité, avec des cendres chaudes en dessous de combustible froid et dense. Elle est ainsi instable vis-à-vis de l'instabilité de Rayleigh-Taylor, qui correspond à la limite  $V_{fl} \rightarrow 0$  dans l'équation (3.55). Le taux de croissance de l'instabilité RT d'une perturbation d'échelle  $\lambda$  s'écrit :

$$\omega_{RT}^2 = \frac{2\pi g}{\lambda} \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} = \frac{2\pi g}{\lambda} At, \quad (3.56)$$

avec  $At = (\alpha - 1)/(\alpha + 1)$  le nombre d'Atwood. La vitesse caractéristique de l'instabilité RT



est :

$$V_{RT} \sim \lambda \omega_{RT} = \sqrt{2\pi g A t \lambda}. \quad (3.57)$$

Ainsi  $V_{RT} \propto \lambda^{1/2}$  et la vitesse des perturbations croît avec leur taille. C'est pour cela qu'à grande échelle l'approximation  $V_{fl} \rightarrow 0$  est justifiée.

Cependant, contrairement à un front passif, une flamme thermonucléaire n'est pas instable à toutes les échelles. En effet elle peut brûler les perturbations instables aux plus petites échelles et ainsi stabiliser le front. [Khokhlov \(1993\)](#) donne une estimation de la longueur d'onde minimale,  $\lambda_{min}$ , en dessous de laquelle le front n'est plus instable telle que :  $\lambda_{min} \simeq V_{fl} \tau_{RT}$ . On obtient :

$$\lambda_{min} \simeq \frac{V_{fl}^2}{2\pi g} \frac{\rho_0 + \rho^*}{\rho_0 - \rho^*}. \quad (3.58)$$

La propagation de la combustion stabilise les plus petites perturbations qui se développent moins vite que la flamme n'avance.

Un autre phénomène empêche les plus grandes longueurs d'onde de se développer. [Timmes et Woosley \(1992\)](#) ont montré qu'aux densités rencontrées pour les naines blanches de carbone-oxygène, les captures électroniques font re-augmenter la densité (car  $P_e$  diminue) derrière le front. Le milieu met un temps  $t_r$  pour retrouver sa densité initiale. Ainsi la largeur de cette zone de récupération définit une longueur d'onde maximale au delà de laquelle le milieu n'est plus instable :  $\lambda_{max} = V_{fl} t_r$ . Pour des densités au delà de  $\rho \sim 6 \times 10^9 \text{ g cm}^{-3}$ ,  $\lambda_{max} < \lambda_{min}$  et la flamme restera stable. En deçà, le front sera déformé et en supposant la vitesse de propagation effective proportionnelle à la surface de la flamme, [Woosley \(1990\)](#) estiment cette vitesse avec un modèle de flamme fractale :

$$V_{eff} = V_{fl} \left( \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}} \right)^{D-2},$$

où  $D$  est la dimension fractale de la flamme. Cependant ce modèle suppose que l'instabilité RT domine la dynamique pour toutes les échelles entre  $\lambda_{max}$  et  $\lambda_{min}$ . Or [Ciaraldi-Schoolmann et al. \(2009\)](#) ont montré qu'à une certaine échelle,  $l_{K/RT}$ , les perturbations de vitesse passaient d'une dépendance RT en  $u(l) \propto l^{1/2}$  à une dépendance de type Kolmogorov pour turbulence isotrope :  $u_l \propto l^{1/3}$ .

**Instabilité Landau-Darrieus :** Cette instabilité, révélée simultanément par [Landau \(1944\)](#) et [Darrieus \(1938\)](#), repose sur l'expansion des produits de combustion. Chauffés par la libération d'énergie, ils se dilatent et poussent le combustible toujours froid et dense. Si le front est légèrement courbé, la partie convexe en se dilatant crée un écoulement divergent en amont qui converge sur la partie concave. Cette situation instable favorise la partie convexe qui se dilate encore plus au détriment de la partie concave qui reçoit un écoulement de plus en plus convergent. Initialement la croissance est exponentielle, de taux ([Khokhlov, 1995](#)) :

$$\omega_{LD} = \frac{2\pi V_{fl}}{\lambda} \left( \frac{\sqrt{\alpha^3 + \alpha^2 - \alpha} - \alpha}{\alpha + 1} \right) \equiv \frac{2\pi V_{fl}}{\lambda} f(\alpha) \quad (3.59)$$

et la vitesse caractéristique des perturbation est  $V_{LD} = \lambda\omega_{LD} = 2\pi V_{fl}f(\alpha)$ . Les perturbations de toutes échelles ont la même vitesse pour cette instabilité. Ainsi du fait de sa dépendance en  $\sqrt{\lambda}$ , l'instabilité RT domine les grandes échelles tandis que LD n'est possible qu'aux plus petites échelles. Comme pour l'instabilité RT, la propagation stabilise les échelles proches de la largeur de flamme laminaire. Khokhlov (1995) estime que les échelles  $l < l_{crit} = 10\delta_{fl}$  ne sont pas instables. Pour des échelles plus grandes, le développement non-linéaire de l'instabilité LD forme des cuspidés qui stabilisent le front. Une fois des cuspidés stationnaires formées la flamme est stable, c'est le régime cellulaire (Niemeyer et Woosley, 1997). La vitesse de ces cellules est directement proportionnelle à l'augmentation de surface par rapport à une surface plane. Ainsi à l'échelle  $l$ , un modèle fractal donne :

$$V_{cell} = V_{fl} \left( \frac{l}{l_{crit}} \right)^{D-1},$$

où  $D$  est la dimension fractale du front.

**Instabilités diffusives :** L'instabilité Landau-Darrieus résulte de mouvements fluides non équilibrés à cause de la courbure. De la même façon, des flux de chaleur ou de diffusion moléculaire peuvent être non équilibrés à cause de la courbure. En effet, dans les parties convexes, le flux de chaleur est plus faible du fait de sa divergence alors que le flux de réactifs est lui convergent et donc concentré. Dans le cas où la diffusion thermique domine la diffusion moléculaire ( $Le > 1$ ), cela résulte en une diminution de la température locale de combustion dans les parties convexes et donc de la vitesse locale de combustion. Dans les parties concaves la situation est inversée, le flux de réactifs est divergent tandis que celui de chaleur converge. Le flux thermique étant dominant, le taux de combustion est réduit dans ces zones. Ainsi pour  $Le > 1$  les flammes sont stables. En effet, une perturbation convexe du front défocalise les flux thermiques, ralentissant la propagation locale du front, permettant au reste de la flamme de rattraper la perturbation et tendre vers un front plan. Dans le cas d'un nombre de Lewis inférieur à l'unité, la flamme est dé-stabilisée. Cette instabilité peut alors s'ajouter à l'instabilité LD soit la stabiliser selon le nombre de Lewis. Ces instabilités résultent en des structures cellulaires pour les flammes multidimensionnelles. Dans le cas des supernova la conduction thermique l'emporte largement sur la diffusion des ions ( $Le \sim 10^4$ ) et donc les déflagration C+O sont stables vis à vis des instabilités diffusives.

L'analyse linéaire des fronts de flamme prédit un front stable aux plus petites échelles ( $l < 10\delta_{fl}$ ), puis le développement de l'instabilité Landau-Darrieus et enfin aux plus grandes échelles, l'instabilité de Rayleigh-Taylor domine. Cependant, les panaches de combustion RT génèrent, dans le régime non-linéaire, des instabilités de Kelvin-Helmholtz, qui génèrent à leur tour de la turbulence. Cette turbulence interagit ensuite avec la flamme aux échelles intermédiaires.

### 3.3.4.2 Régimes de combustion turbulente

La turbulence cascade depuis les grandes échelles, où elle est produite (dans les SNe  $L \sim 10$  km), jusqu'aux petites échelles où elle est dissipée. La dissipation se fait à l'échelle dite de

Kolmogorov. On caractérise la turbulence par le nombre de Reynolds, qui correspond au rapport entre l'énergie cinétique et la dissipation visqueuse, il vaut dans les supernovae (Lisewski *et al.*, 2000) :

$$Re = \frac{UL}{\nu} \sim 10^{14}. \quad (3.60)$$

En général, on suppose que l'énergie cinétique des grandes échelles cascade d'échelle en échelle à un taux constant donné par :  $\epsilon = U_L^3/L$ , où  $L$  est l'échelle intégrale d'injection et  $U_L$ , la vitesse intégrale. La vitesse ou intensité turbulence à l'échelle  $l$ , s'écrit :

$$u_l = U_L \left( \frac{l}{L} \right)^{1/3} \quad (3.61)$$

L'échelle de Kolmogorov, notée  $\eta$  et telle que  $Re(\eta) = 1$ , correspond à l'échelle où les mouvements turbulents sont dissipés, elle vérifie :  $u_\eta \eta = \nu$ . On en déduit

$$\eta = LRe^{-3/4} \sim 1 \mu\text{m} \quad (3.62)$$

Or la largeur d'une flamme est typiquement entre l'échelle d'injection et celle de Kolmogorov :  $\eta \lesssim \delta_{fl} \ll L$ . Ainsi la turbulence va interagir avec la flamme, mais les effets vont dépendre ensuite de l'intensité des mouvement turbulents à l'échelle de la flamme.

**Nombre de Karlovitz et échelle de Gibson :** Soit  $\tau_l = l/u_l$  le temps de retournement d'un tourbillon de taille  $l$  et  $\tau_{fl} = l/V_{fl}$  le temps que met la flamme pour se propager sur la distance  $l$ . On définit  $l_G$ , l'échelle de Gibson, comme l'échelle où ces deux temps sont égaux. Notons qu'à cette échelle la vitesse turbulente est égale à la vitesse de flamme. Comme  $u_l$  augmente avec  $l$ , pour les échelles  $l > l_G$ , l'intensité turbulente est supérieure à la vitesse de flamme et celle-ci n'a pas le temps de traverser un tourbillon avant son retournement. Elle est donc transportée par la turbulence aux échelles  $l > l_G$ . En revanche, pour les échelles  $l < l_G$ , comme  $\tau_{turb} > \tau_{fl}$ , la flamme traverse le tourbillon avant son retournement. Cette description est valide pour une turbulence peu intense, quand  $l_G \gg \delta_{fl}$ .

Mais quand  $l_G < \delta_{fl}$ , il existe des échelles  $l$ , telles que :  $l_G < l < \delta_{fl}$ , c'est à dire des échelles plus petites que la largeur de flamme, qui se retournent avant que la flamme n'ait pu les traverser. Dans ce cas, la structure même de la flamme, au niveau microscopique, est perturbée. C'est ce qu'on appelle le régime distribué. Il est caractérisé par le nombre de Karlovitz :

$$K_a = \sqrt{\frac{\delta_{fl}}{l_G}} \quad (3.63)$$

Quand  $K_a < 1$  on est dans le régime des flammelettes, tandis qu'on entre dans le régime distribué pour  $K_a > 1$ . Cette transition d'un régime à l'autre est illustrée par la figure 3.19. Dans le régime des flammelettes, la structure interne à l'échelle de la flamme reste laminaire, car à cette échelle  $V_{fl} > u_l$ . La turbulence a pour seul effet de plisser, déformer et transporter la flamme. Ce n'est que dans le régime distribué que la structure interne de la flamme est affectée par la turbulence.

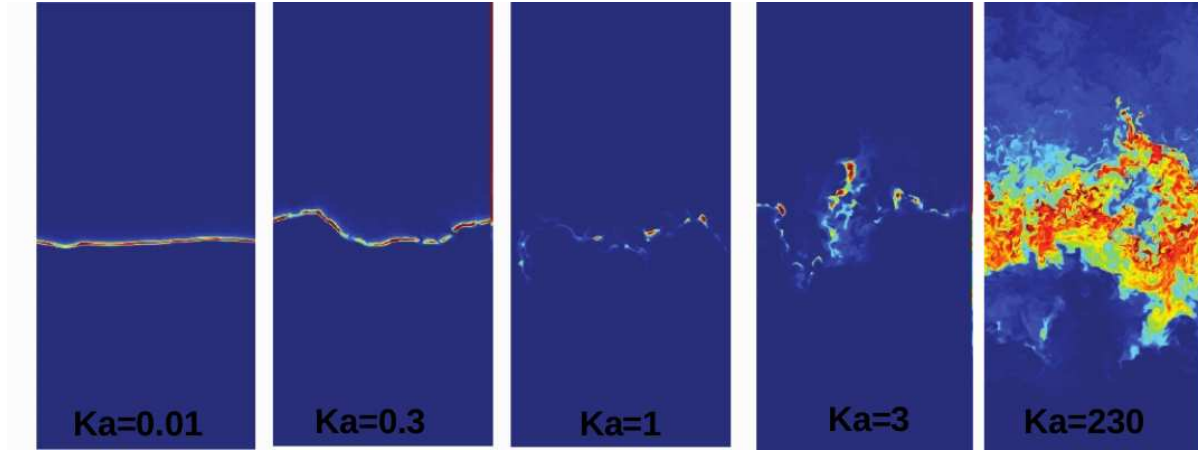


FIGURE 3.19 – Simulations 3D DNS de la combustion turbulente du carbone à différents nombre de Karlovitz. L'échelle laminaire est résolue, permettant d'observer la transition d'une flamme plissée mais laminaire (pour  $Ka = 0,01$ ) à une flamme distribuée où la structure interne est élargie par la turbulence, à partir de  $Ka = 3$ . Ces images représentant le taux de génération d'énergie (le bleu correspondant à une génération d'énergie nulle) sont tirées de [Aspden et al. \(2008\)](#).

Par définition de l'échelle de Gibson :  $u_{l_G} = V_{fl}$ , et donc, dans le modèle de turbulence isotrope de Kolmogorov,  $Ka$  peut aussi s'écrire :

$$Ka = \left( \frac{\delta_{fl}/V_{fl}^3}{L/U_L^3} \right)^{1/2},$$

soit le rapport de la dissipation d'énergie turbulente à l'échelle de la flamme et de la diffusion thermique de la flamme.

**Régimes des flammes plissées (*Corrugated & Wrinkled Flames*) :** Quand  $Ka < 1$ , la flamme est plissée par la turbulence à grande échelle, mais à l'échelle microscopique, elle reste laminaire et se propage localement à la vitesse laminaire. En revanche sa surface peut être nettement augmentée, ce qui affecte sa vitesse globale de propagation. Macroscopiquement, la vitesse effective  $V_{eff}$  de propagation d'une flamme courbée, peut s'écrire ([Markstein, 1964](#)) :

$$V_{fl} - V_{eff} = V_{fl} M_a \frac{\delta_{fl}}{R_f},$$

avec  $V_{fl}$  la vitesse laminaire de propagation de la flamme, c'est à dire la vitesse de propagation locale de la combustion normalement à sa surface,  $\delta_{fl}$  sa largeur et  $R_f$  son rayon de courbure.  $M_a$  est le nombre de Markstein caractérisant la réponse d'une flamme à sa courbure. Pour  $M_a < 0$  la vitesse macroscopique augmente tandis qu'elle diminue pour  $M_a > 0$ . Le nombre de Markstein peut être relié au nombre de Lewis :  $M_a \propto (Le - 1)$  et on retrouve que pour  $Le < 1$  une flamme est instable puisqu'elle accélère lorsqu'elle est courbée.

Pour des flammes thermonucléaires,  $Le \gg 1$  et  $M_a > 0$ , donc à priori ces flammes sont stables

vis à vis des petites déformations de leur surface. Ceci est confirmé par les simulations DNS de [Aspden et al. \(2008\)](#), dans lesquelles la vitesse turbulente est proche de la vitesse laminaire dans le régime des flammes plissées. En effet le taux de combustion augmente lorsque le centre de courbure est dans le combustible, du fait de la focalisation des flux thermiques. C'est l'instabilité diffusive décrite ci-dessus. La vitesse effective n'est alors pas directement relié à la surface de flamme :  $V_{eff} \neq AV_{fl}$ , où  $A$  est le facteur d'augmentation de surface.

Cependant du fait des limitations numériques, ils ne pouvaient simuler qu'une seule flamme. Or dans les supernovae, l'échelle intégrale étant énorme par rapport à la largeur de flamme, on s'attend à de très nombreuses flammes plissées, formant tout un pinceau de flammes (*flamme brush*). Et dans ce régime non-linéaire, la surface s'adapte pour que la vitesse effective corresponde à la vitesse Rayleigh-Taylor ([Zhang et al., 2007](#)) ou à la vitesse de la turbulence [Röpke \(2007\)](#).

**Régime distribué et nombre de Damköhler** Quand  $K_a \geq 1$ , les zones de relaxation et de préchauffage sont distordues par la turbulence, mais pas la zone de réaction. C'est le régime de zone mince de réaction (*Thin Reaction zone*). Quand  $K_a \geq 100$  la combustion est qualitativement différente. C'est le régime distribué ou encore de zone de réaction fragmentée (*Broken Reaction Zone*), où la turbulence est tellement intense qu'elle affecte même la zone interne de réaction. Dans ce régime, la structure interne est déchirée par la turbulence et la flamme est élargie. À grands nombres de Karlovitz, la largeur de flamme turbulente peut atteindre l'échelle intégrale. Le taux de combustion est alors très faible, mais la vitesse globale peut être 5 à 6 fois la valeur laminaire, grâce à un volume de combustion largement augmenté. D'autre part, le mélange turbulent domine la diffusion thermique, ce qui signifie que le mécanisme de transport de l'énergie, est la diffusion turbulente. Ainsi, un modèle de vitesse et de largeur de flamme turbulente est :

$$V_T = \sqrt{\frac{D_T}{\tau_{nucl}^T}} \quad \text{et} \quad \delta_T = \sqrt{D_T \tau_{nucl}^T}, \quad (3.64)$$

avec  $D_T$  le coefficient de diffusion turbulent :  $D_T = U_L L$ . Cette estimation s'applique dans le régime distribué, localement au niveau d'une flamme turbulente.

Au niveau de l'échelle intégrale, le nombre de Damköhler permet de caractériser la combustion turbulente. Il est défini par le rapport du temps de retournement de l'échelle intégrale,  $\tau_L = U_L/L$  et le temps caractéristique de la combustion nucléaire turbulente,  $\tau_{nucl}^T$  :

$$D_a^T = \frac{\tau_L}{\tau_{nucl}^T} \quad (3.65)$$

Notons que  $\tau_{nucl}^T = \delta_T/V_T$  caractérise la combustion turbulente, et qu'il est différent du temps caractéristique laminaire. Le régime distribué est subdivisé en deux sous-régimes, délimités par le nombre de Damköhler turbulent : le régime du *Well Stirred Reactor* pour  $D_a^T < 1$  et le régime des *Stirred Flames* pour  $D_a^T > 1$ .

**Le *Well Stirred Reactor* (WSR),  $D_a^T < 1$  :** Dans ce régime, la turbulence est assez intense pour que le retournement des plus grandes échelles se fasse en moins d'un temps nucléaire. La flamme est alors élargie jusqu'à des tailles supérieures à l'échelle intégrale et sa vitesse diminue. Les simulations de [Aspden et al. \(2010\)](#), qui sont les premières simulations de combustion dans le régime distribué, ont montré que pour  $D_a \leq 1$ , on avait :

$$V_T = \sqrt{D_a^T} U_L \quad \text{et} \quad \delta_T = \frac{L}{\sqrt{D_a^T}}. \quad (3.66)$$

Cette formulation est équivalente à (3.64) et montre que ces flammes sont fondamentalement différentes, puisque le mécanisme de transport n'est plus la conduction thermique mais la diffusion turbulente. Dans ce régime la combustion est assez simple, puisqu'elle consiste en une seule zone de combustion d'au moins la taille intégrale. Cette zone est entièrement mélangée par la turbulence et la combustion a lieu sur des échelles inductives ( $\tau_{nucl}^T$ ), plus lentes que les échelles laminares d'environ un facteur 10 ([Aspden et al., 2010](#)).

**Le régime des flammelettes distribuées ou *Stirred Flames* (SF),  $D_a^T > 1$  :** Quand  $D_a^T > 1$ , la turbulence ne peut plus mélanger la flamme sur toute l'échelle intégrale et celle-ci atteint une largeur maximale, notée  $\delta_\lambda$ . Dans ce régime la turbulence élargit la flamme, car on est dans le régime distribué, mais la combustion est plus rapide que le temps de retournement de l'échelle intégrale et la combustion se propage sous la forme d'une collection de flammes turbulentes ou flammes- $\lambda$ . Ce régime est analogue au régime des flammelettes, où une collection de flammes laminares plissées est transportée à grande échelle par la turbulence. La différence étant que dans le régime SF ce ne sont pas des flammes laminares mais des flammes turbulentes. Leur vitesse,  $V_\lambda$  et leur épaisseur  $\delta_\lambda$  dépendent de la turbulence :

$$V_\lambda = \sqrt{\epsilon^* \tau_{nucl}^T} \quad \text{et} \quad \delta_\lambda = \sqrt{\epsilon^* \tau_{nucl}^T}^3. \quad (3.67)$$

La turbulence étant caractérisée par  $\epsilon^* = U_L^3/L$ , la seule mesure de  $\tau_{nucl}^T$ , dans le régime plus simple du WSR, permet de décrire ces flammes- $\lambda$ . De la même façon que la vitesse effective, dans le régime des flammelettes, est plus grande que la vitesse laminaire, à cause des distorsions de la surface de flamme, la vitesse turbulente globale sera plus grande que  $V_\lambda$ . Par exemple, [Peters \(1999\)](#) propose une formule simple pour modéliser cet effet :

$$V_T = V_\lambda \left( 1 + \frac{U_L}{V_\lambda} \right).$$

Ces flammes interagissent avec les tourbillons de taille  $l \geq \delta_\lambda$  augmentant la vitesse effective de propagation. Dans la limite  $D_a^T \rightarrow 1$ , le nombre de flammes turbulentes dans l'échelle intégrale diminue jusqu'à ce qu'il n'y ait plus qu'une seule flamme de largeur égale à l'échelle intégrale lorsqu'on atteint  $D_a^T = 1$ . Alors, [Aspden et al. \(2010\)](#) ont montré que :

$$\begin{cases} V_\lambda = V_T = U_L \\ \delta_\lambda = \delta_T = L. \end{cases}$$

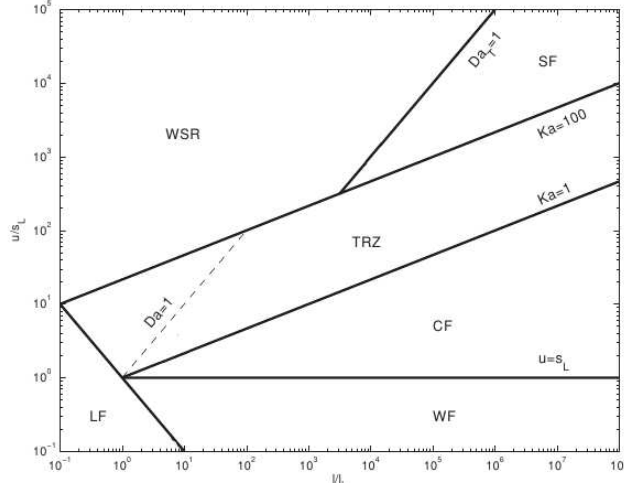


FIGURE 3.20 – Diagramme de Borghi, extrait de [Aspden et al. \(2010\)](#), résumant les différents régimes de combustion turbulente discutés dans cette section en fonction du rapport de l'échelle intégrale ( $L$ ) sur la largeur de flamme ( $l_F$ ) en abscisse et du rapport de l'intensité turbulente ( $u$ ) sur la vitesse de flamme ( $S_L$ ) en ordonnée. LF : flamme laminaire, WF : wrinkled flames, CF : corrugated flames, TRZ : thin reaction zones, SF : stirred flames et WSR : well stirred reactor.

### 3.3.4.3 Synthèse de l'évolution de la combustion turbulente durant l'explosion d'une SN Ia

La naine blanche progénitrice est initialement turbulente, à cause de la convection, lors de la phase de frémisssement et de la rotation différentielle ([Yoon et Langer, 2004](#)). Ensuite, lors de l'explosion, les panaches Rayleigh-Taylor de la flamme, dans leur régime non-linéaire, génèrent l'instabilité de Kelvin Helmholtz, qui produit ainsi de la turbulence. Celle-ci devient isotrope à l'échelle intégrale  $L \sim 10$  km et avec une vitesse intégrale de  $U_L \sim 100$  km s<sup>-1</sup>. Ainsi, au début de l'explosion, quand  $\rho \sim 1 \times 10^9$  g cm<sup>-3</sup>,  $U_L \sim V_{fl}$  et il n'y aura que quelques flammes par longueur intégrale. Mais quand  $\rho$  décroît avec la propagation de la déflagration,  $l_G$  décroît aussi (car  $V_{fl}$  diminue) et le nombre de flammelettes augmente, jusqu'à un millier au niveau de la transition avec le régime distribué. Vers  $\rho \sim$  quelques  $10^7$  g cm<sup>-3</sup>,  $l_G < \delta_{fl}$  et le transport d'énergie et de matière par la turbulence au sein même de la flamme devient important. Quand  $\rho$  atteint  $10^7$  g cm<sup>-3</sup>, la zone de combustion est complètement déchirée et la combustion devient qualitativement différente. On rentre dans le régime distribué ([Aspden et al., 2008](#)). Dans une supernova, l'échelle intégrale est grande et quand la flamme entre dans ce régime, on a  $D_a \gg 1$  et on ne trouve le régime WSR que bien plus tard, voire pas du tout. Dans le régime des flammelettes distribuées, la notion d'échelle de Gibson perd son sens car la vitesse de flamme laminaire n'a plus de sens. On utilise alors  $\delta_\lambda = \sqrt{\epsilon \tau^3}$  qui correspond à l'épaisseur des flammes turbulentes ([Woosley et al., 2009](#)), cette longueur augmente rapidement quand la densité diminue. Quand  $\delta_\lambda$  augmente il y a moins de flammelettes, mais elles sont plus larges et plus rapides, à la limite  $D_a = 1$ , on a une seule flamme de largeur  $L$ .

Dans cette thèse nous proposons un nouveau mécanisme d'ignition de détonation, présenté

dans le chapitre suivant, où des perturbations de pression s'amplifient en se propageant vers l'extérieur de la naine blanche. Si l'amplification est suffisante, une détonation peut être initiée. Comme le suggère ce chapitre, la source la plus probable de perturbations est la combustion turbulente, qui, en libérant des bouffées d'énergie nucléaire, génère ces perturbations de pression. Pour cela, il faut des variations rapides de la surface de flamme, ce qui est possible dans les régimes des flammes plissées et des flammelettes distribuées. Mais l'échelle intégrale doit être grande devant la largeur de flamme (laminaire ou turbulente), pour permettre des variations importantes de surface. Une variation de la vitesse de propagation, au niveau de la flamme, qui est possible dans le régime distribué, pourrait aussi créer des perturbations (voir par exemple les simulations de A. Poludnenko sur la figure 4.36). Ainsi le régime WSR ne peut probablement pas émettre de perturbations importantes. En effet, la combustion est distribuée sur toute l'échelle intégrale et son taux de libération d'énergie nucléaire ne varie donc pas beaucoup. Selon les régimes, l'échelle et la fréquence des perturbations générées seront différentes. Il faudrait donc être capable de caractériser le spectre des émissions sonores des différents régimes de combustion turbulente rencontrés durant l'explosion. À la fin du chapitre suivant, nous commencerons à nous atteler à cette tâche et nous donnerons quelques réponses exploratoires.



## Bibliographie

- M. AIKAWA, M. ARNOULD, S. GORIELY, A. JORISSEN et K. TAKAHASHI : BRUSLIB and NETGEN : the Brussels nuclear reaction rate library and nuclear network generator for astrophysics. *A&A*, 441:1195–1203, octobre 2005.
- A. J. ASPDEN, J. B. BELL, M. S. DAY, S. E. WOOSLEY et M. ZINGALE : Turbulence-Flame Interactions in Type Ia Supernovae. *ApJ*, 689:1173–1185, décembre 2008.
- A. J. ASPDEN, J. B. BELL et S. E. WOOSLEY : Distributed Flames in Type Ia Supernovae. *ApJ*, 710:1654–1663, février 2010.
- S. CASSISI, A. Y. POTEKHIN, A. PIETRINFERNI, M. CATELAN et AL. : Updated Electron-Conduction Opacities : The Impact on Low-Mass Stellar Models. *ApJ*, 661:1094–1104, juin 2007.
- R. F. CHRISTY : A Study of Pulsation in RR Lyrae Models. *ApJ*, 144:108, avril 1966.
- A. I. CHUGUNOV et H. E. DEWITT : Corrections to Linear Mixing in Binary Ionic Mixtures and Plasma Screening at Zero Separation. *Contributions to Plasma Physics*, 49:696–699, décembre 2009.
- F. CIARALDI-SCHOOLMANN, W. SCHMIDT, J. C. NIEMEYER, F. K. RÖPKE et AL. : Turbulence in a Three-Dimensional Deflagration Model for Type Ia Supernovae. I. Scaling Properties. *ApJ*, 696:1491–1497, mai 2009.
- G. CICCARELLI et S. DOROFEEV : Flame acceleration and transition to detonation in ducts. *Progress in Energy and Combustion Science*, 34(4):499 – 550, 2008. ISSN 0360-1285.
- G. DARRIEUS : communication presented at La Technique Moderne. *unpublished*, 1938.
- J. A. DOGGETT et L. V. SPENCER : Elastic Scattering of Electrons and Positrons by Point Nuclei. *Physical Review*, 103:1597–1601, septembre 1956.
- E. A. DORFI et L. O. DRURY : Simple adaptive grids for 1-D initial value problems. *Journal of Computational Physics*, 69:175–195, mars 1987.
- A. ELMESSOUDI, P. VIDAL et Y. BUSEGNIES : Régimes basse-vitesse de détonations thermonucléaires dans les supernovae de type Ia. *Comptes Rendus Mécanique*, 335:768–774, décembre 2007.
- W. B. HUBBARD et M. LAMPE : Thermal Conduction by Electrons in Stellar Matter. *ApJS*, 18:297, juillet 1969.
- I. IBEN, Jr. : Thermal pulses ; p-capture, alpha-capture, s-process nucleosynthesis ; and convective mixing in a star of intermediate mass. *ApJ*, 196:525–547, mars 1975.
- S. ICHIMARU : Nuclear fusion in dense plasmas. *Reviews of Modern Physics*, 65:255–299, avril 1993.
- S. ICHIMARU et K. UTSUMI : Enhancement of thermonuclear reaction rate due to screening by relativistic degenerate electrons - Long-range correlation effect. *ApJ*, 286:363–365, novembre 1984.
- N. ITOH, S. MITAKE, H. IYETOMI et S. ICHIMARU : Electrical and thermal conductivities of dense matter in the liquid metal phase. I - High-temperature results. *ApJ*, 273:774–782, octobre 1983.
- N. ITOH, S. UCHIDA, Y. SAKAMOTO, Y. KOHYAMA et AL. : The Second Born Corrections to the Electrical and Thermal Conductivities of Dense Matter in the Liquid Metal Phase. *ApJ*,

- 677:495–502, avril 2008.
- A. KHOKHLOV : Flame Modeling in Supernovae. *ApJ*, 419:L77, décembre 1993.
- A. M. KHOKHLOV : Delayed detonation model for type IA supernovae. *A&A*, 245:114–128, mai 1991a.
- A. M. KHOKHLOV : Mechanisms for the initiation of detonations in the degenerate matter of supernovae. *A&A*, 246:383–396, juin 1991b.
- A. M. KHOKHLOV : Propagation of Turbulent Flames in Supernovae. *ApJ*, 449:695, août 1995.
- M. KUTSUNA et T. SHIGEYAMA : Effects of Magnetic Fields on the Propagation of Nuclear Flames in Magnetic White Dwarfs. *ApJ*, 749:51, avril 2012.
- L. D. LANDAU : Theory of slow combustion. *Zh. Exp. Teor. Fiz.*, 14:240, 1944.
- L. D. LANDAU et E. M. LIFSHITZ : *Electrodynamics of continuous media*. Oxford : Pergamon Press, 1960.
- A. M. LISEWSKI, W. HILLEBRANDT et S. E. WOOSLEY : Constraints on the Delayed Transition to Detonation in Type IA Supernovae. *ApJ*, 538:831–836, août 2000.
- G. H. MARKSTEIN : *Nonsteady flame propagation*. Oxford Pergamon Press, 1964.
- W. A. MCKINLEY et H. FESHBACH : The Coulomb Scattering of Relativistic Electrons by Nuclei. *Physical Review*, 74:1759–1763, décembre 1948.
- J. C. NIEMEYER et S. E. WOOSLEY : The Thermonuclear Explosion of Chandrasekhar Mass White Dwarfs. *ApJ*, 475:740, février 1997.
- N. PETERS : The turbulent burning velocity for large-scale and small-scale turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 384:107–132, avril 1999.
- A. Y. POTEKHIN : Electron conduction in magnetized neutron star envelopes. *A&A*, 351:787–797, novembre 1999.
- A. Y. POTEKHIN, D. A. BAIKO, P. HAENSEL et D. G. YAKOVLEV : Transport properties of degenerate electrons in neutron star envelopes and white dwarf cores. *A&A*, 346:345–353, juin 1999.
- A. Y. POTEKHIN et G. CHABRIER : Thermonuclear fusion in dense stars. Electron screening, conductive cooling, and magnetic field effects. *A&A*, 538:A115, février 2012.
- A. Y. POTEKHIN, G. CHABRIER et D. G. YAKOVLEV : Internal temperatures and cooling of neutron stars with accreted envelopes. *A&A*, 323:415–428, juillet 1997.
- F. K. RÖPKE : Flame-driven Deflagration-to-Detonation Transitions in Type Ia Supernovae? *ApJ*, 668:1103–1108, octobre 2007.
- E. E. SALPETER : Electrons Screening and Thermonuclear Reactions. *Australian Journal of Physics*, 7:373, septembre 1954.
- E. E. SALPETER et H. M. VAN HORN : Nuclear Reaction Rates at High Densities. *ApJ*, 155:183, janvier 1969.
- P. S. SHTERNIN et D. G. YAKOVLEV : Electron thermal conductivity owing to collisions between degenerate electrons. *Phys. Rev. D*, 74(4):043004, août 2006.
- F. X. TIMMES : Integration of Nuclear Reaction Networks for Stellar Hydrodynamics. *ApJS*, 124:241–263, septembre 1999.
- F. X. TIMMES : Physical Properties of Laminar Helium Deflagrations. *ApJ*, 528:913–945, janvier 2000.
- F. X. TIMMES et S. E. WOOSLEY : The conductive propagation of nuclear flames. I - Degenerate

- C + O and O + NE + MG white dwarfs. *ApJ*, 396:649–667, septembre 1992.
- V. A. URPIN et D. G. YAKOVLEV : Thermogalvanomagnetic Effects in White Dwarfs and Neutron Stars. *Soviet Ast.*, 24:425, août 1980.
- J. VON NEUMANN et R. D. RICHTMYER : A Method for the Numerical Calculation of Hydrodynamic Shocks. *Journal of Applied Physics*, 21:232–237, mars 1950.
- T. A. WEAVER, G. B. ZIMMERMAN et S. E. WOOSLEY : Presupernova evolution of massive stars. *ApJ*, 225:1021–1029, novembre 1978.
- S. E. WOOSLEY : Type I supernovae : carbon deflagration and detonation. In A. G. PETSCHKE, éditeur : *Supernovae*, pages 182–212, 1990.
- S. E. WOOSLEY, A. R. KERSTEIN, V. SANKARAN, A. J. ASPDEN et AL. : Type Ia Supernovae : Calculations of Turbulent Flames Using the Linear Eddy Model. *ApJ*, 704:255–273, octobre 2009.
- D. G. YAKOVLEV, L. R. GASQUES, A. V. AFANASJEV, M. BEARD et AL. : Fusion reactions in multicomponent dense matter. *Phys. Rev. C*, 74(3):035803, septembre 2006.
- D. G. YAKOVLEV et V. A. URPIN : Thermal and Electrical Conductivity in White Dwarfs and Neutron Stars. *Soviet Ast.*, 24:303, juin 1980.
- S.-C. YOON et N. LANGER : Presupernova evolution of accreting white dwarfs with rotation. *A&A*, 419:623–644, mai 2004.
- Y. B. ZEL'DOVICH : *The Mathematical Theory of Combustion and Explosions*. New York : plenum, 1985.
- J. ZHANG, O. E. B. MESSER, A. M. KHOKHLOV et T. PLEWA : On the Evolution of Thermonuclear Flames on Large Scales. *ApJ*, 656:347–365, février 2007.
- J. M. ZIMAN : *Electrons and Phonons : The Theory of Transport Phenomena in Solids* . Oxford University Press, 1960.

# La Transition Déflagration-Détonation (TDD)

---

## Sommaire

<b>4.1 TDD terrestres</b>	<b>128</b>
4.1.1 Accélération de flamme en milieu confiné	129
4.1.2 Mécanisme d'ignition d'une détonation en milieu confiné	132
4.1.3 Mécanisme de Zel'dovich	134
<b>4.2 La TDD dans les supernovae</b>	<b>139</b>
4.2.1 Détonation par pulsation de l'étoile	139
4.2.2 Détonation par confinement gravitationnel	140
4.2.3 TDD induite par la turbulence	141
<b>4.3 Initiation de détonations par amplification d'ondes sonores</b>	<b>144</b>
4.3.1 Le code HERACLES	145
4.3.2 Évolution des perturbations de pression	154
4.3.3 Perturbations de pression dans un gradient de densité	158
4.3.4 Ignition par choc : cas plan	162
4.3.5 TDD non locale durant une supernova	170
<b>4.4 Sources de perturbations durant l'explosion</b>	<b>179</b>
4.4.1 Le code OHM et le traitement numérique	179
4.4.2 Combustion et instabilités magnétiques	183
4.4.3 Amplification et reconnexion	191
4.4.4 Génération d'ondes sonores	194

---

Dans le premier chapitre, nous avons vu qu'une supernova de type Ia résultait de la combustion thermonucléaire d'une naine blanche. Dans le second, différents modèles ont été décrits et chacun d'eux nécessitait, à un moment ou un autre, que la combustion se fasse dans le mode de détonation. Les raisons en sont devenues plus claires dans le chapitre précédent, où nous avons étudié en détail les déflagrations et détonations thermonucléaires. Ce chapitre a aussi mis en évidence la difficulté de créer spontanément une détonation. En effet une détonation nécessite une forte surpression, qui n'est pas fournie par la combustion isochore, qui génère au maximum une surpression d'un facteur 2 ou 3, là où une détonation nécessite un accroissement de pression d'un facteur 10. Nous allons voir dans ce chapitre comment générer une détonation. On s'intéressera surtout à l'ignition d'une détonation à partir d'une déflagration initiale : la transition déflagration-détonation. Mais on verra que les mêmes critères et mécanismes sont invoqués

dans les modèles de pure détonation. Dans un premier temps, on décrira ce que l'on sait sur Terre de cette transition puis ce qui a été imaginé dans le cadre astrophysique des supernovae. Enfin je présenterai notre nouveau modèle de TDD, qui se base sur un mécanisme non local d'amplification d'ondes sonores.

## 4.1 TDD terrestres

L'étude des détonations a commencé il y a de nombreuses années par le travail pionnier de **Mallard et Le Chatelier (1883)**. Travaillant à l'École des Mines, leur principal intérêt pour la combustion venait des problèmes de coups de grisou dans les mines, qui étaient très courants à l'époque. Ces explosions résultent de l'ignition accidentelle du méthane s'échappant des couches de charbon. Celui-ci se mélange à l'air de la mine, et lorsqu'il est allumé, il s'en suit une flamme qui accélère le long des tunnels, produisant de fortes surpressions. Dans les cas extrêmes, lorsque le tunnel est assez long, la déflagration peut se transformer en une détonation. Malgré plus d'un siècle d'études, ces explosions sont toujours un problème pour l'industrie minière. Les détonations sont aussi un danger pour les réacteurs nucléaires. En effet en cas de fusion du coeur, l'eau peut libérer de l'hydrogène. Celui-ci se mélange avec l'air présent dans la chambre de confinement. Si sa concentration est suffisante, son ignition puis l'accélération de la déflagration peut mener à une détonation et provoquer des dommages importants, voire compromettre l'intégrité du confinement. Pour des raisons environnementales et économiques, l'hydrogène présente un intérêt pour le transport, avec la voiture à hydrogène. Cependant toute fuite d'hydrogène en milieu confiné crée un danger important d'explosion et notamment de détonation. Pour ces raisons, il faudrait être capable de caractériser sous quelles conditions (longueur minimale, concentration, obstacles, etc..) une transition déflagration-détonation est évitée en cas d'ignition.

Un autre intérêt des études de TDD, qui n'est pas associé à la prévention d'explosions, est l'utilisation du mode de détonation pour la propulsion. En effet, comparée à une flamme (ou déflagration) la longueur de réaction est nettement diminuée dans une détonation, grâce à une pression plus élevée. Ainsi dans les turbines classiques cette longueur est, en ordre de grandeur, d'environ 50 cm alors qu'elle ne serait que de 1 mm pour une détonation. Le concept le plus simple est alors un propulseur à détonation pulsée (voir **Roy et al. (2004)** pour une revue du sujet), où une détonation est initiée dans un tube de combustion fermé du coté de l'ignition et ouverte de l'autre. La détonation se propage vers l'ouverture en exerçant une forte pression sur le coté fermé, produisant une poussée de durée finie. Pour obtenir une poussée quasi-continue, il faudrait ensuite plusieurs tubes détonant à une fréquence de 100 Hz. Le problème de ce type de propulseur est l'ignition robuste de détonations. Une possibilité serait d'allumer la combustion sous forme de déflagration puis de concevoir un système permettant une transition sur des distances réduites. Dans un tube droit la distance typique pour atteindre la transition est de 10 m (**Ciccarelli et Dorofeev, 2008**). Il faut donc nettement la réduire, ce qui est possible grâce à la présence d'obstacles créant de la turbulence qui accélère la flamme.

Ainsi sur terre, la transition déflagration-détonation est un phénomène important mais encore mal compris au niveau de la microphysique. Notamment, le mécanisme même d'ignition de la détonation n'est pas encore bien caractérisée du fait des gammes d'échelles spatiales très

étendues. D'autre part, seules des TDD en milieu confiné (tunnel, chambre de confinement, ou tube de combustion) sont observées. Dans le cas d'un milieu non-confiné, le problème reste entier. Or une explosion thermonucléaire rentre dans cette catégorie et les résultats terrestres en milieu confiné ne sont donc pas directement applicables. Pour les milieux confinés, on sépare usuellement deux phases : (1) la création des conditions favorables à une détonation à travers l'accélération de la flamme, et (2) le mécanisme physique de transition. La première phase dépend du système, de sa géométrie, de la présence d'obstacles et notamment du caractère confiné du système. De par cette dépendance vis à vis du système, les enseignements terrestres ne seront pas applicables aux supernovae. En revanche la deuxième phase, où le mécanisme physique permet la formation de la détonation à partir du détonateur pré-conditionnée, semble beaucoup plus universelle et le mécanisme à l'oeuvre pourrait être celui responsable de la transition dans les SNe Ia.

#### 4.1.1 Accélération de flamme en milieu confiné

Dans un milieu confiné, une déflagration peut accélérer grâce à la seule expansion des produits chauds. La mise en mouvement du gaz non brûlé se fait grâce à des ondes de pression générées par la flamme, qui se propagent en amont à la vitesse du fluide plus celle du son. La flamme joue, en fait, le rôle d'un piston poreux dont la vitesse est celle du gaz frais juste en amont du front. Pour une flamme en accélération, les ondes de pressions fusionnent pour former une onde de choc, qui préchauffe le gaz et augmente sa pression. Expérimentalement, ce complexe flamme-choc est toujours observé avant la transition vers une détonation (Cicarelli et Dorofeev, 2008). Cet effet dépend directement du facteur d'expansion du gaz au passage de la flamme. Pour des flammes terrestres ce facteur est souvent important, typiquement de l'ordre :  $\rho_0/\rho^* \sim 5$ , où  $\rho_0$  est la densité du combustible frais et  $\rho^*$  la densité des cendres chaudes. En revanche, pour des flammes thermonucléaires du fait de la dégénérescence, ce facteur est très faible. Il est d'autant plus faible que le milieu est dense et dégénéré. Ainsi, pour  $\rho = 10^7 \text{ g cm}^{-3}$ , il vaut  $\rho_0/\rho^* \sim 2,5$  puis il diminue jusqu'à 1,1 pour une densité de  $10^9 \text{ g cm}^{-3}$ .

D'autre part, de nombreuses instabilités, présentes en milieu confiné, peuvent contribuer à accélérer la flamme. Tout d'abord les ondes acoustiques, générées par la propagation de la flamme, peuvent se réfléchir sur les bords et revenir interagir avec la flamme. Cependant ces effets restent relativement faibles et ne sont notables que dans un tube lisse et sans obstacle, où la turbulence ne joue pas un rôle prépondérant. Dans les autres configurations, la turbulence contrôle très largement l'accélération de la flamme. Lorsque la flamme est assez rapide, elle est précédée d'un choc, qui n'est pas suffisamment fort pour déclencher la combustion sur son passage. Cependant, des réflexions de ce choc sur des obstacles ou des coins peuvent avoir des effets très importants (Khokhlov *et al.*, 1999; Oran et Gamezo, 2007). Au minimum, l'interaction du choc réfléchi induit de fortes distorsions de la flamme, qui résultent en une accélération notable. Dans les cas extrêmes, le choc peut provoquer une TDD. Enfin, les instabilités bien connues de Kelvin-Helmholtz et Rayleigh-Taylor peuvent influencer fortement la flamme. Ces deux instabilités sont déclenchées, par exemple, au passage d'un obstacle.

#### 4.1.1.1 Tube sans obstacles

Dans un tube sans obstacle, une flamme, même laminaire, est accélérée tout d'abord par le fluide mis en mouvement par l'expansion des produits. Cet écoulement accélère globalement la flamme pour un observateur fixe, mais la flamme reste plane et de vitesse laminaire. À travers l'instabilité de Landau-Darrieus, l'expansion des produits peut aussi mener à une augmentation de surface et donc à une augmentation de la vitesse effective de propagation de la flamme. Cette accélération reste assez faible, mais est présente aussi en milieux non-confinés. La présence d'un bord a des effets beaucoup plus importants sur la surface de flamme et donc sa vitesse. La vitesse du fluide étant nulle au bord, l'expansion des produits crée un gradient latéral de vitesse d'écoulement qui déforme la flamme. Celle-ci acquiert une forme de doigt avec une surface fortement augmentée. Cette phase initiale d'accélération de flamme laminaire a été étudiée par [Bychkov \*et al.\* \(2005\)](#); [Bychkov \*et al.\* \(2007\)](#). Elle mène notamment à la formation transitoire d'une flamme tulipe laminaire, de forme similaire à la flamme sur la figure 4.1, avec la partie centrale de la flamme en retard par rapport aux bords. Cette forme est due au couplage entre la géométrie de la flamme et la dynamique de l'écoulement. Ces mécanismes d'accélération sont à l'oeuvre même pour des flammes laminaires. Cependant, en général, un écoulement dans un tube présente une couche limite turbulente. Celle-ci se forme par l'interaction de l'écoulement, poussé par la flamme, avec le bord. Ensuite lorsque la flamme interagit avec cette couche limite turbulente, le taux de combustion est augmenté près des bords formant une flamme tulipe turbulente (voir la figure 4.1).

#### 4.1.1.2 Tube avec obstacles

La présence d'obstacles accélère beaucoup plus efficacement une flamme. [Chapman et Wheeler \(1927\)](#) ont les premiers utilisé des plaques trouées pour accélérer une flamme de méthane. La vitesse maximale était alors de  $400 \text{ m s}^{-1}$  contre seulement  $10 \text{ m s}^{-1}$  pour un tube lisse. Alors que les mécanismes décrits ci-dessus n'augmentent que lentement la surface d'une déflagration et donc sa vitesse de propagation, des obstacles sur le trajet d'une flamme en expansion peuvent causer une augmentation rapide de la surface. La figure 4.2 représente une déflagration se propageant dans un tube régulièrement obstrué par des plaques trouées. On voit clairement l'augmentation de surface de flamme résultant du passage de ces obstacles. Celle-ci peut être due à une augmentation géométrique (par exemple après un orifice) à laquelle se rajoute les instabilités Kelvin-Helmholtz et Rayleigh-Taylor. Elle résulte en une augmentation de la vitesse de propagation et donc de la vitesse du fluide amont. Si les obstacles sont régulièrement espacés, on obtient une boucle de rétroaction positive, qui peut résulter en une augmentation continue de la vitesse jusqu'à des vitesses soniques [Bychkov \*et al.\* \(2008\)](#). Ce mécanisme est purement géométrique et ne nécessite pas de turbulence. Lorsque l'écoulement devient turbulent, le taux de combustion local augmente, ce qui en retour accélère l'écoulement et génère une turbulence plus intense. Ainsi, la turbulence aussi crée une boucle de rétroaction positive. Mais cette dernière sature pour des vitesses turbulentes  $V_T$  de l'ordre de :  $V_T \gtrsim 10V_{fl}$ , où  $V_{fl}$  est la vitesse de flamme laminaire. Car, l'expérience montre que pour des flammes terrestres, de telles intensités turbulentes résultent en son extinction. Ainsi, selon le mélange et la géométrie, ces mécanismes peuvent accélérer la flamme turbulente jusqu'aux vitesses soniques permettant de

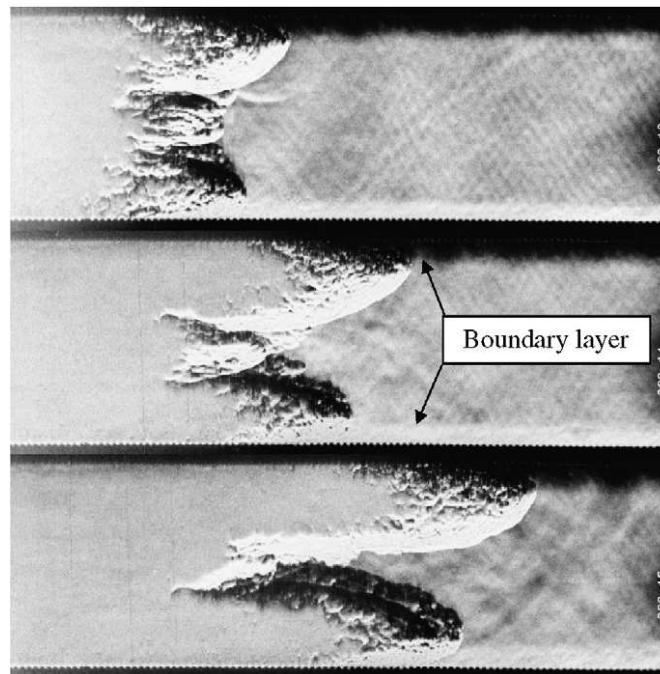


FIGURE 4.1 – Séquence de photographies d’une flamme interagissant avec une couche limite, tirée de *Ciccarelli et Dorofeev (2008)*. L’interaction avec la turbulence accélère la flamme sur les bords lui donnant cette forme de tulipe.



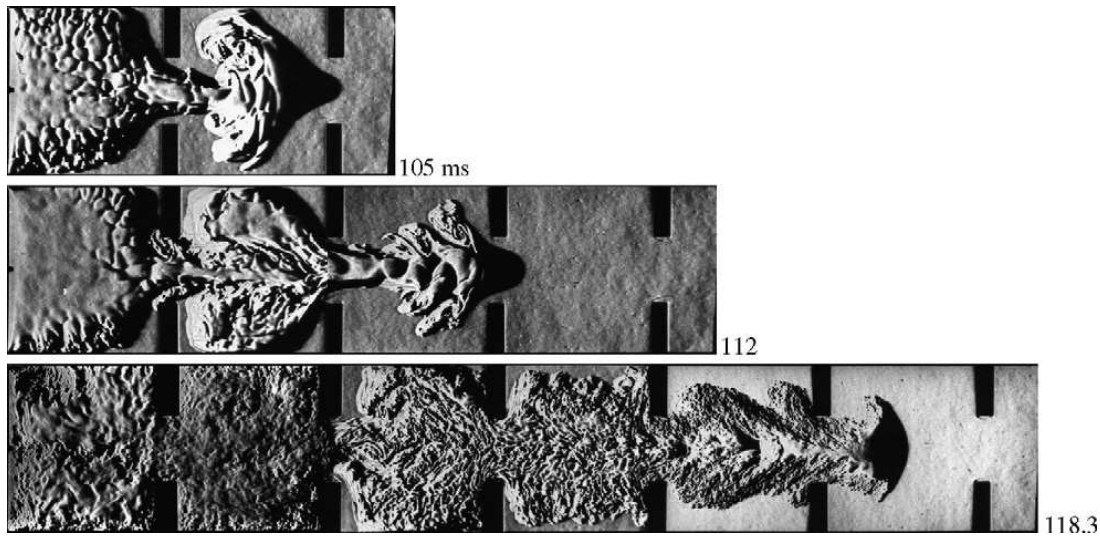


FIGURE 4.2 – Séquence de photographies d’une flamme se propageant à travers une série d’obstacles (des plaques percées d’un orifice central, avec un facteur de blocage de 60%) tirée de *Ciccarelli et Dorofeev (2008)*. Ces photographies sont séparées d’environ 7 ms, ce qui permet de mettre clairement en évidence l’accélération de la flamme, qui parcourt un intervalle entre les deux premières images puis deux intervalles dans les deux dernières images.

créer les conditions favorables à l’ignition d’une détonation (voir la figure 4.3, où une déflagration est accélérée jusqu’à former un choc frontal puis transite en une détonation).

#### 4.1.2 Mécanisme d’ignition d’une détonation en milieu confiné

Dans une détonation, les réactions sont déclenchées par le choc, après la période d’induction des réactions,  $\tau_i$ , correspondant aux conditions post-choc. Dans une déflagration accélérée jusqu’à des vitesses soniques, comme sur la figure 4.3, les réactions sont contrôlées par la diffusion thermique, tandis que le choc frontal est soutenu par l’expansion des produits. Ainsi, pour passer d’un mode à l’autre, il faut modifier le mode fondamental de combustion. On pensait initialement que cette transition se faisait lorsque la flamme accélérerait suffisamment pour *attraper* le choc (*Troshin, 1958*). En effet, à mesure que la flamme accélère, le choc devient plus fort et chauffe plus le gaz. La longueur d’induction diminue et lorsque celle-ci est plus petite que la distance choc-flamme, alors l’ignition est déclenchée par le choc et une détonation s’est formée. Mais *Meyer et al. (1970)* s’étaient rendus compte qu’en réalité la flamme ne fusionnait pas avec le choc. En fait, une auto-explosion se déclenchait quelque part entre le choc et la flamme, donnant naissance, à cet endroit, à une détonation, qui rattrapait ensuite le choc frontal, pour finalement relaxer vers une détonation normale. Ce type de transition correspond à une catégorie, où la détonation est déclenchée par un pré-conditionnement d’une zone de combustible, qui en explosant crée une surpression suffisante pour initier une détonation et ce en l’absence de choc préexistant (par exemple : *Yanez et al. (2013)*). L’autre catégorie regroupe tous les cas où l’ignition résulte de la réflexion d’un choc ou de sa focalisation. Malgré cette classification apparente en deux catégories

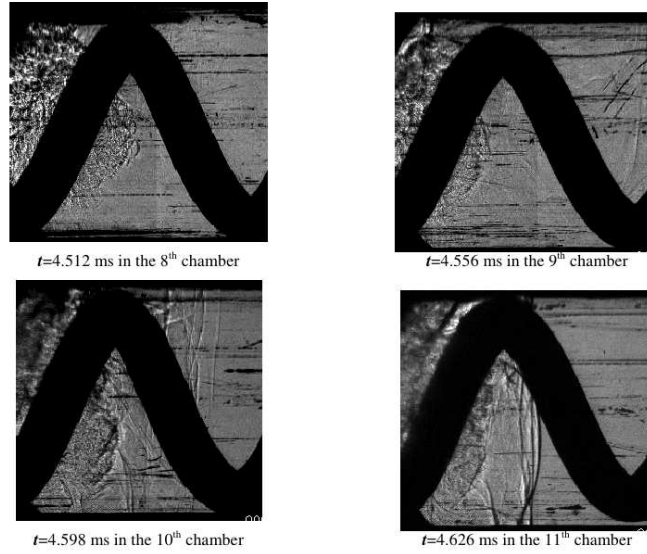


FIGURE 4.3 – Séquence de photographies d’une flamme se propageant dans un tube en partie obstrué par une spirale de Schelkin. L’expérience a été réalisée à l’Institut PPrime à Poitiers (Cheng et al., 2013). On y observe la formation d’un choc en amont de la flamme accélérée. Cette structure flamme-choc transitera ensuite en une détonation dans la treizième chambre.

distinctes, il semblerait que le mécanisme sous-jacent soit en fait commun à de nombreux cas (Lee et Moen, 1980; Zel’dovich, 1980; Oran et Gamezo, 2007). L’ignition d’une détonation reposerait sur le mécanisme des gradients de temps d’induction proposé par Zel’dovich et al. (1970) et discuté dans la section suivante. Il serait à l’oeuvre dans de nombreux cas de TDD :

- initiation directe par un choc,
- gradient de température dans la couche limite turbulente,
- ignition par des gradients de température et de concentration dus à la turbulence,
- TDD dans un tube avec ou sans obstacles, etc...

Dans le premier cas, même si un choc fort est présent dans le système, il a été observé qu’une seconde explosion avait lieu derrière le choc principal et que la détonation était en fait initiée par cette seconde explosion (Lee et Moen, 1980; Gelfand et al., 1991). Cette dernière correspondrait au pré-conditionnement du gaz, par le premier choc en un gradient convenable de temps d’induction derrière le choc. Cependant malgré de nombreuses études théoriques, par exemple Khokhlov et al. (1999), qui démontrent la capacité de ces fronts spontanés à s’amplifier pour donner une détonation, peu de TDD expérimentales ont pu être associées à ce mécanisme de manière convaincante. La principale raison étant que, du fait des limitations des ressources numériques, la turbulence ne peut pas être résolue correctement or c’est elle qui dirige le mélange et le pré-conditionnement du gradient. Khokhlov et al. (1999) ont mené des simulations numériques à haute résolution reproduisant des expériences de TDD et ils ont montré que la détonation était initiée grâce à un gradient de température. Même si la turbulence n’était pas résolue jusqu’à l’échelle la plus fine, ces simulations représentent un des résultats les plus convaincants de validation du mécanisme de Zel’dovich.

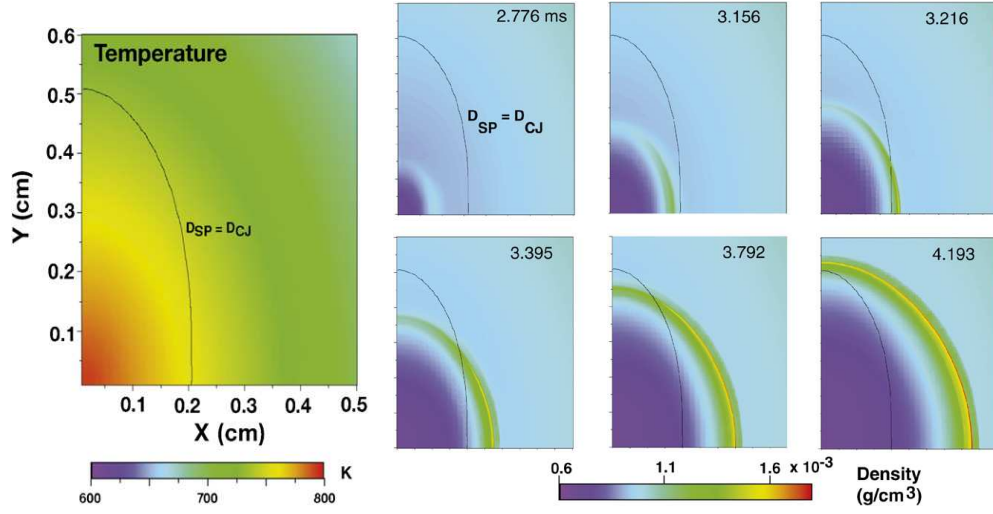


FIGURE 4.4 – **A gauche** : Carte de température dans un point chaud dont le gradient de temps d'induction est supersonique. **A droite** : Exemple d'une onde de combustion spontanée dont la vitesse  $D_{sp} > D_{CJ}$  et qui s'amplifie suffisamment pour donner une détonation. Tiré de *Oran et Gamezo (2007)*.

#### 4.1.3 Mécanisme de Zel'dovich

Ce mécanisme, proposé par *Zel'dovich et al. (1970)*, permet d'initier une détonation à partir d'un gradient de temps d'induction, du à un gradient de température, de densité ou de composition. La combustion spontanée dans ce gradient ressemble à une onde se propageant des régions où les temps d'induction sont les plus courts vers celles où ils sont les plus longs. La vitesse de propagation de cette onde de combustion spontanée est :

$$D_{sp} = \frac{1}{\nabla \tau_i}, \quad (4.1)$$

où  $\tau_i$  est le temps d'induction défini dans le chapitre précédent. Si ce gradient est suffisamment faible pour que  $\nabla \tau_i \sim C_s^{-1}$  (gradient sonique), alors l'onde spontanée se propage à la vitesse du son. De ce fait, les surpressions générées par la combustion ne peuvent se propager plus vite que l'onde de combustion et s'accumulent au niveau du front de combustion. Du fait de ce couplage entre la combustion et la dynamique du fluide, la pression au niveau du front augmente et si  $D_{sp}$  reste sonique suffisamment longtemps pour atteindre la pression de Chapman-Jouguet ( $P_{CJ}$ ), une détonation auto-soutenue est née (voir figure 3.9). Si  $\nabla \tau_i > C_s^{-1}$ , l'onde de combustion est trop rapide et se découple des surpressions tandis que si  $\nabla \tau_i < C_s^{-1}$ , l'onde est trop lente et les ondes sonores évacuent la surpression. Une détonation stable sera initiée uniquement si l'onde de combustion se couple au choc. Par des considérations analytiques, *Khokhlov (1991b)* a estimé que pour atteindre la détonation minimale qui est la détonation Chapman-Jouguet, il fallait que l'onde spontanée vérifie :  $D_{sp} > D_{CJ}$ . En effet, on peut lui appliquer les conditions de Rankine-Hugoniot et faire le même raisonnement que pour une détonation. Donc la condition la plus prudente pour initier une détonation est :  $D_{sp} > D_{CJ}$ . Cependant, lorsque la pression est

suffisamment forte, l'onde spontanée comprime le combustible au niveau du front accélérant ainsi sa combustion. De par cette auto-cohérence, la condition  $D_{sp} > C_s$ , garantissant la cohérence de la génération d'énergie, est souvent suffisante (voir [Woosley et al. \(2009\)](#) ou nos études sur la figure 4.6).

Ainsi [Khokhlov \(1991b\)](#) a appliqué ce mécanisme au contexte des supernovae. Dans ce cadre, la combustion isochore du carbone ne peut pas déclencher une détonation, car la surpression engendrée est trop faible à cause de l'EOS dégénérée, voir figure 3.3. Il faut donc un mécanisme pouvant amplifier ces surpressions jusqu'à  $P_{CJ}$ . Dans un milieu non-confiné sans choc, la seule possibilité est donc de créer un gradient de temps d'induction. En se basant sur ce mécanisme d'ignition, [Khokhlov \(1991a\)](#) a proposé le modèle de détonation à retard. Cependant, pour résoudre numériquement ce mécanisme, il faudrait résoudre les longueurs caractéristiques de combustion du carbone, qui sont très faibles : entre  $1 \mu\text{m}$  et  $1 \text{ m}$ . Ces échelles ne sont absolument pas accessibles dans les simulations hydrodynamiques en trois dimensions les plus récentes, pour lesquelles la meilleure résolution reste supérieure au kilomètre. Ainsi ce mécanisme restera non-résolu pour de nombreuses années encore, et il faut recourir à des études physiques précises pour essayer de dégager des conditions suffisantes d'initiation d'une détonation. De nombreuses études ont été menées pour déterminer les gradients requis pour déclencher une détonation. Par exemple [Arnett et Livne \(1994b\)](#); [Röpke et al. \(2007b\)](#) et [Seitenzahl et al. \(2009\)](#) ont récemment étudié l'ignition par un gradient de température à composition et densité constantes. Les premiers dans le cas d'un gradient linéaire et les derniers dans un cadre plus général avec différents gradients. Le but de ces travaux est de déterminer la taille minimale ou longueur critique ( $L_c$ ), suffisante pour générer une détonation stable. Malheureusement cette taille critique dépend de nombreux paramètres : la température et la densité ambiantes, la température maximale et la forme du gradient et la composition du combustible. Seule une condition nécessaire peut en être dégagée : un point chaud de composition moitié carbone moitié oxygène à des densités  $\gtrsim 1 \times 10^7 \text{ g cm}^{-3}$  avec une température maximale  $> 2 \times 10^9 \text{ K}$  sur des échelles  $L_c \sim 10 \text{ km}$  ( $\nabla T \sim 2000 \text{ K cm}^{-1}$ ), devrait réussir à déclencher une détonation. Cependant ces études se basent sur des modèles, où le point chaud est dans un milieu au repos. Ainsi il faut que l'écoulement global soit convergent pour confiner suffisamment le point chaud pour que les conditions critiques soient maintenues suffisamment longtemps.

Pour des mélanges de compositions différentes, la longueur critique varie énormément : moins il y a de carbone et plus  $L_c$  sera grande ; d'autre part l'adjonction d'hélium diminue drastiquement  $L_c$ . [Khokhlov et al. \(1997\)](#) ont étudié ce mécanisme pour des gradients de température et de composition qui correspondraient à la structure d'une flamme distribuée qui mélangerait cendres chaudes et combustible frais. Une autre possibilité serait que l'expansion éteigne la flamme, permettant ainsi le mélange des cendres et du combustible. La contraction recréerait ensuite les conditions de température et densité nécessaires à la détonation (scénario pulsationnel). Ces auteurs soulignent que ce mélange est très important pour que le combustible puisse atteindre des températures suffisantes pour détoner à faible densité. Ainsi du combustible frais doit être comprimé jusqu'à  $\sim 1 \times 10^{10} \text{ g cm}^{-3}$  pour atteindre une température suffisante pour l'ignition, tandis que mélangé avec 10% de cendres ce seuil tombe à  $\sim 1 \times 10^7 \text{ g cm}^{-3}$ .

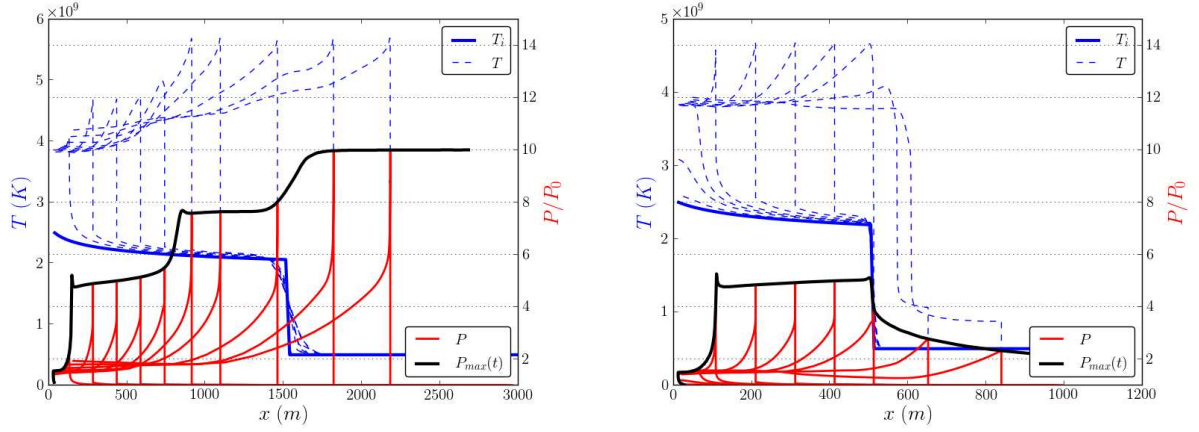


FIGURE 4.5 – **A gauche** : Auto-ignition réussie pour un gradient sonique de temps d'induction de  $L = 1,5$  km à la densité  $\rho_0 = 1 \times 10^7$  g cm $^{-3}$ . Le gradient initial de température est tracé en trait épais bleu, puis les profils successifs de température le sont en tirets bleus. L'enveloppe des maximum de pression est représentée en noir, différents profils de pression sont tracés en rouge. La fin du point chaud se situe au milieu du domaine, on voit bien que la détonation se propage en dehors du gradient en régime stationnaire. L'auto-ignition a réussi. **A droite** : Échec de l'ignition pour une taille inférieure à la taille critique ( $L = 500$  m).

#### 4.1.3.1 Étude d'auto-ignition plane

Ces études considéraient l'ignition d'un point chaud, pour lequel les effets géométriques de divergence sphérique sont importants. Or dans le cas qui m'a intéressé, nous verrons que là où l'ignition de la détonation a lieu, les effets géométriques sont faibles et celle-ci est quasiment plane. Nous avons donc fait quelques tests d'ignition en géométrie plane, à l'aide du code ASTROLABE, dont la grille mobile et adaptative permet de suivre correctement la formation et la propagation des chocs ainsi que les deux étapes énergétique de la combustion. Pour réaliser ces études, on a créé des points chauds à l'équilibre de pression dont la température décroît depuis des valeurs maximales de  $2,5 \times 10^9$  ou  $2 \times 10^9$  K selon un gradient de temps d'induction sonique ( $\nabla \tau_i = C_s^{-1}$ ). La figure 4.5 montre une telle ignition pour un gradient sonique dans un milieu de densité  $\rho_0 = 1 \times 10^7$  g cm $^{-3}$ . L'évolution du saut de pression est hautement non-linéaire. La première forte augmentation autour de 100 m correspond à la synchronisation de la combustion du carbone avec l'onde de pression. Cette étape résulte en un choc d'environ  $5 \times P_0$ . Si l'amplification s'arrête là, ce complexe choc-combustion du carbone n'est pas capable de se propager hors de la zone pré-conditionnée. C'est l'exemple sur la figure 4.5(b). En effet, la combustion de l'oxygène n'a pas eu lieu et la pression est donc trop faible. Au contraire sur la figure 4.5(a), la synchronisation de la combustion de l'oxygène avec le choc a lieu au bout de 800 m. Enfin la troisième zone d'augmentation de pression correspond à l'augmentation de densité aux bords du point chaud due à la condition d'équilibre hydrostatique initial. Ces simulations permettent de déduire une taille critique,  $L_c \sim 800$  m, pour qu'un point chaud de gradient sonique



$\rho_0$ ( $\times 10^6$ g cm $^{-3}$ )	5	8	10	20	50
$P_{CJ}/P_0$	12	10,1	10	8	6
$L_c$ (km) ( $T_{max} = 2,5 \times 10^9$ K)	15	2	0,8	0,15	0,04
$L_c$ (km) ( $T_{max} = 2 \times 10^9$ K)	40	6	2	0,5	0,05

TABLE 4.1 – Taille critique nécessaire à l’ignition d’une détonation auto-soutenue à partir d’un gradient sonique de temps d’induction, pour deux températures maximales  $T = 2 \times 10^9$  et  $2,5 \times 10^9$  K. On rappelle aussi la surpression minimale qu’il faut atteindre :  $P_{CJ}/P_0$ .

et de température  $T \sim 2,5 \times 10^9$  K soit capable de déclencher une détonation auto-soutenue. La table 4.1 donne ces tailles critiques en fonction de la densité pour ce même gradient et les deux températures maximales étudiées. Elle rappelle aussi la pression,  $P_{CJ}$ , dans le choc d’une détonation Chapman-Jouguet. Le cas à  $\rho = 1 \times 10^7$  g cm $^{-3}$  de la figure 4.5(a) atteint bien  $P_{CJ}$ .

**Profil du gradient :** Selon les arguments linéaires de Khokhlov (1991b), seule une onde spontanée de vitesse  $D_{sp} = D_{CJ}$  (11300 km s $^{-1}$  pour  $\rho = 1 \times 10^7$  g cm $^{-3}$ ) pourrait, en accord avec les relations de Hugoniot, atteindre la pression  $P_{CJ}$  nécessaire pour se propager hors du point chaud. Cependant, l’exemple précédent a montré qu’un gradient sonique de  $\tau_i$  créait une onde de combustion au niveau de laquelle s’accumule la pression. L’augmentation de densité qui en résulte, puis le chauffage par le choc permettent de synchroniser la combustion et d’accélérer le choc jusqu’à  $D_{CJ}$ . La condition  $D_{sp} = D_{CJ}$  est en fait trop restrictive. La figure 4.6 compare le résultat de l’ignition d’un point chaud de taille  $L = 1,5$  km, qui détone pour un gradient sonique, pour différents gradients de température (en trait plein). Un tel point chaud détone aussi pour des gradients plus raides ( $D_{sp} = 0,2C_s$ ) et plus plats ( $D_{sp} = 2C_s$ ), les profils de pression résultant de l’ignition sont tracés en tirets sur la figure 4.6(a). Dans ces trois cas, cette synchronisation fait que le choc se propage approximativement à la même vitesse, d’environ 10 000 km s $^{-1}$  assez proche de  $D_{CJ}$  pour pouvoir l’atteindre à la sortie du point chaud. Mais pour des gradients plus plats ou plus raides, l’ignition ne se synchronise pas avec les ondes sonores et aucune accumulation n’a lieu pour  $D_{sp} = 0,1C_s$  ou  $D_{sp} = 5C_s$ . Un zoom sur la zone de formation des chocs sur la figure 4.6(b), met bien en évidence cette différence. Cette figure représente, en tirets, les profils de surpression des cinq cas (le gradient sonique est décalé de +2 puis chacun est décalé d’une autre unité vers le haut ou vers le bas si le gradient est plus plat ou plus raide respectivement). Le profil à  $D_{sp} = 5C_s$  est trop plat, trop homogène générant une surpression quasiment homogène, qui ne s’accumule pas, puisque l’onde de combustion va trop vite. Le profil à  $D_{sp} = 0,1C_s$  est, au contraire, trop raide et toute surpression générée par la combustion est efficacement évacuée.

Pour la courbe verte ( $D_{sp} = 2C_s$ ), l’échelle des abscisses a été réduite d’un facteur deux. Ainsi, la formation du choc est en fait beaucoup plus longue. En effet, l’onde de combustion est deux fois plus rapide que le son et donc toute la surpression ne s’accumule pas au niveau du front mais aussi derrière. Ainsi, en  $x = 0$ , la pression finale est d’environ  $P = 1,55P_0$  alors qu’elle n’est que de  $1,45P_0$  pour le cas  $D_{sp} = C_s$  (courbe noire) où l’onde de combustion est sonique et où les surpressions s’accumulent efficacement au niveau du front. Dans le cas,  $D_{sp} = 2C_s$  c’est

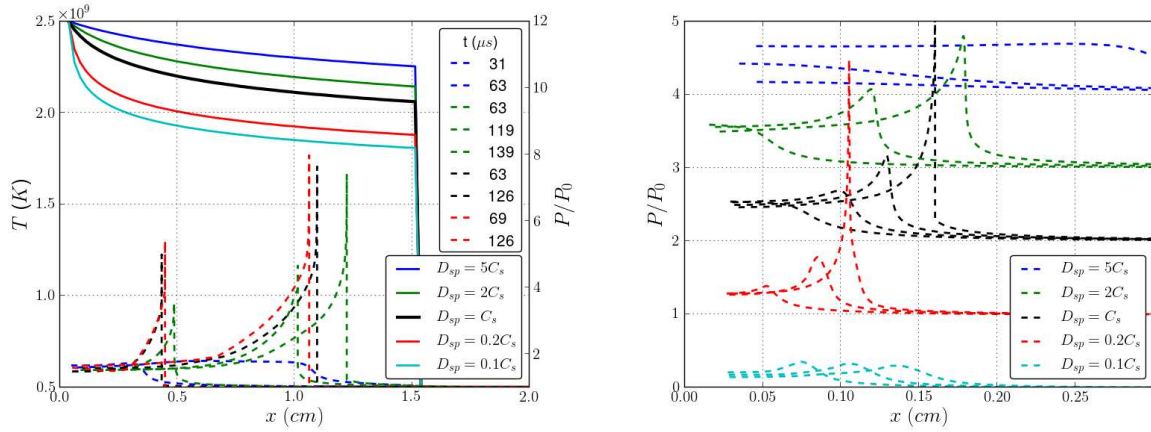


FIGURE 4.6 – **A gauche** : Ignition de différents profils de température (trait plein). Les surpressions en résultant sont tracées en tirets de la couleur du gradient correspondant. **A droite** : Zoom sur les deux cents premiers mètres où se forment les chocs (Le cas où  $D_{sp} = 2C_s$  ce sont les 400 premiers mètres). La pression (décalée en ordonné pour plus de lisibilité) de 5 gradients différents est tracée à plusieurs instants successifs. Les cas, où  $D_{sp} = 2,1$  et  $0,2C_s$  réussissent à créer un choc qui ensuite se propage, se synchronise avec la combustion et devient capable de se propager hors du point chaud. Dans le cas  $D_{sp} = 0,1C_s$ , aucune surpression ne s'accumule car l'onde de combustion est trop lente par rapport à une onde sonore. Au contraire pour  $D_{sp} = 5C_s$ , l'onde de combustion est trop rapide.

l'onde de combustion qui mène la synchronisation. Dans le cas  $D_{sp} = 0,2C_s$  (courbe rouge), au contraire, les ondes sonores s'évacuent plus rapidement que l'onde ne progresse. Ainsi, la pression finale n'est que de  $P = 1,25P_0$ . Cependant, la légère compression et le faible chauffage dus aux surpressions accélèrent la combustion qui s'y synchronise. La formation du choc est alors plus rapide car la pression est plus concentrée et la combustion y est accélérée. Au contraire, dans le cas  $D_{sp} = 2C_s$ , la pression ne s'accumule pas aussi efficacement et la formation du choc est plus lente et une fois formé il est plus faible (Fig. 4.6(a))

Ainsi l'explosion d'un point chaud isotherme ne peut pas mener à l'ignition d'une détonation et ce, quelle que soit sa taille. Un point chaud uniformément chauffé à  $T = 2,5 \times 10^9$  K brûle sans pouvoir générer de choc suffisamment puissant pour créer une détonation. En effet la combustion résulte en un profil uniforme de pression dans le point chaud :  $P \sim 2P_0$ , qui en se dilatant génère un choc faible. On a toutefois obtenu l'ignition d'une détonation, pour un tel profil pour un domaine de 100 km, lorsque la résolution  $\delta_x = 1,5$  km est supérieure à la taille critique. Dans ce cas, représenté sur la figure 4.7, le gradient linéaire, passant de  $T = 2,5 \times 10^9$  K à gauche de la cellule à  $5 \times 10^8$  K à droite, suffit à amplifier le choc et à le synchroniser avec la combustion de façon à atteindre  $P_{CJ} = 10 \times P_0$ . Mais la détonation est entièrement due à ce gradient et non à la taille du point chaud isotherme.

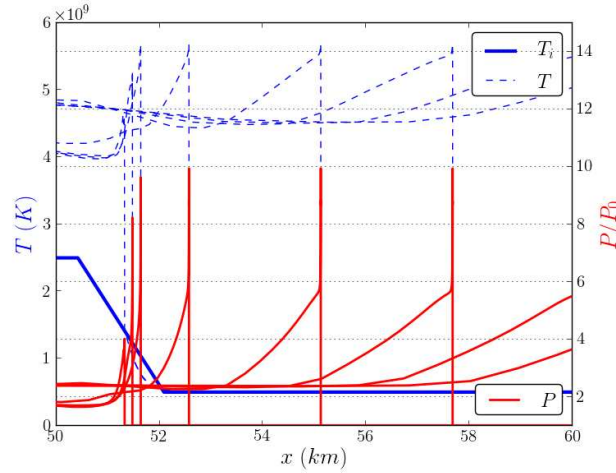


FIGURE 4.7 – Test d’ignition dans un point chaud isotherme de température  $T = 2,5 \times 10^9$  K pour une densité de  $\rho_0 = 1 \times 10^7$  g cm $^{-3}$ . L’ignition n’est pas possible, la combustion reste isobare et la surpression créée par la combustion peut être évacuée sans s’accumuler. Le cas pour  $L = 100$  km détone car en fait la résolution initiale de  $\delta_x = 1,5$  km correspond au gradient critique. Le gradient est beaucoup plus fort, mais cela fonctionne quand même.

## 4.2 La TDD dans les supernovae

Comme l’ont montré [Gamezo et al. \(2005\)](#), dans le cadre de l’explosion d’une naine blanche à la masse de Chandrasekhar, le scénario de TDD est celui qui reproduit le mieux les observations. Le problème est alors de savoir si des conditions suffisantes à l’ignition d’une détonation sont réunies au cours de la phase de déflagration, environ 1,5 s après l’ignition. De nombreux modèles ont été imaginés pour créer ces conditions au moment opportun. Elles se ramènent toutes à une ignition par le mécanisme de Zel’Dovich décrit ci-dessus.

### 4.2.1 Détonation par pulsation de l’étoile

[Arnett et Livne \(1994a,b\)](#) ont proposé un modèle de détonation à retard où la transition se fait grâce à une pulsation de l’étoile. La déflagration initiale, incapable de détruire l’étoile pourrait en revanche déclencher une pulsation globale de la structure, qui lors de sa phase de contraction produirait des conditions favorables à une détonation. Dans cette étude, la résolution était assez mauvaise et la diffusion numérique des cendres suffisait à créer des bulles chaudes qui dépassent le critère de détonation lors de la contraction.

[Bravo et García-Senz \(2009\)](#) et [Bravo et al. \(2009\)](#) ont réexaminé ce problème avec une meilleure résolution et des vitesses de flamme plus réalistes (turbulentes et non pas laminares comme dans [Arnett et Livne \(1994a\)](#)). Leurs simulations mettent en évidence une structure assez différente, mais toujours favorable à une transition. En effet, la flamme 3D bien résolue flotte rapidement vers la surface, laissant un cœur de combustible encore assez dense qui se dilate en phase, tandis que les couches externes chaudes et riches en cendres se dilatent plus



rapidement. Du fait de ce découplage entre la dilatation du coeur et celle des couches externes, le coeur est revenu à l'équilibre hydrostatique avant que les couches externes ne retombent. Ainsi, ces dernières formeront un choc d'accrétion sur le coeur, dans une région riche en combustible. Ce choc crée les conditions favorables à une détonation, notamment des régions partiellement résolues dont la température maximale est de  $2,3 \times 10^9$  K pour une densité de  $3 \times 10^6$  g cm<sup>-3</sup> et qui rassemblent une masse supérieure aux masses critiques calculées par Arnett et Livne (1994b) et Röpke *et al.* (2007b). D'autre part la composition et la température seraient non-uniforme avec un gradient correct (estimé sur quelques cellules) suffisant pour activer le mécanisme de Zel'dovich. D'autre part le choc d'accrétion maintient ces conditions un certains laps de temps, permettant l'ignition du point chaud, avant que les conditions n'évoluent trop.

Dans ce type de scénario l'ignition de la détonation se fait dans un point chaud confiné, qui a été mélangé avant l'ignition pour augmenter son entropie. L'apport final d'énergie est externe : choc d'accrétion ou compression, contrairement au scénario de turbulence où l'énergie d'ignition provient des cendres et donc de la flamme elle-même, pourvu que le mélange turbulent soit efficace.

#### 4.2.2 Détonation par confinement gravitationnel

Le scénario de détonation par confinement gravitationnel (GCD pour *Gravitationnaly Confined Detonation*), initialement proposé par Plewa *et al.* (2004), puis étudié en 3D par Jordan *et al.* (2008), repose sur une déflagration excentrée, initiée avec un décalage par rapport au centre de l'étoile (*off-center*). Dans cette configuration, la flamme flotte beaucoup plus vite vers la surface et la phase de déflagration libère peu d'énergie, typiquement 10% de l'énergie de liaison. La déflagration brûle en formant un panache de cendres chaudes qui flotte vers la surface. Lorsqu'il l'atteint, il jaillit et se répand sur toute la surface de la naine blanche, en convergeant vers le point opposé au point d'émergence. Durant ce processus, du matériau froid et riche en carbone est poussé par le flot de cendres. Au point de convergence, ce matériau est comprimé et suffisamment chauffé pour commencer à brûler lentement (*smoldering*) et augmenter encore un peu la température. La compression forme deux jets opposés. Le jet interne pousse ce combustible chauffé en combustion lente vers les couches plus denses, créant ainsi des conditions suffisantes pour une détonation. Celle-ci se déclenche de 1,5 à 3 s après l'ignition. Dans ce scénario la déflagration libère si peu d'énergie que la naine blanche ne se dilate quasiment pas et la structure est encore relativement dense quand la détonation démarre. Elle produira ainsi typiquement  $\sim 1 M_{\odot}$  de <sup>56</sup>Ni, ce qui correspond à une supernovae super-lumineuse. D'autre part, ce modèle requiert une symétrie importante de l'écoulement convergent de cendres pour avoir une compression suffisante. Ainsi seules les explosions 2D et des ignitions d'une seule bulle en 3D ont une symétrie suffisante pour détoner.

Jordan *et al.* (2012) proposent un scénario alternatif, dans lequel l'ignition a lieu en plusieurs points. Cela induit une phase de déflagration plus violente, qui libère plus d'énergie : entre 40% et 80% de l'énergie de liaison de l'étoile. Contrairement au scénario classique de GCD, l'énergie libérée entraîne la dilatation rapide de l'étoile et lors de la collision des cendres chaudes, la densité est déjà trop faible pour initier une détonation. Cependant l'énergie libérée est trop faible pour délier l'étoile et celle-ci va ensuite se contracter. Lors de cette pulsation, densité et température

vont augmenter à cause de la contraction globale de l'étoile et de la convergence des cendres. La combustion lente du carbone contribue aussi à créer les conditions propices à l'initiation d'une détonation dans la région de collision, où cendres et combustible ont été mélangés pour former un gradient de température. Ce scénario pulsationnel dilate plus l'étoile, permettant de produire moins de  $^{56}\text{Ni}$  et d'obtenir un meilleur accord avec les SNe normales. De plus, selon le décalage de la zone d'ignition, la déflagration est plus ou moins vigoureuse, résultant en plus ou moins d'expansion et produisant une certaine gamme de masses de nickel et donc de luminosités. Ce décalage pourrait correspondre à la source de dispersion des SNe Ia. D'autre part, ce scénario pourrait s'appliquer, si le mécanisme de TDD induite par turbulence (voir section suivante) n'a pas eu lieu lors de la phase de déflagration initiale. Il donnerait une seconde chance pour déclencher une détonation. Enfin, la contraction de l'étoile permet de relâcher la contrainte sur la symétrie de l'écoulement convergent, qui était nécessaire dans le scénario GCD. Ainsi le mécanisme d'ignition d'une détonation est plus robuste dans le cas de ce scénario de GCD assistée par la pulsation de l'étoile.

Notons pour finir que ce mécanisme d'ignition de détonation dans un point chaud confiné est aussi utilisé dans les scénarios de collision violente de naines blanches. En effet, l'accrétion violente du compagnon déchiré permet de créer un point chaud confiné au point d'impact du flot d'accrétion. Les mêmes conditions d'ignition sont utilisées dans ces deux modèles.

Dans toutes ces simulations 3D, l'ignition de la détonation est non-résolue et repose sur un critère arbitraire. [Jordan \*et al.\* \(2012\)](#) se basent sur les études faites sur le mécanisme de Zel'dovich dans le cas d'un combustible C+O. Mais, numériquement, ils initient la détonation en laissant s'emballer la réaction  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ . En effet, les conditions d'emballement correspondent plus ou moins aux conditions déduites du mécanisme de gradient. Cependant, cela suppose qu'aux échelles sous-mailles les gradients soient assez plats pour être soniques. D'autre part, pour atteindre ces températures, il faut un mélange entre combustible et cendres ([Khokhlov \*et al.\*, 1997](#)). Or, la diffusion numérique au niveau du front peut artificiellement augmenter la température du combustibles. Ces deux dernières conditions ne peuvent être caractérisées dans les simulations hydrodynamiques de l'étoile complète. On ne peut que faire des estimations du mélange aux échelles sous-mailles pour affirmer que cette condition est remplie. Cependant, comme dans le modèle précédent, les propriétés globales de l'écoulement permettent de maintenir ces conditions thermodynamiques le temps que l'ignition du point chaud génère une détonation. C'est le point fort de ces scénarios confinés par rapport aux scénarios de turbulence.

### 4.2.3 TDD induite par la turbulence

Dans les modèles précédents, l'ignition a lieu dans un point chaud dont le conditionnement est dû à la dynamique globale de l'écoulement (écoulement convergent, choc ou pulsation). Dans ce cas, les études d'ignition précédentes sont directement applicables, avec les restrictions de résolution décrites ci-dessus. L'énergie thermique nécessaire à l'ignition est externe au point chaud, elle lui est transférée par le milieu environnant. Dans le cas d'une TDD induite par turbulence, l'énergie provient de la flamme elle-même, où plus précisément des cendres chaudes juste derrière le front de combustion. C'est la turbulence qui, dans le régime distribué, permet de mélanger les cendres au combustible. Cela permet de former une zone suffisamment chaude

où le gradient de temps d'induction est suffisamment plat pour exploser assez rapidement. Une flamme qui reste laminaire à l'échelle de flamme ne pourra jamais détoner par le mécanisme des gradients car son épaisseur est très inférieure à la longueur critique. Pour avoir une TDD il faut donc entrer dans le régime distribué, où la turbulence pénètre la structure interne de la flamme et peut l'élargir. Pour initier une détonation par le mécanisme des gradients, il faut que la flamme puisse être élargie sur des largeurs proches de la longueur critique, qui est de l'ordre de l'échelle intégrale de la turbulence,  $L \sim 10$  km. Dans une supernova l'échelle intégrale est grande et quand la flamme entre dans le régime distribué (Nombre de Karlovitz  $K_a > 1$ ), le nombre de Damköhler ( $D_a$ ) est déjà grand,  $D_a \gg 1$ , et la combustion est dans le régime des flammelettes distribuées *Stirred Flames*. Ensuite, la densité diminuant, le nombre de flammelettes turbulentes diminue, mais elles se font plus larges et plus rapides. À la limite  $D_a = 1$ , on a une seule flamme de largeur  $L$ . Les conditions les plus favorables à une TDD, sont donc atteintes quand  $D_a \rightarrow 1$ . En effet, au delà, dans le *Well Stirred Reactor* la combustion est trop diluée. Pour le mécanisme des gradients, il semble donc qu'une condition nécessaire soit :  $K_a \gg 1$  et  $D_a \sim 1$ .

Cependant, ce mécanisme proposé par Khokhlov (1991a,b), sur lequel se base tous les modèles de TDD turbulente dans les supernovae, n'est pas la seule possibilité. Récemment Poludnenko *et al.* (2011) ont obtenu, numériquement, une TDD en milieu non-confiné pour un mélange terrestre air-hydrogène. Selon leur analyse, le mécanisme à la base de la transition ne serait pas celui des gradients de Zel'dovich *et al.* (1970). Il reposerait plutôt sur la capacité de la turbulence à accélérer la flamme jusqu'à la valeur limite de la déflagration de Chapman-Jouguet. À ce moment là, la génération d'énergie par unité de volume est suffisante pour augmenter la pression et enclencher un emballement qui résulte en l'ignition d'une détonation. Ce mécanisme ne requiert pas une turbulence telle que la flamme soit distribuée. Il suffit que la flamme soit assez convoluée dans une masse critique, pour que l'énergie nucléaire libérée, qui est proportionnelle à la surface de flamme, soit de l'ordre de l'énergie interne sur un temps de traversé sonique. Dans ce cas, la densité augmentera et entraînera un emballement résultant en une détonation. Mais ce régime de combustion, où de nombreuses flammes laminaires se replient, reste hors de porté des simulations actuelles, dans le cas de la combustion du carbone qui est substantiellement plus subsonique que la combustion terrestre de l'hydrogène. En effet, les simulations actuelles les plus poussées de combustion turbulente (Aspden *et al.*, 2010, 2008) ne peuvent pas modéliser de grandes échelles intégrales et résoudre la structure laminaire. La stratégie choisie par Aspden *et al.* (2008) était de faire des simulations DNS (*Direct Numerical Simulation*) qui résolvent la structure laminaire. Mais dans ce cas l'échelle intégrale est directement liée aux ressources numériques et à l'échelle de flamme. Le choix retenu par Aspden *et al.* (2010) pour étudier le régime distribué était d'augmenter successivement l'échelle intégrale en ne résolvant que le transport turbulent. Dans ce cas ils pouvaient atteindre des échelles intégrales de l'ordre de celles d'une explosion de supernova.

Pour obtenir une transition vers une détonation, trois critères doivent être vérifiés. (1)- Tout d'abord une région doit brûler supersoniquement, car alors la pression augmentera plus vite que l'expansion ne peut contrôler. (2)- Ce détonateur doit avoir une masse supérieure à une masse critique, sinon la détonation dégénérera en ondes de pression. (3)- Et enfin, la vitesse de phase de la combustion doit être presque sonique. En modélisant la turbulence par le modèle 1D LEM (*Linear Eddy Model*) de Kerstein (1991), pour étudier le régime distribué à grande échelle,

Woosley *et al.* (2009) ont montré que certaines propriétés de ce régime vont dans la direction de ces trois critères. Tout d’abord, la nature très variable de la combustion : certaines régions peuvent temporairement brûler beaucoup plus vite que la moyenne, fréquemment d’un facteur 3. Ensuite, la turbulence ne conduit pas toujours à l’inhomogénéité à grande échelle. En effet il se forme régulièrement des saillies *ledges*, qui sont des structures larges et bien mélangées. En utilisant une de ces structure comme conditions initiales d’un code hydrodynamique 1D, Woosley *et al.* (2009) ont ainsi observé une transition déflagration-détonation. Les profils qui généraient effectivement une détonation vérifiaient :

1. une région à haute température générant beaucoup d’énergie,
2. autour, du combustible assez riche (fraction de masse de  $^{12}\text{C} \sim 0.4$ ) déjà chaud,
3. et au bord un gradient de  $X_{12}$ .

Les deux premières propriétés permettent de créer une surpression et la troisième va l’amplifier. Cependant, ces détonations ont été obtenues après arrêt de la turbulence. En effet, celle-ci aurait probablement détruit la structure du détonateur avant que la détonation n’ait pu se construire. C’est un des points faibles de ce scénario, la turbulence intense nécessaire au régime distribué, doit créer ces structures chaudes et homogène et doit ensuite les préserver le temps de l’ignition. En effet, une fois l’onde spontanée de combustion crée, celle-ci se propage supersoniquement et la turbulence ne pourra plus empêcher l’ignition. Mais, durant le temps d’induction nécessaire la formation de cette onde, la turbulence peut encore détruire la structure du détonateur. Il faudra ainsi sûrement de nombreuses occurrences comme celle ci-dessus, avant d’avoir effectivement une détonation. Toutefois, la surface de flamme offre un volume important et donc un nombre important de volumes critiques, dans lesquels la turbulence pourrait entraîner une TDD.

Quoiqu’il en soit, ces ignitions de détonation ont été obtenues dans le régime distribué pour  $Da \sim 1$ . Mais cette condition n’est pas suffisante, il faut aussi des intensités turbulentes de l’ordre de 20% de la vitesse du son, soit environ  $1000 \text{ km s}^{-1}$  pour créer des zones mélangées, qui peuvent exploser sur un temps sonique. La question est maintenant de savoir si de telles intensités turbulentes sont réalisables durant l’explosion.

#### 4.2.3.1 La turbulence dans les supernovae

**Rayleigh-Taylor ou Kolmogorov :** La propagation d’une flamme dans une SN Ia est dominée par la turbulence et les instabilités, qui vont définir sa vitesse effective de propagation. Mais cette vitesse correspond-elle à celle des instabilités Rayleigh-Taylor de longueur d’onde  $l$  ou plutôt aux fluctuations de vitesses dues à la cascade de turbulence depuis les grandes échelles de cette même instabilité ( $L_{RT} \sim 10 \text{ km}$  et  $U_{RT} \sim 100 \text{ km s}^{-1}$ ) ? Les lois d’échelles des fluctuations de vitesse à l’échelle  $l$  sont différentes :  $u_l \propto (gl)^{1/2}$  pour l’instabilité RT et  $u_l \propto l^{1/3}$  pour une turbulence isotrope suivant l’échelle de Kolmogorov. Certains auteurs pensent que le spectre des fluctuations suit une loi Rayleigh-Taylor à toutes les échelles (Khokhlov, 1995; Zhang *et al.*, 2007). Cependant, Ciaraldi-Schoolmann *et al.* (2009) ont récemment analysé les champs de vitesse de simulations à haute résolution de Röpke *et al.* (2007a) pour caractériser la turbulence d’une SN Ia. Ils trouvent en fait une dépendance RT aux grandes échelles puis une transition vers l’échelle de Kolmogorov, aux petites échelles devant l’échelle d’injection de l’énergie  $L_{RT}$ .

**Intermittence :** L'occurrence d'une TDD dépend donc très fortement de la prescription pour la turbulence. De plus, il suffit d'une seule occurrence d'une fluctuation  $u_{L_c} \gtrsim 1000 \text{ km s}^{-1}$  à l'échelle critique pour qu'une détonation soit irréversiblement allumée. Les lois d'échelles décrites précédemment ne concernaient que le premier moment des perturbation de vitesse :  $\bar{u}_l$ , or ce sont les moments d'ordre élevé ( $\overline{u_l^p}$  pour  $p > 1$ ) qui sont sensibles aux fluctuations rares mais importantes. Les expériences montrent qu'à grand  $p$ , on a des déviations par rapport à la loi de Kolmogorov : c'est l'intermittence, les fluctuations de grande amplitude sont moins rares que prévu par Kolmogorov. Schmidt *et al.* (2010) a calculé les probabilités d'entrer dans le régime distribué, à partir des densités de probabilité de dissipation turbulente obtenues avec différentes lois d'intermittence. Si le seul critère de TDD était  $K_a > 1$ , alors il est probable qu'une TDD se déclenche trop tôt dans l'évolution de la SNIa. Le fait d'attendre  $D_a \sim 1$  et le régime du *Well Stirred Reactor*, comme le suggère Woosley *et al.* (2009), permet d'exclure une TDD avant 0,7 s. Cependant si on demande, en plus, des fluctuations de vitesse turbulente d'au moins  $500 \text{ km s}^{-1}$  (Lisewski *et al.*, 2000), alors, avec les modèles classiques d'intermittence (log-poisson et log-normal), la probabilité devient quasi nulle. Röpke (2007) a étudié la turbulence durant des explosions à haute résolution de supernovae. Il trouve des fluctuations de vitesse sous-maille (suivie par un modèle k-SGS de Schmidt *et al.* (2006a,b)) qui ne suivent pas une loi log-normale et présentent une queue importante aux grandes vitesses. Il trouve alors que la probabilité d'avoir  $u_l > 1000 \text{ km s}^{-1}$  et  $\rho \sim 1 \times 10^7 \text{ g cm}^{-3}$  dans des cellules regroupées dans des zones d'au moins une masse critique ( $\sim 10 \text{ km}$ ) reste importante. Ce qui signifie qu'une TDD est toujours possible. Dans les études précédentes, l'intensité de la turbulence semble avoir été toujours sous-estimé, où du moins son caractère intermittent.

**Rotation :** Enfin Yoon et Langer (2005) ont étudié le transport du moment cinétique acquis lors de la phase pré-explosion d'accrétion. Ils trouvent que les couches externes sont en rotation différentielle et que, selon certains modèles de transport, même le coeur pourrait ne pas être en rotation solide. Quoiqu'il en soit, même avec la dilatation due à l'explosion, la vitesse de rotation dans les couches externes resterait de l'ordre de  $1000 \text{ km s}^{-1}$ . Ainsi lorsque la déflagration atteint ces couches, le cisaillement pourrait injecter une énergie suffisante dans la turbulence pour déclencher une TDD. Cependant, des études de déflagrations dans une naine blanche en rotation de M.Fink, publiées dans Hillebrandt *et al.* (2013), semblent montrer que la déflagration est canalisée le long de l'axe de rotation et n'atteint pas ces régions de fort cisaillement.

### 4.3 Initiation de détonations par amplification d'ondes sonores

Dans ce contexte, où la transition déflagration-détonation est nécessaire pour deux classes importantes de scénario d'explosion, sans qu'aucun mécanisme n'ait clairement été confirmé, nous nous sommes intéressés à un aspect qui a été très peu étudié dans le cadre des supernovae, alors qu'il joue un rôle important dans d'autres domaines : les ondes acoustiques. Dans le cadre de la TDD terrestre, elles sont produites continuellement par la flamme et jouent un rôle prépondérant dans la transition, notamment à travers la formation de chocs. D'autre part, dans l'étude du chauffage de la chromosphère solaire, il a été proposé dès les années 60 par Osterbrock

(1961) puis par [Ulmschneider \(1990\)](#) et [Kalkofen \(2007\)](#) que les ondes sonores puissent jouer un rôle important. En effet la zone convective du Soleil est source d'ondes acoustique, qui se propagent vers l'extérieur en s'amplifiant dans les gradients de densité jusqu'à former des chocs, qui chauffent la chromosphère. Nous allons montrer dans la suite que ce mécanisme peut s'appliquer à la structure d'une naine blanche et que les chocs ainsi obtenus peuvent être assez puissants, sous certaines conditions, pour déclencher une détonation. Dans un premier temps, nous allons décrire les méthodes numériques qui nous ont permis de modéliser la propagation et l'amplification des ondes sonores dans le milieu dégénéré d'une naine blanche. Ensuite, je présenterai nos résultats analytiques et numériques sur l'amplification des perturbations acoustiques dans un gradient de densité. Finalement, je discuterai des conditions d'ignition d'une détonation et de l'application de ce mécanisme aux supernovae thermonucléaires.

#### 4.3.1 Le code HERACLES

Pour propager correctement des ondes sonores dans un code hydrodynamique standard (volumes finies, différences finies), il faut une diffusion numérique minimale. Par exemple, ASTROLABE n'est pas capable de propager des ondes sonores de longueur d'onde plus petite que 30% du domaine, il les dissipe. Il faut aussi un nombre de points par période suffisant pour échantillonner correctement l'onde. Cela impose une résolution importante, qui n'est possible qu'en 1D. De plus comme on cherche aussi à modéliser la propagation de chocs et leurs effets sur la gaz, il faut utiliser un schéma capable de traiter ces structures. Pour ces raisons, j'ai utilisé HERACLES développé au CEA par Édouard Audit<sup>1</sup> :

- Code eulérien 1D, 2D ou 3D,
- schéma de type Godunov d'ordre 2,
- géométrie plane et sphérique,
- gravité (auto-gravité ou accélération constante).

Ses deux principaux intérêts pour notre études sont sa faible diffusivité comparé à ASTROLABE, qui nous permet de modéliser correctement l'amplification d'ondes sonores et son schéma numérique permettant de capturer la dynamique des chocs sur quelques cellules. Il inclut aussi la gravité, qui est nécessaire pour créer les gradients de densité requis par notre étude, en géométrie 1D planaire ou sphérique.

Cependant l'adaptation aux conditions dégénérés des naines blanches aura nécessité quelques développements de ma part, notamment pour l'équation d'état et le réseau de réactions thermonucléaires.

##### 4.3.1.1 Formulation conservative des équations d'Euler réactives :

Les équations de l'hydrodynamique s'écrivent :

$$\begin{cases} \partial_t \rho + \vec{\nabla}(\rho \vec{u}) = 0 \\ \partial_t \vec{u} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla}(\vec{u}) = \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P \\ \partial_t \epsilon + \vec{u} \cdot \vec{\nabla}(\epsilon) = \frac{1}{\rho} P \vec{\nabla} \cdot \vec{u} \end{cases}$$

1. [http://irfu.cea.fr/Projets/Site\\_heracles/index.html](http://irfu.cea.fr/Projets/Site_heracles/index.html)



Cette forme des équations d'Euler est dite primitive, ce sont les équations d'évolution des variables usuelles : densité, vitesse et énergie. Une autre forme de ces équations, dite forme conservative, permet d'exploiter les conservations de la masse, de l'impulsion et de l'énergie totale  $\tilde{E} = E + \frac{1}{2}\rho u^2$  :

$$\begin{cases} \partial_t \rho + \vec{\nabla}(\rho \vec{u}) = 0, \\ \partial_t \rho \vec{u} + \vec{\nabla}(\rho \vec{u} \otimes \vec{u} + P) = 0, \\ \partial_t \tilde{E} + \vec{\nabla}[(\tilde{E} + P)\vec{u}] = 0, \end{cases}$$

où  $\vec{u} \otimes \vec{u}$  est le produit tensoriel des vecteurs vitesses. Ces équations de conservation sont à compléter par celles décrivant la gravité et la chimie nucléaire. Ces éléments sont traités dans des étapes indépendantes. On peut définir le vecteur des variables conservées  $\vec{U}$  et les vecteurs de flux  $\vec{F}(\vec{U})$ ,  $\vec{G}(\vec{U})$ ,  $\vec{H}(\vec{U})$  dans les directions x, y et z respectivement. Le problème 1D, qui nous concerne ici, se réduit à :

$$\partial_t \vec{U} + \partial_x \vec{F}(\vec{U}) = 0, \quad \text{avec} \quad \vec{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \tilde{E} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{F} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ (\tilde{E} + P)u \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

Rappelons que  $\tilde{E}$  est l'énergie totale, incluant l'énergie cinétique. C'est l'équation d'évolution de cette variable qui est résolue dans un code dit conservatif. Or  $\tilde{E} = E_f + E_{th} + \rho u^2$ , avec souvent  $E_{th} \ll E_f$ . Ainsi, la partie froide de l'énergie est connue avec la précision du schéma numérique, tandis que la partie thermique, qui correspond à la température et qui doit être connue avec précision pour les réactions thermonucléaires, n'est pas suivie explicitement, ce qui mène à des erreurs importantes et inadmissibles sur la température. Ce problème sera discuté dans la section [4.3.1.4](#).

#### 4.3.1.2 Volumes finis et méthode de Godunov

Lorsqu'on veut résoudre ces équations numériquement, l'ordinateur analogique n'existant malheureusement pas, on doit discrétiser le problème. Une méthode, qui s'adapte bien à la formulation conservative, est le schéma des volumes finis. Le milieu est découpé en une grille et les variables numériques sont définies comme la moyenne sur chaque cellule de la variable analogique :

$$u_i^n = \frac{1}{\Delta x} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} u(x, t^n) dx, \quad (4.3)$$

où l'indice i réfère à la discrétisation spatiale et l'indice n représente la discrétisation temporelle, c'est à dire le  $n^{eme}$  pas de temps. Spatialement, la coordonnée  $x_i$  représente le centre des cellules et les coordonnées demi-entières donnent la position des interfaces, espacées de  $\Delta x$  :  $x_{i+1/2} = x_{i-1/2} + \Delta x$ . On veut calculer le vecteur  $u^{n+1}$  des variables à l'instant  $t^{n+1} = t^n + \Delta t$ , à partir des variables  $u^n$ . Pour ce faire, on va intégrer les équations (4.2) sur  $[x_{i-1/2}, x_{i+1/2}] \times [t^n, t^{n+1}]$  :

$$\begin{aligned}
u_i^{n+1} &= u_i^n + \frac{1}{\Delta x} \int_{t^n}^{t^n+\Delta t} F(u(x_{i-1/2}, t)) dt - \frac{1}{\Delta x} \int_{t^n}^{t^n+\Delta t} F(u(x_{i+1/2}, t)) dt \\
&= u_i^n + \frac{\Delta t}{\Delta x} [f_{i-1/2} - f_{i+1/2}],
\end{aligned} \tag{4.4}$$

avec  $f_{i-1/2} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t^n}^{t^n+\Delta t} F(u(x_{i-1/2}, t)) dt$ , la moyenne temporelle du flux  $F(u)$  au niveau de l'interface  $x_{i-1/2}$ . Les états aux interfaces sont donnés par la solution du problème de Riemann, constitué par l'état gauche  $\vec{U}_{i-1}$  et l'état droite  $\vec{U}_i$  à l'interface  $x_{i-1/2}$ . La méthode de Godunov suppose que les  $f_{i-1/2}$ , qui sont les moyennes temporelles des fonctions flux aux interfaces, s'écrivent simplement :

$$f_{i-1/2} = F(u_{i-1/2}^*(0)) \quad \text{et} \quad f_{i+1/2} = F(u_{i+1/2}^*(0)), \tag{4.5}$$

où  $u_{i\pm 1/2}^*(0)$  est la solution du problème de Riemann  $RP(u_{i-1}^n, u_i^n)$  évalué en  $x = 0$ . C'est une méthode d'ordre 1, car les valeurs aux interfaces sont supposées être égales aux valeurs moyennes. HERACLES utilise une meilleure estimation de  $u_{i\pm 1/2}^n$ , obtenue par une extrapolation des variables depuis l'intérieur de la cellule vers l'interface. Cette procédure nécessite la connaissance des variables sur deux cellules pour calculer une pente. Cette méthode donne un ordre spatial de 2. Ensuite, ces valeurs aux interfaces sont avancées d'un demi pas de temps ( $u_{i\pm 1/2}^{n+1/2}$ ), à partir des flux calculés avec les valeurs des cellules ( $F(u_i^n)$ ). Ensuite la solution du problème de Riemann avec ces grandeurs est utilisée pour calculer les flux et les variables au temps  $t^{n+1}$ . Ce schéma est d'ordre 2 en espace et en temps.

#### 4.3.1.3 Problème de Riemann

Un problème de Riemann correspond à une discontinuité initiale entre deux états homogènes à droite  $\vec{U}_R$  et à gauche  $\vec{U}_L$  :

$$\vec{U}(x, 0) = \begin{cases} \vec{U}_L & x < 0 \\ \vec{U}_R & x > 0 \end{cases}.$$

Ce problème dans toute sa généralité n'a pas de solution. Cependant sur des temps courts, on peut linéariser le système, en revenant aux variables primitives :  $\vec{W} = (\rho, u, P)$ . Le système linéarisé des équations d'évolution pour ces variables, s'écrit :

$$\partial_t W + A(W) \partial_x W = 0, \quad \text{avec} \quad A(W) = \begin{bmatrix} u & \rho & 0 \\ 0 & u & \frac{1}{\rho} \\ 0 & \rho c^2 & u \end{bmatrix}. \tag{4.6}$$

Les valeurs et vecteurs propres de ce système sont respectivement :



$$\begin{cases} \lambda_1 = u - c, \\ \lambda_2 = u, \\ \lambda_3 = u + c. \end{cases} \quad \text{avec} \quad \vec{K}_1 = \alpha_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -c/\rho \\ c^2 \end{pmatrix}, \vec{K}_2 = \alpha_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{K}_3 = \alpha_3 \begin{pmatrix} 1 \\ c/\rho \\ c^2 \end{pmatrix}. \quad (4.7)$$

**Problème linéaire :** Le problème linéaire consiste à résoudre l'équation (4.6), dont les coefficients sont constants. Ainsi les valeurs et vecteurs propres sont aussi constants. On peut alors diagonaliser le problème. Notons  $K = [\vec{K}_1, \vec{K}_2, \vec{K}_3]$  la matrice des vecteurs propres. Alors les variables définies par les composantes du vecteur  $Y = K^{-1}W$  vérifient le système d'équations découplées suivant :

$$\partial_t y_i + \lambda_i \partial_x y_i = 0.$$

Les  $y_i$  sont appelées variables caractéristiques. On obtient leur expression en résolvant les équations différentielles du premier ordre suivantes :

$$y_i(x, t) = y_i^0(x - \lambda_i t).$$

Pour revenir aux variables primitives, on multiplie les variables caractéristiques par la matrice  $K$ ,  $W = KY$  :

$$W_i(x, t) = \sum_{i=1}^3 y_i^0(x - \lambda_i t) \vec{K}_i.$$

Ainsi la solution  $W(x, t)$  est la superposition des trois ondes de motif  $y_i^0(x) \vec{K}_i$ , qui se propagent indépendamment à la vitesse  $\lambda_i$ . On en déduit facilement la solution du problème de Riemann linéaire. En effet les fonction  $y_i^0(x)$  sont des fonctions marches en  $x=0$  et présentent des sauts pour certaines variables. Notamment le vecteur  $K_2 = [1, 0, 0]$ , permet de montrer qu'il n'y a pas de saut en pression et en vitesse pour l'onde centrale.

**Résolution du problème non-linéaire :** La solution de ce problème consiste en 4 états constants séparés par trois ondes élémentaires parmi : onde de raréfaction, choc ou discontinuité de contact. L'onde centrale est toujours une discontinuité de contact séparant les deux états inconnus  $W_L^*$  et  $W_R^*$ . La structure générale de la solution est représentée sur la figure 4.8. Contrairement au problème linéaire, ces ondes se propagent à des vitesses différentes de celles données par les valeurs propres, puisque celles-ci sont différentes pour chaque état. Ainsi lorsque,  $u_L + c_L < u_L^* + c_L^*$ , l'onde séparant les deux états  $W_L$  et  $W_L^*$  est une onde de raréfaction. Dans le cas opposé, si  $u_L + c_L > u_L^* + c_L^*$ , ces deux états sont séparés par un choc. Ces différents cas sont représentés sur la figure 4.9. Comme  $P_L^* = P_R^* = P^*$  et  $u_L^* = u_R^* = u^*$ , d'après l'analyse linéaire, il ne reste plus qu'à déterminer  $P^*$ ,  $u^*$ ,  $\rho_L^*$ ,  $\rho_R^*$  et les vitesses des ondes  $D_L$  et  $D_R$ . Un choc est caractérisé par les relations de saut de Hugoniot, qui énoncent, à travers trois équations, la conservation des flux de masse, moment et énergie au passage d'une interface. Pour l'onde de raréfaction, le calcul rigoureux est plus complexe, car il devrait faire intervenir les quantités conservées le long des caractéristiques. Quoiqu'il en soit, ces conservations donnent

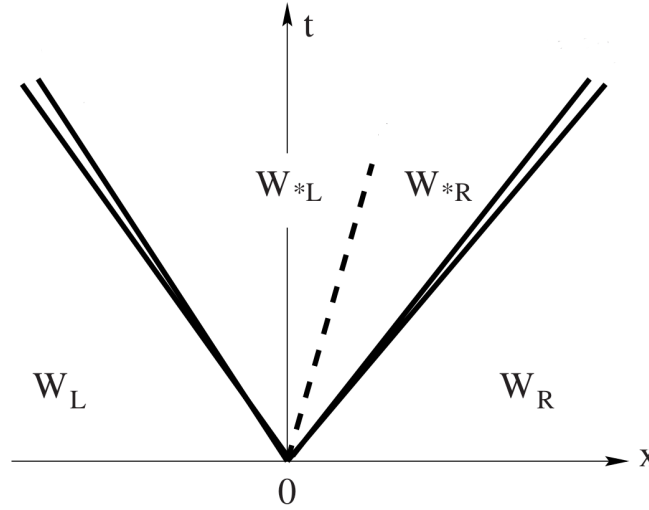


FIGURE 4.8 – Structure générale de la solution au problème de Riemann  $RP(W_L, W_R)$ . Elle est composée de 4 états constants séparés par 3 ondes. Les deux états non perturbés  $W_L$  et  $W_R$  encadrent les états  $W^*_L$  et  $W^*_R$  qui sont séparés par une onde de raréfaction, représentée par les tirets. Les doubles lignes continues représentent une ondes, qui peut être soit un choc soit une onde de raréfaction.

aussi trois équations qui ferment le système. Notons que la discontinuité de contact centrale ne donne aucune relation. Pour une équation d'état polytropique de nombreux solveurs exacts ou approchés existent. Ils calculent efficacement les variables de l'état  $W^*$  et les vitesses d'ondes, si nécessaire.

En revanche, dans le cas d'une équation d'état quelconque, ils sont plus rares et plus complexes. Celui décrit dans [Colella et Glaz \(1985\)](#) et implémenté dans le code FLASH ([Fryxell et al. \(2000\)](#)) est très efficace pour les variables hydrodynamiques (pression, énergie et vitesse), mais il pose des problèmes pour résoudre la partie thermique du gaz dégénéré. Dans ce paragraphe, nous expliquerons la méthode utilisée pour le solveur de Riemann, puis dans le paragraphe suivant nous verrons comment traiter la température dans les cas problématiques.

Cette méthode est fondée sur une paramétrisation locale de l'équation d'état, à travers le

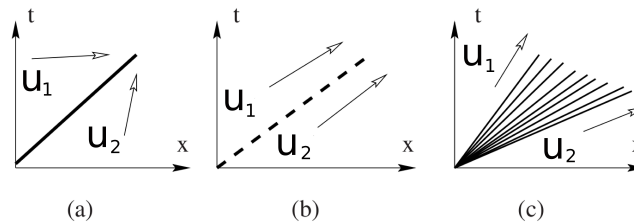


FIGURE 4.9 – Ondes élémentaires solutions du problème de Riemann général. (a) Onde de choc, (b) discontinuité de contact et (c) onde de raréfaction.  $u_1$  et  $u_2$  sont les vitesses du fluide à gauche et à droite de l'onde.

coefficient  $\gamma = 1 + P/E$ . Les relations de Hugoniot pour un choc permettent d'écrire trois équations caractérisant l'état central :

$$\begin{cases} [u] = \pm \frac{[P]}{D}, \\ \frac{[P]}{D^2} = -[v], \\ [\epsilon] = -\bar{P}[v], \end{cases} \quad (4.8)$$

où  $D$  est la vitesse lagrangienne de l'onde ou le flux de masse traversant le front ( $D > 0$ , le signe traduisant la direction de propagation : + à droite et - à gauche),  $\epsilon$  l'énergie spécifique,  $v$  le volume spécifique et  $[.]$  représente la différence de la quantité entre l'état gauche et l'état droit. Pour des ondes de raréfaction, il n'y a pas de telles relations. De plus, ces ondes se propagent à la vitesse locale du son, qui est différente entre le bord amont et le bord aval de l'onde. Une onde de raréfaction va s'agrandir avec le temps. Cependant, même si les relations de Hugoniot ne sont strictement valables que pour le choc, on fait l'approximation que ces relations s'appliquent aussi à l'onde de raréfaction. Cela simplifie le problème en permettant un traitement équivalent des deux ondes, sans avoir à déterminer leur nature respective. De cette façon on peut écrire indifféremment pour l'onde se déplaçant vers la droite (R) et celle se déplaçant vers la gauche (L) :

$$\begin{cases} P^* - P_L + D_L(u^* - u_L) = 0, \\ P^* - P_R + D_R(u^* - u_R) = 0, \end{cases} \quad (4.9)$$

Dans la suite on écrira  $W_S$  avec  $S = L$  ou  $R$ . Des relations de Hugoniot (eq. 4.8), on peut tirer une expression pour la vitesse lagrangienne :

$$D_S = \rho_S C_S \left[ 1 + \frac{\gamma + 1}{2\gamma} \left( \frac{P^* - P_S}{P_S} \right) \right]^{1/2}, \quad (4.10)$$

avec  $C_S^2 = \gamma_S P_S / \rho_S$ . Comme les pressions et vitesses de l'état intérieur sont égales ( $P_L^* = P_R^* = P^*$  et  $u_L = u_R^* = u^*$ ), on peut éliminer  $u^*$  de l'équation (4.9) et calculer  $P^*$  puis  $u^*$ . Grâce aux vitesses d'ondes,  $D_L$  et  $D_R$ , on peut déterminer le saut de densité à travers un choc ou une raréfaction (approximativement dans ce cas) avec les équations de conservation :

$$\rho^* = \left( \rho_S^{-1} - \frac{P^* - P_S}{D_S^2} \right)^{-1} \quad (4.11)$$

Enfin, connaissant toutes ces grandeurs, il ne reste plus qu'à déterminer où se trouve l'interface. Pour cela, on regarde le signe de  $u^*$  : c'est l'état gauche ( $W_L$  ou  $W_L^*$ ) si  $u^* > 0$  et l'état droit ( $W_R$  ou  $W_R^*$ ) sinon. Puis, pour choisir entre  $W$  et  $W^*$ , on compare les vitesses des ondes :  $D_S / \rho_S$  pour un choc,  $C_S$  pour le bord externe de la raréfaction et  $C_S^*$  pour le bord interne. Supposons que  $u^* > 0$ , alors l'interface est dans un des états gauche. Il y a ensuite deux cas. Si  $P^* > P_L$ , alors l'onde est un choc, car selon l'équation (4.9),  $u^* < u_L$ , comme sur le schéma 4.9(a). Sa vitesse de propagation par rapport au flot est unique et vaut :  $D_L / \rho_L$ . Donc, dans le repère du laboratoire, le choc se propage dans le milieu non perturbé à la vitesse :

$$\lambda^* = \frac{D_L}{\rho_L} - u_L \quad (4.12)$$

Ce qui signifie que si  $\lambda^* < 0$ , le choc est poussé de l'autre côté de l'interface et c'est le milieu non perturbé  $W_L$  qui s'y trouve. Dans le cas  $\lambda^* > 0$ , c'est l'état  $W_L^*$ . Dans le cas d'une raréfaction, il faut considérer deux vitesses, la vitesse de propagation du front externe dans le milieu non perturbé :  $\lambda_L = C_L - u_L$  et la vitesse de propagation de la queue de la raréfaction :  $\lambda^* = C_L^* - u^*$ . Il y a trois cas possibles. Si  $\lambda_L < 0$ , la raréfaction est advectée par le flot et l'interface se trouve dans l'état  $W_L$ , si  $\lambda^* > 0$ , la raréfaction est plus rapide que le flot et c'est l'état  $W_L^*$  qui est sur l'interface, le troisième cas correspond à  $\lambda_L > 0$  et  $\lambda^* < 0$ , où l'interface est à l'intérieur de la raréfaction. On calcul cet état,  $W_r$ , par interpolation linéaire entre les deux états autour de la raréfaction :  $W_L^*$  et  $W_L$ . De la même façon si  $u^* < 0$  on remplace  $W_L$  par  $W_R$  et  $u_L$  par  $-u_R$ . On peut résumer de la façon suivante :

$$W_{i+1/2} = \begin{cases} W^* & \text{si } \lambda^* > 0 \\ W_S & \text{si } \lambda_S < 0 \\ W_r & \text{sinon.} \end{cases}$$

Il ne reste donc plus que le calcul de  $P^*$ . Pour un gaz polytropique,  $\gamma$  est constant et on a une relation directe entre les vitesse d'onde et  $P^*$  à travers l'équation (4.10), ce qui permet de résoudre directement le système (4.9). Mais pour notre équation d'état,  $\gamma$  est variable et il faut paramétrer cette grandeur (Colella et Glaz, 1985) :

$$\gamma_S^* = \gamma_S + 2\left(1 - \frac{\hat{\gamma}}{\hat{\Gamma}}\right)(\hat{\gamma} - 1) \frac{P^* - P_S}{P^* + P_S} \quad (4.13)$$

De cette paramétrisation de  $\gamma$ , on tire une expression approximative des vitesse d'ondes :

$$D_S^2 = \rho_S(P^* - P_S)(\gamma_S - 1) \frac{P^* + (\gamma_S^* - 1)(P^* + P_S)/2}{(\gamma_S - 1)P^* - (\gamma_S^* - 1)P_S}. \quad (4.14)$$

Enfin on peut exprimer les vitesses  $u_L^*$  et  $u_R^*$  :

$$u_S^* = u_S \pm \frac{P^* - P_S}{D_S}, \quad (4.15)$$

ce qui permet de clore le système (4.9). On le résout ensuite de manière itérative par la méthode de la sécante. Cette méthode nécessite deux estimations initiales, contrairement à une méthode de Newton-Raphson, mais elle a l'avantage de ne pas nécessiter la connaissance des dérivés, puisqu'elle utilise la pente de la corde entre deux estimations successives. Pour la première estimation, on suppose que les ondes se propagent à la vitesse du son :  $D_S^{(1)} = C_S \rho_S$ , ensuite on utilise le système (4.9), dans lequel on se débarrasse de  $u^*$ , pour obtenir une expression de  $P^*$  :

$$P^{*(1)} = \frac{D_R^{(1)} P_L + D_L^{(1)} P_R + D_R^{(1)} D_L^{(1)} (u_l - u_r)}{D_R^{(1)} + D_L^{(1)}}.$$

On utilise ensuite l'équation (4.15) pour obtenir la première estimation  $u_S^{*(1)}$ . Finalement on

utilise ces estimations dans les équations (4.14) et (4.13) pour obtenir la deuxième estimation des vitesses d'ondes,  $D_S^{(2)}$ . Puis on réitère le processus ci-dessus pour obtenir  $P^{*(2)}$  et  $u_S^{*(2)}$ . Enfin si les estimations n'ont pas convergé, c'est à dire si  $u_S^{*(2)} \neq u_S^{*(1)}$ , alors on applique la méthode la sécante jusqu'à que  $|P^{*(n+1)} - P^{*(n)}| < 10^{-7}$ .

**Vérification du solveur :** Pour vérifier notre implémentation et que les approximations faites lors de la résolution du problème de Riemann sont raisonnables, on va comparer ce que donne le solveur à des résultats exacts. Lors d'un choc 1D, les lois de conservations permettent de connaître toutes les grandeurs à partir d'un seul paramètre, par exemple la vitesse du choc. Pour créer un choc, on envoie un fluide contre un mur à vitesse constante. Un choc va se développer contre le mur et remonter le flot. La vitesse du choc est relié à la vitesse du gaz incident par :

$$u^* = \frac{\rho^* - \rho_0}{\rho^*} D \quad (4.16)$$

On peut ainsi de manière équivalente se donner la vitesse du fluide incident et comparer la température du milieu choqué donnée par HERACLES et prédite par les relations de Hugoniot. Pour que le test soit le plus significatif possible, on se place dans le cas d'un gaz d'électrons fortement dégénérés. On enlève ainsi les parties radiatives et ioniques qui dépendent directement de la température et augmentent la dépendance à la température. Le gaz est initialement à une densité de  $10^8 \text{ g cm}^{-3}$  et à une température de  $10^7 \text{ K}$ , soit un paramètre de dégénérescence  $\eta = 1700$  ou encore un rapport  $E_{th}/E_f$  de  $2 \times 10^{-6}$ . On projette ensuite ce gaz contre un mur à des vitesses de plus en plus élevées pour sonder différents degrés de dégénérescence. La figure 4.10 montre les comparaisons, pour la température  $T^*$  et la densité  $\rho^*$  choquées, entre les valeurs prédites et simulés, pour des vitesses de fluide incident allant de 500 à 5000  $\text{km s}^{-1}$ . Cette figure démontre que le solveur choisi reproduit bien les conditions correctes de densité et température dans le cas de chocs ( $C_s \sim 5000 \text{ km s}^{-1}$  et  $M \lesssim 2$ ).

#### 4.3.1.4 Traitement de la température et de la chimie thermonucléaire :

En revanche, pour les parties du flots sans chocs, de petites erreurs sur la température s'accumulent et introduisent une dérive néfaste aux temps long. Dans ces zones, j'ai fait le choix d'utiliser l'équation d'évolution de la partie thermique de l'énergie, qui s'écrit :

$$\frac{\partial E_{th}}{\partial t} + \nabla(\vec{u} E_{th}) = -P_{th} \nabla \vec{u} \quad (4.17)$$

Cette équation permet de suivre précisément la température en l'absence de choc. En revanche quand un choc est présent, comme cette formulation n'est pas conservative, la température au passage du choc n'est pas correcte. En effet, l'équation (4.17) est isentropique et ne peut pas correctement reproduire la dissipation dans un choc. Finalement, on utilise l'énergie thermique déduite du solveur de Riemann lorsqu'un choc est présent et sinon on utilise l'équation (4.17). On utilise aussi cette équation pour faire l'estimation intermédiaire à  $t + 0,5dt$ .

Ce traitement spécial de l'énergie thermique garantit que son évolution sera assez précise. Cependant, connaissant  $E_{th}$ , pour obtenir la température il faut inverser l'équation :

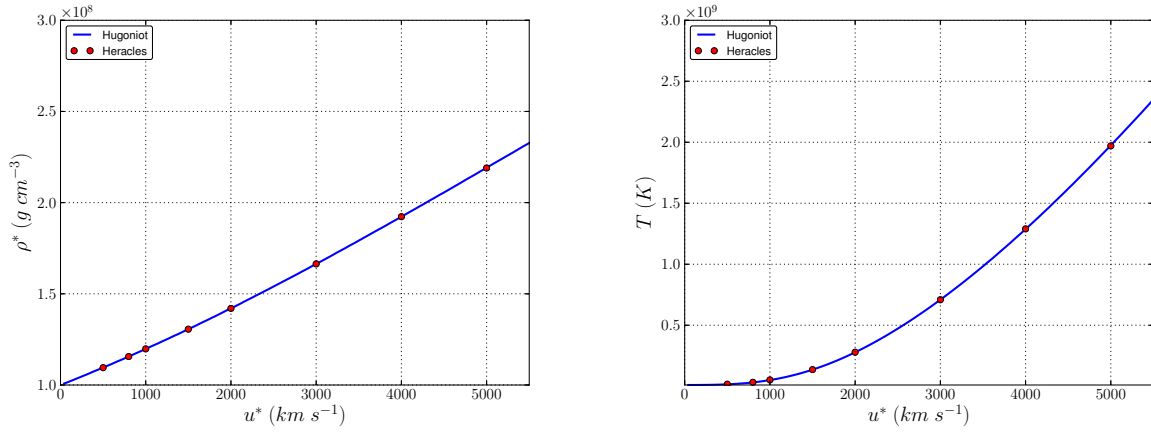


FIGURE 4.10 – **A gauche** : Densité du milieu choqué,  $\rho^*$ , en fonction de la vitesse du fluide incident  $u^*$ , pour un gaz d'électrons très dégénérés ( $\eta_i = 1700$ ). EN rouge les valeurs simulées par HERACLES, comparé aux prédictions semi-analytiques de l'équation de Hugoniot (en bleu). Cette figure montre que le solveur de Riemann implémenté permet de traiter correctement les chocs pour l'équation d'état dégénérée. **A droite** : Même chose pour la température du milieu choqué,  $T^*$ . Cette figure montre, que ce solveur traite correctement la partie thermique même pour des rapports  $E_{th}/E$  très faibles.

$$E_{th}^{e^-}(n_e, T) + \frac{3}{2} \frac{n_e}{\bar{Z}} kT + aT^4 = E_{th}, \quad (4.18)$$

où  $\bar{Z}$  est défini par :

$$\bar{Z} = \frac{n_e}{n_i} = \bar{A} \sum_i \frac{Z_i X_i}{A_i}, \quad \text{avec} \quad \bar{A} = \left( \sum_i \frac{X_i}{A_i} \right)^{-1}. \quad (4.19)$$

Or cette inversion est beaucoup trop lourde, pour l'effectuer à chaque appel de l'équation d'état par le code. J'ai donc choisi de construire une table d'inversion :  $T(E_{th}, n_e, \bar{Z})$ . Cependant les tables de l'EoS électronique en fonction de  $n_e$  et  $T$  sont déjà volumineuses pour pouvoir couvrir le large espace de conditions thermodynamiques rencontrés dans nos simulations. Il est donc impossible de prendre beaucoup de points pour  $\bar{Z}$ . Heureusement, ce paramètre varie peu : il vaut 2 pour de l'hélium, 48/7 pour un mélange C+O et 28 pour du nickel. De plus si on tabule en  $1/\bar{Z}$ , on doit tabuler de 0,146 à 0,0357 pour le CO et le Ni respectivement. Ainsi, en prenant 10 points de tabulation, on arrive à  $\delta \frac{1}{\bar{Z}} \sim 0,01$  et la précision est suffisante. Notons, que le choix des paramètres de tabulation :  $E_{th}$ ,  $n_e$  et  $\bar{Z}$ , permet de tirer avantage du fait que l'énergie **volumiques** des électrons dépende directement de  $n_e$ . Ainsi on peut se passer d'un quatrième paramètre, tel que  $\bar{A}$ .

L'implémentation des réactions nucléaires dans le code HERACLES, utilise une étape de combustion découplée avec plusieurs pas de temps nucléaires locaux. La combustion est calculée avec un réseau isochore décrit dans la partie 3.1. Les pas de temps nucléaires sont implicites

et contrôlés par les variations des fractions de masse. On effectue le nombre de pas de temps nucléaire nécessaire pour compléter un pas de temps hydrodynamique. Celui ci est défini par le minimum des conditions CFL et de la variation d'énergie thermique, que l'on souhaite limiter à quelques pour-cents. Limiter ainsi le pas de temps hydrodynamique par la libération d'énergie thermonucléaire, permet de reproduire correctement le couplage réactions-hydrodynamique. De cette façon, HERACLES est capable de reproduire les détonations à haute résolution calculées avec ASTROLABE. Mais à cause de la résolution beaucoup plus faible, on passe en quelques cellules de l'état initial à l'état final, où la combustion est terminée. Mais même sans résoudre la zone de combustion, l'état final est le bon, grâce au solveur conservatif qui reproduit bien les conditions post-choc et grâce au réseau thermonucléaire qui en faisant de nombreux pas de temps nucléaires permet de modéliser correctement la combustion derrière le choc.

### 4.3.2 Évolution des perturbations de pression

La propagation correcte d'ondes acoustiques dans un code hydrodynamique n'étant pas garantie, nous allons nous attacher maintenant à construire des prédictions semi-analytiques sur la propagation et l'amplification des ondes sonores. Ces prédictions rigoureuses permettront ensuite de valider la modélisation numérique avec HERACLES.

#### 4.3.2.1 Ondes sonores

Considérons tout d'abord un milieu homogène au repos de densité  $\rho_0$  et pression  $P_0$ . Soit maintenant une petite perturbation de cet équilibre due, par exemple, à la libération d'énergie nucléaire dans la flamme turbulente. On notera  $v$ ,  $\rho'$  et  $P'$  les perturbations, respectivement de vitesse, densité et pression. Elles vérifient :

$$\partial_t(\rho_0 + \rho') + \partial_x((\rho_0 + \rho')v) = 0 \quad (4.20)$$

$$(\rho_0 + \rho')\partial_t v + (\rho_0 + \rho')v\partial_x v = -\partial_x(P_0 + P'). \quad (4.21)$$

Les valeurs au repos vérifient :  $\partial_t \rho_0 = \partial_x \rho_0 = \partial_x P_0 = 0$ . D'autre part, en négligeant les termes d'ordres deux, tels que  $v\partial_x v$  ou  $\partial_x(\rho'v)$ , il reste :

$$\partial_t \rho' + \rho_0 \partial_x v = 0 \quad (4.22)$$

$$\rho_0 \partial_t v + \partial_x P' = 0 \quad (4.23)$$

Tant que l'amplitude de ces perturbation reste faible, l'onde est adiabatique et  $P' = \left. \frac{\partial P}{\partial \rho} \right|_S \rho'$ . En remplaçant  $P'$  dans l'équation précédente, puis en dérivant la première selon  $x$ , la seconde selon  $t$  et en en faisant la différence, on obtient l'équation d'onde suivante :

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - C_s^2 \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x^2} = 0, \quad (4.24)$$

où  $C_s$  est la vitesse de l'onde sonore est vaut :

$$C_s = \sqrt{\left. \frac{\partial P}{\partial \rho} \right|_S} \quad (4.25)$$

On sait qu'une équation d'onde admet pour solution générale  $\rho'(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct)$ , avec  $f$  et  $g$  des fonctions quelconques. Cette solution est la superposition de deux profils  $f$  et  $g$  se propageant dans le sens des  $x$  positifs et négatifs respectivement. Supposons  $\rho' = f(x - ct)$ , alors de l'équation (4.23), on déduit :  $-cf'(x - ct) + \rho_0 \partial_x v = 0$ , et donc que :

$$v = C_s \frac{\rho'}{\rho_0}. \quad (4.26)$$

Cela implique que vitesse, densité et pression oscillent en phase : le maximum de compression correspond au maximum de vitesse et de pression.

#### 4.3.2.2 Dégénérescence des ondes sonores et formation de chocs

Précédemment, pour dériver l'équation d'ondes (4.24), on a supposé la vitesse du son constante. C'est le cas uniquement dans la limite où la perturbation est infiniment petite. Dans le cas général, chaque point de la perturbation aura une vitesse de propagation dépendant de sa densité. Soit une onde de pression de profils de densité  $\rho(t)$  et de vitesse  $v(t)$ . À l'ordre 0, qui correspond au cas d'une onde sonore d'amplitude faible, la vitesse de propagation d'un point du profil est  $c = C_s(\rho_0)$ . Lorsqu'on tient compte du fait que la vitesse du son dépend de la densité  $\rho = \rho_0 + \rho'$ , la vitesse de propagation d'un point du profil de densité  $\rho$  s'écrit :

$$c(\rho) = C_s(\rho_0) + \rho' \frac{dC_s}{d\rho}(\rho_0). \quad (4.27)$$

Comme on a  $\rho' = \rho_0 v / C_{s,0}$  (équation 4.26) et  $\frac{dC_s}{d\rho}$  étant une constante ne dépendant que de l'équation d'état, on a :

$$c(\rho) = C_{s,0} + \alpha v, \quad (4.28)$$

avec  $\alpha = \frac{\rho_0}{C_{s,0}} \frac{dC_s}{d\rho}$ . Pour un gaz polytropique, on a  $\alpha = \frac{1}{2}(\gamma + 1)$  (Landau et Lifshitz (1959) p 385). Ainsi dans le référentiel de l'onde, le point d'amplitude  $v$  se déplace à la vitesse  $\alpha v$ . D'autre part, les zones de compression avançant plus vite que les zones de décompression, le profil se déforme jusqu'à ce qu'une discontinuité se forme. La figure 4.11 représente ce processus de formation d'onde de choc, pour une onde sonore initialement sinusoïdale. Soit  $\lambda$  la longueur d'onde du signal et  $v_0$  son amplitude. Un choc se forme quand les crêtes de vitesse relative  $+v_0$  rejoignent les creux de vitesse relative  $-v_0$ . Creux et crêtes sont séparés de  $\lambda/2$  et leur vitesse relative est de  $2\alpha v_0$ , ainsi le choc se forme à :  $t_{choc} = \lambda/4\alpha v_0$  après une distance de formation de choc :  $d_{choc} = \lambda C_s/4\alpha v_0$ . À ce moment, l'onde initialement sinusoïdale s'est transformée en une succession de chocs en dent de scie, séparés de  $\lambda$ .

Pour une onde acoustique, la surpression est très petite devant la pression du milieu. Il en sera de même pour le choc formé. Soit  $\eta$  la force du choc, définie par  $\eta = (\rho_+ - \rho_-)/\rho_-$  avec  $\rho_+$  et  $\rho_-$  les densités post- et pre-choc. Alors le choc formé à partir d'une onde acoustique vérifiera



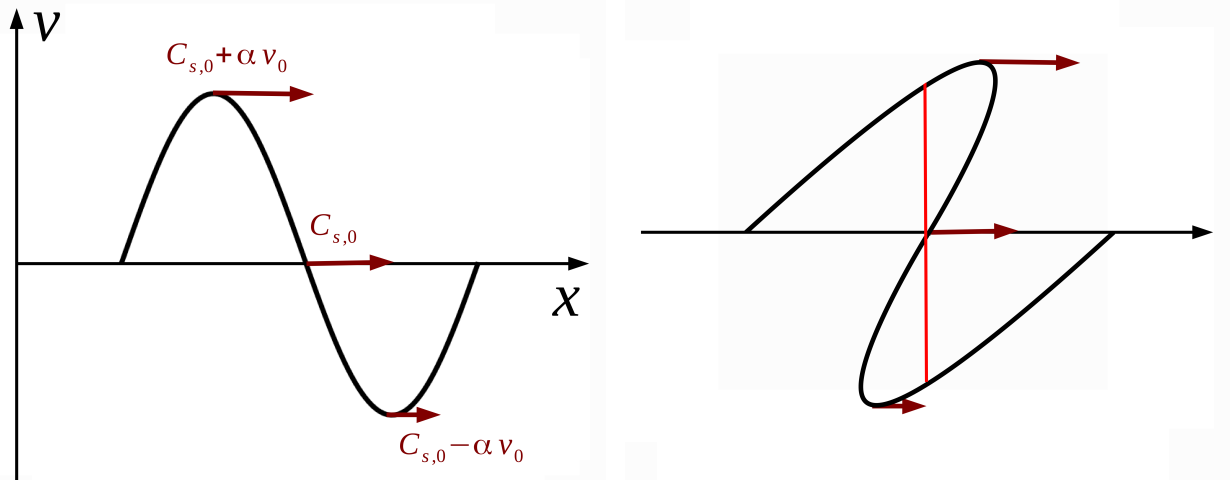


FIGURE 4.11 – **A gauche** : Onde sonore initiale, dont le profil de vitesse est une sinusoïde d’amplitude  $v_0$ . Alors le point de vitesse  $v_0$  se propage à la vitesse  $c = C_{s,0} + \alpha v_0$  alors que celui de vitesse  $-v_0$  se propage avec un déficit de  $-\alpha v_0$ . La vitesse relative d’une crête par rapport à un creux est donc de  $2\alpha v_0$ . **A droite** : Cette différence de vitesse de propagation entre les points du profil entraîne une déformation, qui mène à la formation d’un choc, lorsque le point de crête dépasse le point central à  $v = 0$ . A cet instant un choc se forme, représenté par la ligne verticale rouge.

$\eta \ll 1$ , on dit que c’est un choc faible. Dans ce cas, les relations de Hugoniot se réduisent à :

$$\begin{aligned} \Delta u &= C_s \eta \\ \Delta P &= \rho C_s^2 \eta \end{aligned} \quad (4.29)$$

et le nombre de Mach du choc est de 1, c’est à dire qu’il se propage à la vitesse du son.

#### 4.3.2.3 Dissipation d’une onde de choc

Considérons maintenant un tel signal d’amplitude initiale  $v_0$  et de longueur d’onde  $\lambda$ . Ce signal va conserver la même forme et surtout les mêmes période et longueur d’onde, mais nous allons montrer que son amplitude va décroître du fait de la dissipation d’énergie cinétique au passage du choc. Cherchons l’expression de  $v_t$ , l’amplitude du signal à un instant  $t$ . Pour cela, on suivra le raisonnement de [Landau et Lifshitz \(1959\)](#). La figure 4.12 permettra d’en visualiser les différentes étapes. Notons  $X$  le point du profil initial dont la vitesse est  $v_t$ . Ce point  $X$  parcourt, dans le référentiel du choc et pendant la durée  $t$ , une distance  $\alpha v_t t$ . En effet, le choc se propage à la vitesse du son et ce point du profil à la vitesse donnée par l’équation (4.28). À l’instant  $t$ , quand l’amplitude du choc est  $v_t$ , ce point se trouve au niveau du front de choc. D’autre part, l’abscisse de ce point à l’instant  $t = 0$  est  $v_t \lambda / 2v_0$ . Donc la condition de période constante s’écrit :  $v_t \lambda / 2v_0 + \alpha v_t t = \lambda / 2$ . On en déduit l’amplitude  $v_t$  en fonction du temps :

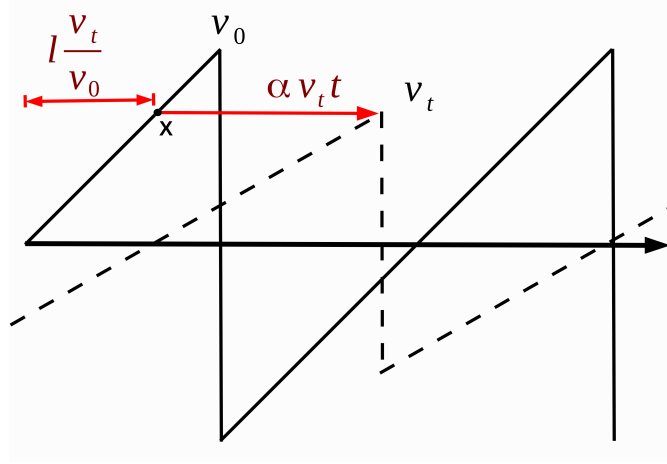


FIGURE 4.12 – Train d'ondes en dent de scie, représenté en trait plein à l'instant  $t = 0$  et en tirets à l'instant  $t > 0$ . Initialement d'amplitude  $v_0$ , après propagation durant un temps  $t$  son amplitude est  $v_t$ . En revanche la période et la longueur d'onde sont constantes. Pour calculer cette amplitude et en déduire la dissipation dans le choc, on utilise le fait que le point d'amplitude  $v_t$  du profil initial, noté  $X$ , se propage à la vitesse  $c = C_{s,0} + \alpha v_t$  et se trouve au niveau du choc à l'instant  $t$ . D'autre part, on voit géométriquement que son abscisse initiale est  $x = v_t \lambda / 2v_0$ . Comme la longueur d'onde reste constante, on en déduit l'expression de  $v_t$  (équation 4.30). On notera que par souci de simplification, la vitesse affichée est celle dans le référentiel de l'onde, alors que la représentation des profils est faite dans le référentiel de l'observateur.

$$v_t = \frac{v_0}{1 + 2\alpha v_0 t / \lambda}. \quad (4.30)$$

Pour estimer la dissipation, qui est l'énergie cinétique perdue par l'onde par seconde, calculons l'énergie (par unité de surface de l'onde) contenue à l'instant  $t$  dans une longueur d'onde :

$$E_t = \rho_0 \int_0^\lambda v^2 = \frac{1}{3} \rho_0 v_t^2 \lambda. \quad (4.31)$$

Cette onde se propageant globalement à la vitesse du son, le flux transporté par le train d'ondes devient :

$$F_t = E_t C_s / \lambda = \frac{1}{3} \rho_0 v_t^2 C_s. \quad (4.32)$$

La dissipation d'une telle onde est simplement la variation temporelle du flux :

$$D = \frac{dF_t}{dt} = \frac{2}{3} \rho_0 C_s 2v_t \frac{dv_t}{dt} = \frac{2}{3} \rho_0 C_s 2v_t \left( -\frac{\alpha}{\lambda/2} v_t^2 \right).$$

Cette expression est valable pour des chocs faibles,  $\eta \lesssim 1$ . En effet le profil du choc doit être en dent de scie, comme sur la figure 4.12. Or c'est le cas pour des chocs faibles (Ulmschneider, 1970). D'autre part, pour des chocs faibles, on peut utiliser les relations de Hugoniot (eqs. 4.29)

pour exprimer cette dissipation en fonction du seul paramètre de force du choc,  $\eta$ . Ainsi, en utilisant l'expression de  $v_t$  donnée par l'équation (4.30), on obtient le taux de dissipation :

$$\frac{dF_t}{dt} = -F_t(\gamma + 1)\eta\nu,$$

où  $\nu = 1/T$  est la fréquence. Notons que la dissipation par seconde est plus forte pour des ondes de grande fréquence, car il y a plus de chocs par seconde. Elle augmente aussi avec la force du choc. Ici la variable  $t = x/C_s$  est propre à chaque signal du train d'onde et correspond au temps depuis l'initiation de l'onde. On peut aussi exprimer la dissipation en fonction de la variable spatiale  $x = C_s t$  :

$$\frac{dF}{dr} = \frac{dt}{dr} \frac{dF_t}{dt} = -\frac{(\gamma + 1)\eta\nu}{C_s} F_t \quad (4.33)$$

Quelle que soit son amplitude, une onde sonore finira toujours par former un choc. Ensuite, elle dissipe son énergie selon (4.33), jusqu'à se dissiper complètement.

### 4.3.3 Perturbations de pression dans un gradient de densité

#### 4.3.3.1 Expression semi-analytique

Considérons maintenant un milieu stratifié par la gravité, où  $\rho(h)$  diminue avec la hauteur  $h$ , variant entre 0 et  $H$ , la hauteur totale du domaine. Le flux de Poynting d'une onde sonore d'amplitude de vitesse  $v$  est  $F = \frac{1}{2}\rho v^2 C_s$ . Cette quantité correspond à l'énergie transportée par cette onde. Dans le régime acoustique, où il n'y a pas de dissipation, ce flux est conservé. Ainsi si une perturbation d'amplitude  $v_0$  est générée à la hauteur  $h = 0$ ,  $v(h)$  sera amplifiée, pour compenser la diminution de  $\rho$  et  $C_s$ , selon :

$$v(h) = v_0 \sqrt{\frac{\rho_0 C_{s,0}}{\rho(h) C_s(h)}}. \quad (4.34)$$

Ainsi, en se propageant verticalement, une onde va ralentir, car  $C_s$  diminue. Son amplitude va augmenter pour conserver le flux. Cette amplification continue tant qu'il n'y a pas de dissipation, c'est à dire tant qu'aucun choc ne s'est formé. Comme dans le paragraphe précédent, on peut estimer la hauteur de formation d'un choc, par le moment où crêtes et creux se rejoignent. La différence ici est que la vitesse des crêtes et creux varie avec la hauteur, ainsi  $t_{choc}$  vérifie :

$$\int_0^{t_{choc}} v(h(t)) dt = \frac{\lambda}{4\alpha}$$

D'autre part, la longueur d'onde n'est pas constante non plus mais varie avec la vitesse du son :  $\lambda = C_s(h)T_0$ , avec  $T_0$  la période de l'onde qui, elle, se conserve. Enfin, l'onde se propageant à la vitesse du son,  $C_s$ , on a  $dh = C_s dt$ . On en déduit que la hauteur de formation de choc,  $H_{sh}$ , vérifie :

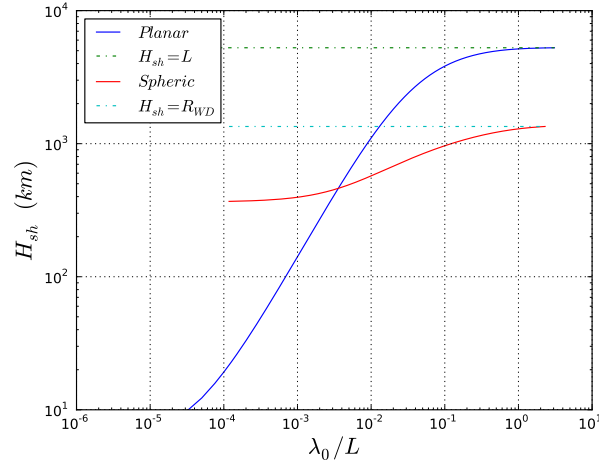


FIGURE 4.13 – Hauteur de formation des chocs pour une perturbation d'amplitude initiale  $v_0 = 100 \text{ km s}^{-1}$ , en géométrie plane et sphérique, en fonction de la longueur d'onde initiale (normalisée par la hauteur du gradient ( $H = 5000 \text{ km}$ ) dans le cas plan ou le rayon de la naine blanche ( $R = 1400 \text{ km}$ ) dans le cas sphérique).

$$\frac{1}{C_s(H_{sh})} \int_0^{H_{sh}} v_0 \sqrt{\frac{\rho_0 C_{s,0}}{\rho C_s}} \frac{dh}{C_s} = \frac{T_0}{4\alpha}. \quad (4.35)$$

Cette grandeur dépend de la structure en densité ainsi que de l'équation d'état. On utilise ici l'équation d'état réelle du plasma d'électrons dégénérés, d'ions et de photons, qui nécessitera donc un traitement semi-analytique. De l'équation (4.35), on peut déjà déduire deux tendances : les petites longueurs d'onde et les grandes amplitudes forment plus rapidement un choc que les grandes longueurs d'onde et faibles amplitudes. La hauteur de formation des chocs est représentée sur la figure 4.13, en fonction de la longueur d'onde initiale, pour une amplitude initiale de  $v_0 = 100 \text{ km s}^{-1}$  et pour un gradient produit par une gravité constante :  $g = 6 \times 10^9 \text{ cm s}^{-2}$  (correspondant à la gravité d'une masse solaire à  $1500 \text{ km}$ ).

Une fois le choc formé, l'onde commence à dissiper son énergie, le flux n'est donc plus conservé et l'amplification est contrebalancée par la dissipation. L'amplitude n'obéit plus à l'équation (4.34). Dans ce régime de chocs faibles, il faut dériver une équation d'évolution spécifique. La variable pertinente étant la force du choc  $\eta$ , nous allons dériver l'équation d'évolution de cette grandeur. Le flux d'énergie transportée par un train d'ondes en dents de scie est donné par l'équation (4.32). Dans le cas de chocs faible, où  $\Delta u = \eta C_s$  et  $\Delta P = \rho C_s^2 \eta$  et en utilisant  $\gamma(h) = 1 + P(h)/E(h)$ , elle se réduit à :

$$F = \frac{1}{12} \gamma P_0 C_s \eta^2. \quad (4.36)$$

Notons que  $\gamma$  n'est pas constant pour un plasma dégénéré. Il est déterminé, ainsi que  $P_0$  et  $C_s$ , par la structure hydrostatique. L'évolution de  $\eta$  se déduit de l'évolution du flux  $F$ , qui diminue

à cause de la dissipation, dont l'expression est donnée par l'équation (4.33). On en déduit :

$$\begin{aligned} \frac{dF}{dh} &= F \frac{\gamma+1}{C_s} \eta \nu \\ \Leftrightarrow F \left( \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dh} + \frac{1}{P_0} \frac{dP_0}{dh} + \frac{1}{C_s} \frac{dC_s}{dh} + \frac{2}{\eta} \frac{d\eta}{dh} \right) &= -F \frac{\gamma+1}{C_s} \eta \nu. \end{aligned}$$

On peut ensuite calculer la dérivé de  $\eta$  en fonction de la hauteur :  $d\eta/dh$ . Le terme de gradient de pression est fixé par l'équilibre hydrostatique :  $dP_0/dh = -\rho g$ , puis en utilisant le fait que  $P = \rho C_s^2/\gamma$ , on en tire :  $\frac{1}{P_0} \frac{dP_0}{dh} = -\frac{\gamma g}{C_s^2}$ . Ce qui donne finalement, pour l'équation d'évolution de la force d'un choc dans un gradient de densité :

$$\frac{d\eta}{dh} = \frac{\eta}{2} \left( -\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dh} + \frac{\gamma g}{C_s^2} - \frac{1}{2C_s^2} \frac{dC_s^2}{dh} - \frac{\gamma+1}{C_s} \eta \nu \right). \quad (4.37)$$

D'autre part, [Osterbrock \(1961\)](#) a montré que, pour des chocs faibles, la quantité conservée est en fait  $FC_s^2$ . L'inclusion de cet effet de réfraction ajoute un facteur supplémentaire  $\frac{1}{C_s^2} \frac{dC_s^2}{dh}$ . L'équation (4.37) peut ensuite être intégrée pour obtenir la force du choc  $\eta(h)$  pour des valeurs données de hauteur de formation et de force initiale du choc  $\eta_0$ . Notons que le terme de pression,  $\gamma g/C_s^2$ , et le taux de dissipation d'énergie,  $(\gamma+1)\eta\nu/C_s$ , dominent le membre de droite de l'équation (4.37). Le comportement asymptotique de la force de choc peut être obtenu en égalant ces deux termes, pour obtenir :

$$\eta_\infty = \frac{\gamma g}{(\gamma+1)C_s\nu}. \quad (4.38)$$

Cette valeur asymptotique dépend uniquement de la fréquence des perturbations. Ainsi, quelle que soit son amplitude, une perturbation de fréquence  $\nu$  tendra vers la même valeur asymptotique :  $\eta_{\infty,\nu}(h)$ .

#### 4.3.3.2 Validation de la modélisation numérique de la propagation des ondes

La modélisation de la propagation d'ondes sonores est toujours difficile dans les codes hydrodynamiques, car la diffusion numérique intrinsèque peut les disperser. C'est notamment le cas avec le code ASTROLABE, qui présente une forte dissipation numérique. HERACLES est nettement moins dissipatif. C'est pour cela que nous avons choisi ce code, même si l'implémentation de la physique thermique y est plus complexe et la résolution moins élevée. Pour résoudre les ondes sonores avec une dissipation minimale, elles doivent être bien échantillonnées, spatialement et temporellement, avec suffisamment de points par longueur d'onde et de pas de temps par période.

Pour vérifier la capacité du code HERACLES à propager des ondes sonores sans trop de dissipation, nous avons initié des ondes de différentes fréquences à amplitude donnée puis mesuré l'amplitude après traversée du domaine. Pour cela, on impose des oscillations de densité et de moment dans les cellules fantômes :

$$\begin{cases} \rho(h=0) &= \rho_0(1 - u_0 \sin(2\pi\nu t)/C_{s,0}), \\ \rho u(h=0) &= -\rho_0 v_0 \sin(2\pi\nu t). \end{cases} \quad (4.39)$$

L'amplitude de la perturbation de vitesse  $v_0$  et la longueur d'onde  $\lambda_0 = C_{s,0}/\nu$  sont les paramètres libres de notre étude. Pour le bord extérieur, il a fallu construire des conditions aux limites transmissives, capables de laisser sortir les chocs sans les réfléchir. Celles-ci se basent sur deux cellules fantômes d'indice  $n_x + 1$  et  $n_x + 2$ . Les chocs étant relativement faibles, on considère que  $\rho(n_x + 1)$  et  $\rho(n_x + 2)$  sont constants. Ils sont calculés lors de l'initialisation de la structure. La condition sur la vitesse dans ces cellules dépend du moment dans les deux dernières cellules. Comme la structure n'est pas stable pour un code conservatif, il est nécessaire d'imposer une condition réflexive lorsque, en l'absence de chocs, les vitesses sont faibles ( $< 100 \text{ km s}^{-1}$ ) : si  $|\rho u(n_x)| < \rho(n_x + 1) \times 100 \text{ km s}^{-1}$ , alors  $\rho u(n_x + 1) = -\rho u(n_x)$  et  $\rho u(n_x + 2) = -\rho u(n_x - 1)$ . Cette condition permet à la structure d'être stable en l'absence d'ondes ou de chocs. Ensuite, pour des vitesses positives plus importantes :  $\rho u(n_x) > \rho(n_x + 1) \times 100 \text{ km s}^{-1}$ , le fluide sort librement :  $\rho u(n_x + 2) = \rho u(n_x + 1) = -\rho(n_x + 1) \times 100 \text{ km s}^{-1}$ . Enfin, pour des vitesses négatives importantes, de la matière entre dans le domaine. Dans ce cas on extrapole précisément les conditions de vitesse à partir de  $u(n_z)$  et  $u(n_z - 1)$ . Si  $u(n_z - 1) < u(n_z)$ , on est dans la partie linéairement décroissante derrière un choc, on calcul la vitesse du fluide dans les cellules fantôme comme une extrapolation linéaire :

$$\begin{cases} \rho u(n_x + 1) &= \rho(n_x + 1)(2u(n_z) - u(n_z - 1)), \\ \rho u(n_x + 2) &= \rho(n_x + 2)(3u(n_z) - 2u(n_z - 1)). \end{cases} \quad (4.40)$$

Si au contraire,  $u(n_z - 1) > u(n_z)$ , ces cellules se trouvent dans le front du choc. Ces conditions peu fréquentes sont traitées de manière approchée :  $\rho u(n_x + 2) = \rho(n_x + 2)u(n_x)$  et  $\rho u(n_x + 1) = \rho(n_x + 1)u(n_x)$ . La matière qui rentre dans le domaine est prise aux mêmes température et composition que celles de la dernière cellule. Pour finir, nous avons vérifié que ces conditions aux limites étaient capables de laisser passer un choc sans réflexion, dans un milieu homogène et dans le cas d'une structure hydrostatique.

Pour une grille de 1500 points, les pertes numériques sont de seulement 5% pour une longueur d'onde de  $1/30$  du domaine, ce qui correspond à 50 points par période. Pour des longueurs d'onde plus grandes, les pertes sont plus petites : 2% à  $1/20$  et inférieure à 1% à plus de  $1/10$ . Comme on le verra plus tard, les fréquences spatiales supérieures à  $1/20$  ne sont pas pertinentes pour le problème considéré ici, donc le code HERACLES est bien adapté pour l'étude présente. Ensuite, pour valider l'amplification des ondes sonores à travers le gradient, on compare l'évolution de perturbations simulées avec HERACLES, d'abord à l'équation (4.34) dans le régime non-dissipatif puis aux prédictions de l'équation (4.37), lorsque l'onde s'est transformée en choc. La figure 4.15 compare l'amplification d'une perturbation d'amplitude initiale  $v_0 = 100 \text{ km s}^{-1}$ , simulée en bleu, aux prédictions de l'équation (4.34) en rouge. Tant que le choc ne s'est pas formée, l'amplitude simulée correspond à celle prédite. Ensuite, dans le régime dissipatif de propagation de chocs, les simulations sont comparées à l'équation (4.37), qui permet de calculer la force du choc à une position donnée en fonction de sa fréquence et de l'amplitude du choc au moment de sa formation. Ces résultats sont comparés sur la figure 4.14 qui montre que le code HERACLES

reproduit très bien les prédictions semi-analytiques et converge bien vers les valeurs asymptotiques de l'équation (4.38). Ces calculs ont été réalisés pour trois longueurs d'ondes différentes ( $\lambda_0 = H/4$ ,  $H/10$  et  $H/20$ , avec  $H$  la hauteur du domaine) et à trois amplitudes différentes ( $v_0 = 200$ ,  $100$  et  $50 \text{ km s}^{-1}$ ) pour chacune d'elles.

Ces quelques tests permettent de valider nos simulations hydrodynamiques, quant à l'amplification d'ondes sonores, la formation de choc puis leur dissipation.

#### 4.3.4 Ignition par choc : cas plan

Les résultats analytiques de la section précédente peuvent prédire assez précisément l'intensité du choc et de la dissipation en fonction de l'altitude  $h$ . Mais l'allumage d'une détonation dépend de la cinétique des réactions thermonucléaires couplée à l'hydrodynamique des chocs, ce qui ne peut plus être décrit analytiquement. On a montré, dans la section précédente, que HERACLES était capable de simuler correctement la propagation et l'amplification des perturbations. Nous allons donc étudier l'ignition à l'aide de simulations hydrodynamiques des perturbations couplées au réseau de réactions thermonucléaires décrit précédemment.

Tout d'abord, nous commencerons par étudier le cas d'une géométrie plane, correspondant à une atmosphère plan-parallèle, où le rayon de courbure peut être négligé. Nous considérerons une colonne verticale, avec  $h$  mesurant la hauteur depuis la base ( $h = 0$ ) jusqu'en haut du domaine ( $h = H$ ). Cela nous permettra de valider notre modélisation numérique avant de simuler des systèmes se rapprochant plus de la réalité.

##### 4.3.4.1 Performances du code pour cette étude

Tout d'abord, les conditions initiales d'équilibre hydrostatique ne sont pas faciles à maintenir pour un code conservatif. En effet, sans schéma spécifique incluant la gravité dans le calcul des problèmes de Riemann, un équilibre initial se déstabilise. Or le traitement de la gravité dans HERACLES, consiste en une modification de l'estimation aux interfaces en  $t + dt/2$  par l'accélération de la gravité puis une étape après le schéma hydro, où les variables sont modifiées par la gravité sur  $dt$ . Ce découplage entre hydro et gravité induit des dérives de l'équilibre hydrostatique. Cependant elles sont proportionnelles à la résolution utilisée pour résoudre le gradient de pression et celle utilisée, de 1500 points pour quatre ordres de grandeur en pression et suffisante pour réduire la vitesse à un niveau négligeable sur les courtes durées simulées ici. Enfin, pour partir d'un état initial le plus proche possible de l'équilibre, on intègre numériquement (à cause de l'équation d'état d'indice  $\gamma$  variable), avec une méthode Newton-Raphson, l'équation d'équilibre hydrostatique avec une résolution  $\delta_x^{NR} = 0,1\delta_x$ , dix fois plus élevée que la résolution de nos simulations. Ensuite on reconstruit la densité à partir de la moyenne sur  $\delta_x = 10\delta_x^{NR}$ . De cette façon l'équilibre se maintient suffisamment longtemps pour nos études.

Nous avons montré dans la partie précédente que le code HERACLES couplé au réseau à 13 espèces était capable de propager correctement une détonation. Ici, le problème concerne l'ignition qui reste non-résolue aux échelles simulées. Cependant le mécanisme d'ignition décrit dans la suite ne repose que sur des principes premiers : la compression et le chauffage par chocs dans des gradients naturels de densité et température, ainsi que la capacité de l'écoulement à confiné

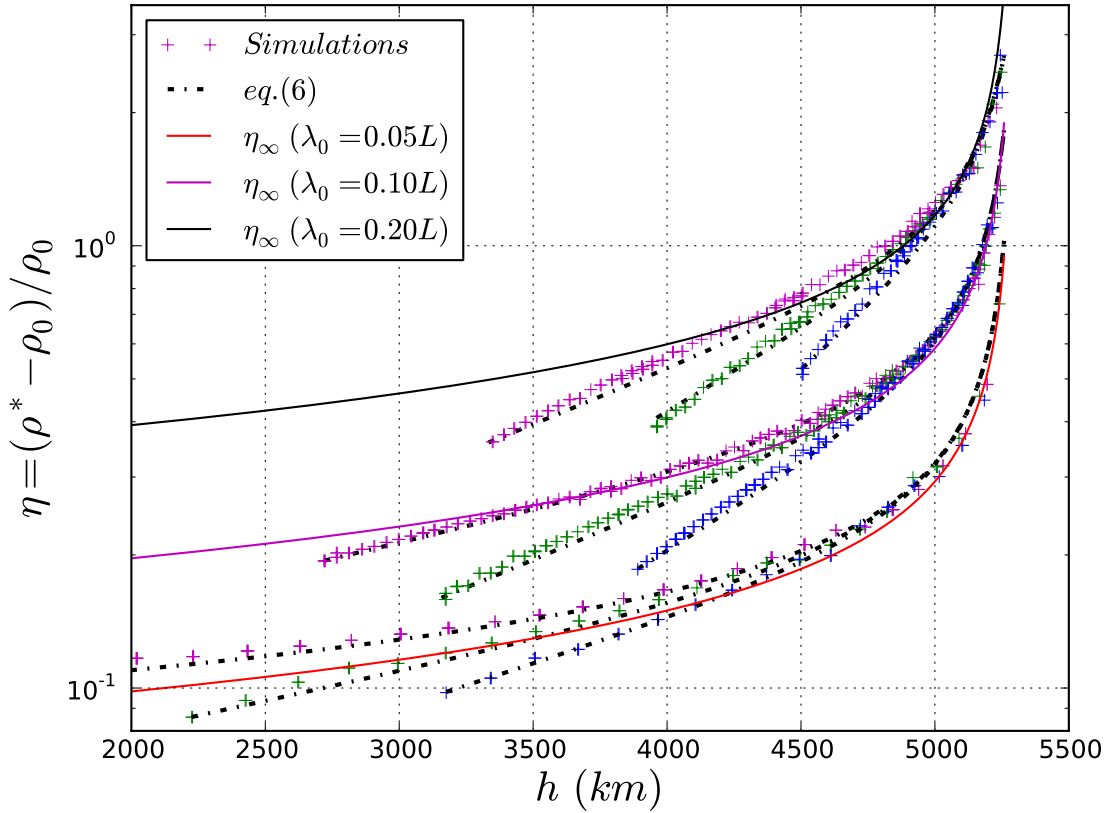


FIGURE 4.14 – Cette figure représente la force du choc,  $\eta$ , en fonction de la hauteur,  $h$ . Les croix sont des mesures directes sur les simulations numériques avec HERACLES. On a simulé trois longueurs d'onde initiales différentes ( $\lambda_0 = H/5$ ,  $H/10$  et  $H/20$ , avec  $H$  la hauteur du domaine et pour une vitesse du son initiale de  $C_{s,0} = 10\,500 \text{ km s}^{-1}$ ) et pour chacune de ces longueurs d'onde, trois amplitudes (200, 100, 50  $\text{km s}^{-1}$ ) tracées en magenta, vert et bleu respectivement. Ensuite, à partir de la mesure initiale de la force du choc, l'équation (4.37) a été intégrée pour calculer le profil semi-analytique  $\eta(h)$ , que l'on compare ensuite aux valeurs purement numériques. Ces profils sont tracés en traits pointillés noirs et correspondent très bien aux forces de choc obtenues avec HERACLES. Ensuite pour chaque famille de longueur d'onde, on a tracé en trait continu l'asymptote, donnée par l'équation (4.38), vers laquelle les forces de choc, d'une longueur d'onde donnée, doivent converger, quelle que soit l'amplitude initiale ( $\lambda_0 = H/20$ ,  $H/10$ ,  $H/5$  en rouge, magenta et noir respectivement).



la zone d'ignition pour permettre l'accumulation de pression. Il n'y a pas de critères artificiels ou de seuils pour l'allumage. Généralement, lors de l'ignition, une seule cellule s'emballe, lorsque la densité et la température y sont suffisantes pour que le chauffage dû à la combustion soit plus rapide que le refroidissement suivant le choc. Alors, la combustion dans cette cellule génère une surpression suffisante pour comprimer les cellules voisines, qui, dans le gradient suivant le choc, peuvent amplifier puis propager la détonation. Cependant l'échelle d'allumage n'est pas résolue. Mais puisque la densité et la température sont moyennées sur la cellule, les conditions d'allumage sous-résolues sont une limite inférieure. En effet, l'ignition a lieu dans la zone de décompression suivant le choc, où la température et la densité diminuent pratiquement linéairement à partir de l'état post-choc. Ainsi à l'intérieur de la cellule détonante, la région non résolue de densité et de température maximale s'emballerait plus rapidement que la cellule entière, dont les températures et densité sont les moyennes sur la cellule.

Pour être encore plus confiant sur l'ignition de la détonation, nous calculerons, dans le paragraphe 4.3.4.3, le gradient des temps d'induction derrière le choc au moment de l'ignition. Nous verrons que ce gradient est sonique et pourrait correspondre aux conditions nécessaires du mécanisme de Zel'dovich décrit précédemment (§4.1.3). D'autre part dans ce même paragraphe, nous utiliserons le code ASTROLABE et sa grilla adaptative pour simuler de manière résolue l'ignition de la détonation, dans un cas type.

#### 4.3.4.2 Conditions d'ignition pour ce mécanisme d'amplification

Nous analyserons ici la propagation et l'amplification d'ondes sonores dans la géométrie plan-parallèle, puis les effets thermiques de la dissipation des chocs formés. Pour cette étude, nous avons modélisé une structure en équilibre hydrostatique avec une densité maximale de  $\rho_0 = 5 \times 10^9 \text{ g cm}^{-3}$  diminuant jusqu'à une densité de  $1 \times 10^4 \text{ g cm}^{-3}$ , sur une hauteur de  $H = 5000 \text{ km}$ , c'est à dire environ 9 échelles de hauteur. Le choix de cette limite inférieure en densité correspond au seuil où l'allumage thermonucléaire n'est plus possible. La gravité est fixée à :  $g = GM_\odot/(1500 \text{ km})^2 \sim 6 \times 10^9 \text{ cm s}^{-2}$  et la vitesse du son à l'altitude  $h = 0$  est  $C_{s,0} = 10500 \text{ km s}^{-1}$ . Les perturbations, initialement d'amplitude  $v_0$  et de longueur d'onde  $\lambda_0$ , sont initiées en  $h = 0$ . Leur évolution à travers ce fort gradient de densité est suivie jusqu'à l'ignition des réactions thermonucléaires. L'équation (4.35), donnant une estimation de la hauteur  $H_{sh}$  à laquelle un choc va se former dans ce gradient est tracée en fonction de  $\lambda_0$  dans la figure 4.13. Elle donne une bonne estimation de la hauteur à laquelle une perturbation commence à dissiper son énergie cinétique et à chauffer le milieu. Plus les longueurs d'onde sont courtes et les perturbations importantes et plus celles-ci commencent à se dissiper rapidement. La hauteur  $H_{sh}$  définit si le chauffage se produira dans des régions où la densité est suffisante pour l'allumage, lorsque  $H_{sh} < H$ . Dans ce cas, le taux de chauffage augmente avec l'amplitude de la perturbation  $v_0$  et l'ignition d'une détonation nécessite seulement un nombre suffisant de chocs pour atteindre la température d'ignition. En revanche, lorsque  $H_{sh} > H$ , les chocs se forment trop tard, dans des régions de faible densité, où la détonation n'est plus possible, quel que soit le nombre de chocs.

La longueur d'onde de la perturbation joue un rôle majeur dans le processus d'allumage. En effet, les perturbations de courte longueur d'onde vont générer un train de chocs de faible

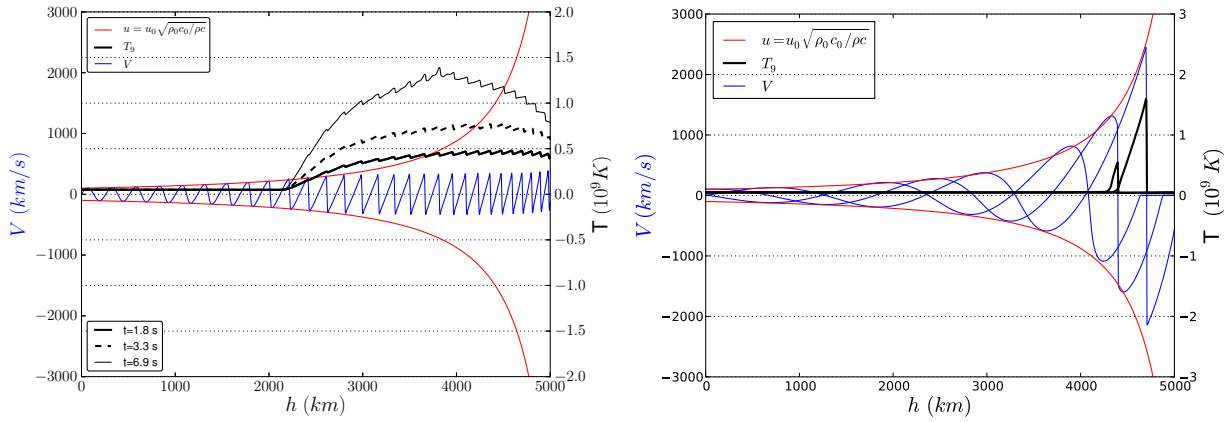


FIGURE 4.15 – **A gauche** : Propagation et amplification d'une perturbation dans un milieu stratifié de géométrie plan parallèle. L'amplitude et la longueur d'onde initiales sont respectivement  $v_0 = 100 \text{ km s}^{-1}$  et  $\lambda_0 = 0,05H$ . La vitesse fluide calculée avec HERACLES en bleu, est comparée à l'amplification prédite par l'équation (4.34) en l'absence de dissipation (en rouge). La vitesse simulée décroche lorsqu'un choc se forme et dissipe son énergie cinétique. Cette dissipation, chauffe le plasma (température à trois instant successifs en noir). **A droite** : Même chose pour une perturbation de longueur d'onde  $\lambda_0 = 0,5H$ . Dans ce cas le choc se forme plus tard et la vitesse simulée colle à la prédiction sans dissipation beaucoup plus longtemps. Il en résulte un choc beaucoup plus fort lors de sa formation, qui chauffe suffisamment pour déclencher une détonation immédiatement derrière le front, là où la température est maximale avant que la décompression n'ait lieu.

amplitude dont la faible dissipation, en s'accumulant, amène à la température d'allumage. Inversement, une perturbation de grande longueur d'onde peut générer un choc puissant pour lequel les conditions post-chocs sont suffisantes pour initier une détonation directement. Pour mettre en évidence ces différences, nous avons choisi une petite perturbation de nombre de Mach  $M = 0,01$ , correspondant à une amplitude de la vitesse de  $v_0 = 100 \text{ km s}^{-1}$  et nous avons fait varier la longueur d'onde d'un ordre de grandeur.

**Petites longueurs d'onde :** Considérons d'abord une perturbation de courte longueur d'onde  $\lambda_0 = 0,05H = 263 \text{ km}$ , correspondant à une fréquence de 40 Hz. Le choc se forme à une hauteur d'environ 2500 km, ce qui correspond aux prédictions de l'équation (4.35). À partir de là, l'amplitude simulée, en bleu sur la figure 4.15(a), décroche de la prédiction de l'équation (4.34) en rouge, qui représente une évolution non-dissipative. En effet, le choc commence à chauffer le plasma par dissipation de son énergie cinétique et son amplitude diminue. Ce chauffage est illustré par les trois courbes noires, représentant la température à trois instants successifs. Dans ce cas, le chauffage se fait par de nombreux chocs faibles successifs, chacun contribuant à une petite augmentation de la température. Ce processus de dissipation quasi-continu, décrit par l'équation (4.33), est régi par l'évolution de l'intensité du choc, elle-même décrite par l'équation (4.37). Dans ce régime quasi-continu, l'approximation de dissipation continue faite lors de la

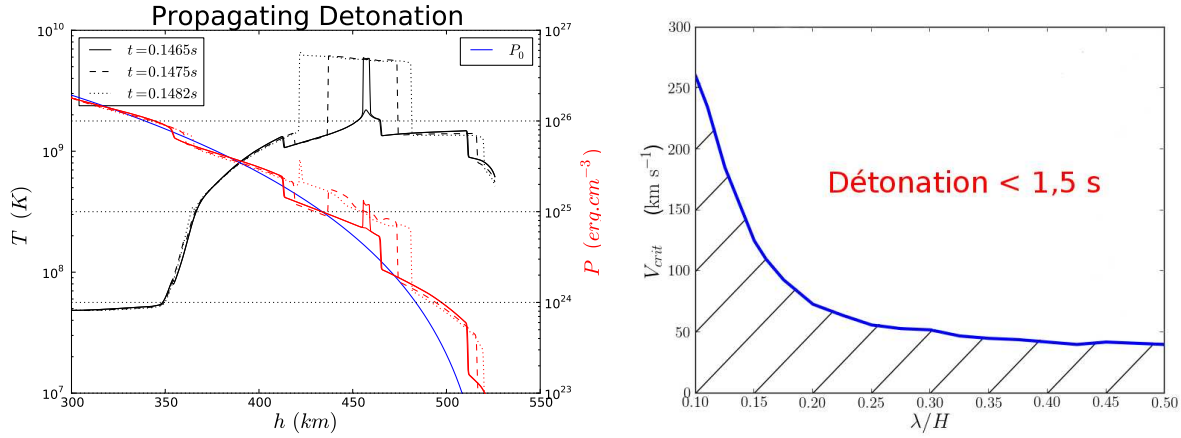


FIGURE 4.16 – **A gauche** : Ignition et propagation d’une détonation dans le cas d’une petite longueur d’onde ( $\lambda_0 = 0,05H$  et  $v_0 = 100 \text{ km s}^{-1}$ ) pour un gradient plus raide ( $g = 10g_0$ ). La pression hydrostatique est tracée en bleu, tandis que la pression perturbée est superposée en rouge. On reconnaît de nombreux chocs faibles successifs. La température, en noir, est représentée juste après l’emballement puis à deux autres instants. Dans la zone d’emballement la pression augmente suffisamment pour propager la détonation vers l’intérieur et vers l’extérieur. **A droite** : Amplitude minimale en fonction de la longueur d’onde pour déclencher une détonation en moins de 1,5 s.

dérivation de l’équation (4.37) est justifiée et ce type de choc est bien décrit par cette équation, comme l’atteste la figure 4.14. Pour le réseau  $\alpha$  choisi, l’emballement thermonucléaire est atteint après 6,9 s, soit environ la formation de 250 chocs.

**Grandes longueurs d’onde :** Considérons maintenant le cas d’une perturbation de grande longueur d’onde :  $\lambda_0 = 0,5H$ , avec la même amplitude initiale. L’évolution de cette perturbation est représentée sur la figure 4.15(b). Une détonation est déclenchée après un seul choc, dont la température post-choc est suffisamment élevée pour que l’emballement se produise avant que la décompression suivant le choc ne puisse refroidir le plasma. Le choc se forme à environ  $h = 4500 \text{ km}$ , ce qui est encore proche des prédictions de l’équation (4.35). Le choc se formant beaucoup plus loin, l’amplification de l’onde suit beaucoup plus longtemps les prédictions sans dissipation de l’équation (4.34). Ainsi, en raison d’un passage plus long à travers le gradient, avant que la dissipation inhibe sa croissance, la perturbation est nettement plus amplifiée. Cela conduit à un choc beaucoup plus fort :  $\Delta v = 4000 \text{ km s}^{-1}$ , et donc à un chauffage localement très fort derrière le choc. Sur la figure 4.15(b), la température post-choc est supérieure à  $1,5 \times 10^9 \text{ K}$ , mais contrairement au cas de courte longueur d’onde, il est immédiatement suivi d’un refroidissement drastique dans la région de décompression. Pour que l’allumage se produise, le temps d’induction post-choc doit être plus petit que le temps de refroidissement derrière le choc, ce qui nécessite des températures post-choc plus élevées. Étant donné que ces chocs sont forts et que le chauffage est intermittent, ce régime n’est pas prévisible par l’équation (4.37). Cependant en raison de leur grande longueur d’onde, ces perturbations sont plus facile à simuler.

#### 4.3.4.3 Critères d'ignition

Finalement, peu importe la façon par laquelle les conditions d'emballlement thermonucléaires sont atteintes. Une fois initiée, la combustion rapide crée une surpression suffisante pour initier une détonation se propageant vers l'intérieur, et une autre vers l'extérieur. La figure 4.16(a) illustre une telle initiation réussie avec HERACLES. Ce code est capable de propager correctement une détonation **une fois initiée**, mais la phase d'ignition reste non-résolue. Ceci est vrai pour toute simulation hydrodynamique 3D, il faut alors s'assurer que l'ignition est réalisée même non-résolue.

Une condition nécessaire pour initier une détonation est que le temps d'induction nucléaire devienne inférieur au temps hydrodynamique. Ici, le temps dynamique correspond à la demi-période des perturbations. En effet, les zones de compressions, derrière les chocs, alternent avec des zones de raréfaction devant les chocs. Ainsi, dans le cas illustré sur la figure 4.16(a), la période des oscillations est de 9,5 ms et la détonation se déclenche quand  $\tau_i \sim 1 \text{ ms} \ll T/2$ . Lors du choc précédent,  $\tau_i \sim 5 \text{ ms} \sim T/2$  et la détonation n'a pas le temps de s'initier avant que la zone de raréfaction la rattrape. D'autre part, la mesure du gradient de temps d'induction juste derrière le choc donne  $D_{sp} \sim C_s^{-1}$ , en accord avec le mécanisme des gradients de Zel'dovich. C'est un argument supplémentaire en faveur de la validité de l'ignition obtenue par HERACLES, mais le contexte dynamique derrière le choc n'en fait pas un argument robuste.

Cependant, nous avons ici la possibilité de réaliser une simulation **résolue** de cette ignition. En effet, contrairement aux simulations 3D, les grandeurs variant linéairement derrière le choc, on peut recréer ces conditions sur une grille plus précise. Ainsi, pour entièrement valider l'ignition, nous avons réalisé une étude à très haute résolution à l'aide du code ASTROLABE. En effet, sa grille mobile et adaptative permet d'atteindre des résolutions nettement plus importantes qu'avec le code HERACLES. On peut ainsi atteindre des résolutions de l'ordre de l'échelle de combustion du carbone. Nous avons utilisé les données HERACLES entre  $h = 450$  et  $470 \text{ km}$  à  $t_0 = 0,144 \text{ s}$ , juste avant l'emballlement, que nous avons projeté sur les 150 zones mobiles d'ASTROLABE. Les conditions aux bords correspondent à deux cellules fantômes dont l'évolution temporelle est donnée par l'interpolation des cellules de HERACLES telles que  $h \leq 450$  et  $h \geq 470 \text{ km}$  à deux instants successifs : l'un avant ignition et l'autre juste après. La fonction de résolution choisie :  $F_{res} = \sqrt{1 + \frac{L_{res}}{P_0} |\nabla P| + 10 \times L_{res} |\nabla X_C|}$  avec  $L_{res}$  l'échelle caractéristique à résoudre et  $P_0$  une pression caractéristique, permet de résoudre initialement le choc pour créer le bon pré-conditionnement tout en résolvant correctement l'initiation de l'emballlement du détonateur. La figure 4.17 montre le résultat de cette validation avec ASTROLABE : on observe bien l'initiation d'une détonation à la même position qu'avec HERACLES. La résolution atteinte avec le maillage mobile est de  $\delta_x^{min} = 4 \text{ cm}$ , ce qui permet de bien résoudre la combustion de l'oxygène et plus approximativement celle du carbone. On peut ainsi observer le développement d'un point chaud en  $h \sim 456 \text{ km}$ , dans le gradient suivant le choc, qui s'est déplacé jusqu'à  $h = 467 \text{ km}$ . Ce point chaud explose assez rapidement pour augmenter sa pression. Cette surpression initiale s'amplifie ensuite sur les cotés du point chaud en propageant la combustion dans le gradient. La surpression atteint le facteur 6 requis pour une détonation CJ à la densité  $\rho = 5 \times 10^7 \text{ g cm}^{-3}$  (voir table 4.1). Notons que pour résoudre les deux fronts de détonation, les mailles présentes dans le choc migrent vers la zone d'ignition et le choc n'est plus résolu lorsque les deux détonations se

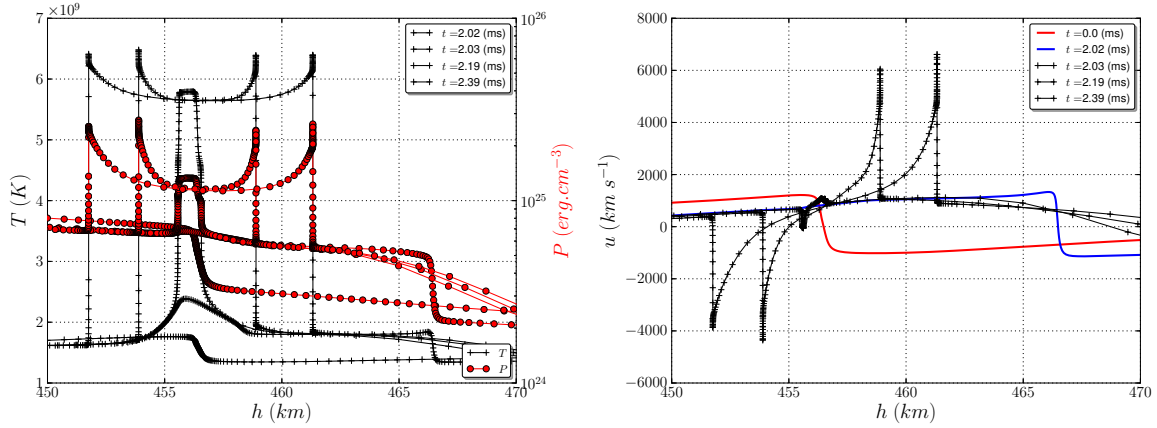


FIGURE 4.17 – **A gauche** : Pression (rouge) et température (noir), à différents instants mesurés depuis  $t_0 = 0,144$  s. Le choc initial, correspondant à  $t = 0$  s se situe en  $h = 457$  km, il se déplace ensuite d'environ 10 km, pendant qu'un point chaud, vers  $h \sim 456$  km, se développe ( $t=2,02$  ms), assez rapidement pour augmenter sa pression ( $t=2,03$  ms). Ensuite le choc et la combustion se synchronisent dans le gradient et une propagation auto-soutenue est née. **A droite** : Vitesse du fluide, initialement en rouge, après propagation jusqu'au moment de l'emballement  $t \sim 2$  ms en bleu, puis naissance et propagation de la détonation en noir. Les croix représentent les mailles d'ASTROLABE, qui se regroupent au niveau des discontinuités.

sont formées.

#### 4.3.4.4 Étude paramétrique en $\{v_0 \times \lambda_0\}$ :

Le nombre de chocs nécessaire pour déclencher une détonation est présenté dans le tableau 4.2, pour sept fréquences différentes et pour des amplitudes variant de 200 à 30 km s<sup>-1</sup>, ce qui correspond à des nombres de Mach variant de 0,02 à 0,003. Comme discuté ci-dessus, l'augmentation de l'amplitude initiale,  $v_0$ , a deux effets opposés. Cela augmente le flux d'énergie acoustique, qui dépend de  $v_0^2$ , conduisant à des chocs plus forts. D'un autre côté, la dissipation commence plus tôt contrecarrant l'amplification due au gradient. Mais finalement, en ce qui concerne l'allumage d'une détonation, plus l'amplitude de la perturbation est importante et plus rapide est l'ignition. La figure 4.16(b) représente, en bleu, l'amplitude d'une perturbation qui initie une détonation en 1,5 s. Au dessus de la courbe bleue, les perturbations d'amplitude plus importantes détonent plus rapidement, tandis qu'en dessous, dans la zone rayée, l'ignition est trop lente. D'autre part, en dessous d'une certaine amplitude, les chocs se forment trop loin, dans la région où la densité est trop faible pour que l'allumage soit possible. Cela correspond aux symboles '-' dans le tableau 4.2.

La longueur d'onde d'une perturbation a un effet drastique, illustré par la comparaison des deux cas décrits précédemment. Même si elle n'a aucun effet sur le flux d'énergie ( $F = \frac{1}{2}\rho^2 u C_S$ ), elle a une forte influence sur l'altitude à laquelle les chocs se forment. Des perturbations de fréquences plus élevées ou de longueurs d'onde plus courtes commenceront à dissiper plus tôt,

$v_0$ ( $km\ s^{-1}$ )	200	100	50	45	40	35	30
$\lambda = 0.50H$	1	1	2	2	3	-	-
$\lambda = 0.33H$	2	2	5	6	8	-	-
$\lambda = 0.25H$	3	4	8	10	14	-	-
$\lambda = 0.20H$	5	7	14	16	21	36	-
$\lambda = 0.15H$	10	14	25	29	35	46	-
$\lambda = 0.10H$	27	40	63	70	81	98	134
$\lambda = 0.05H$	137	250	422	464	525		
$10 \times g_0$							
$\lambda = 0.50H$	1	1	3	-	-	-	-
$\lambda = 0.33H$	2	3	6	-	-	-	-
$\lambda = 0.25H$	4	5	13	20	-	-	-
$\lambda = 0.20H$	6	9	20	26	-	-	-
$\lambda = 0.15H$	12	18	35	41	54	-	-

TABLE 4.2 – **Partie supérieure** : Étude paramétrique de l'espace des paramètres  $\lambda_0 \times v_0$  avec le code HERACLES, pour le cas du gradient induit par la gravité  $g_0 = GM_\odot/(1500km)^2$ , où la densité varie de  $\rho(h=0) = 5 \times 10^9\ g\ cm^{-3}$  à  $\rho(H) = 1 \times 10^4\ g\ cm^{-3}$  sur 5000 km. **Partie inférieure** : Même étude avec une gravité 10 fois plus forte. La table indique le nombre de chocs nécessaire à l'ignition d'une détonation. Un tiret représente un cas où le choc se forme trop tard dans des régions de densité trop faible pour initier une détonation.

menant ainsi à une amplification moindre et à des chocs plus faibles. Le flux d'énergie étant indépendant de la fréquence, la même énergie sera diluée et déposée sur une zone plus grande. D'un autre côté, une perturbation d'amplitude donnée, qui n'initie pas de détonation pour une grande longueur d'onde, peut en initier une pour une longueur d'onde plus courte. En effet, le choc se formera plus tôt à une densité plus élevée. Par exemple, une perturbation initiale de  $30\ km\ s^{-1}$ , n'initie pas de détonation avec une longueur d'onde de  $\lambda_0 = 0,5H$ , car les chocs se forment trop tard. Mais pour  $\lambda_0 = 0,1H$ , les chocs se forment plus tôt et rendent possible l'allumage après la passage de nombreux chocs faibles.

Enfin, le gradient de densité n'a pas d'effet en unités normalisées. Le paramètre déterminant le gradient est l'accélération de la pesanteur :  $g$ . Si  $g$  est augmenté d'un facteur dix (partie inférieure du tableau 4.2), l'échelle de hauteur du gradient est dix fois plus petite. En prenant des longueurs d'ondes dix fois plus courtes, les forces de choc et les hauteurs de formations sont identiques. La fréquence est donc plus élevée d'un facteur dix, ce qui conduit à un taux plus élevé de dissipation. Mais la dissipation par choc reste la même. Ainsi, l'allumage d'une détonation nécessite presque le même nombre de chocs. La petite différence est due à des gradients de température plus raides derrière le choc. Ce qui raccourcit la durée pendant laquelle les réactions peuvent s'emballer avant décompression.

### 4.3.5 TDD non locale durant une supernova

Après avoir mis en évidence et validé ce nouveau mécanisme d'ignition dans un cas simple en géométrie plane 1D, nous allons appliquer ce mécanisme à une structure plus proche d'une naine blanche. Tout d'abord, en géométrie sphérique, le flux est toujours conservé, mais comme la surface de l'onde croît en  $r^2$ , l'amplification de la perturbation est moins importante. Ainsi l'équation de conservation en géométrie sphérique s'écrit :

$$\rho v^2 C_s 4\pi r^2 = \rho_0 v_0^2 C_{s,0} 4\pi r_0^2,$$

avec  $r_0$  la position d'où la perturbation d'amplitude  $v_0$  a été émise. On déduit l'amplitude de la perturbation en fonction du rayon :

$$u(r) = u_0 \sqrt{\frac{\rho_0 C_{s,0}}{\rho(r) C_s(r)} \frac{r_0}{r}}. \quad (4.41)$$

Cette équation donne l'amplification (ou l'amortissement) d'une perturbation en géométrie sphérique. Elle est similaire à l'équation (4.34) en géométrie plane, mais elle inclue, en plus, le facteur d'amortissement sphérique :  $r_0/r$ . Pour avoir amplification, il faut donc que le facteur dû au gradient de densité soit supérieur à celui du à l'amortissement géométrique. Cela introduit une dépendance vis à vis de la position d'où la perturbation est issue,  $r_0$ . Cette dépendance est tracée sur la figure 4.18, qui fait apparaître un rayon optimal. Ce rayon, qui vaut ici environ 350 km, dépend de la structure de la naine blanche. Pour commencer on a choisi une naine blanche très dense, proche de sa masse de Chandrasekhar. Sur une telle structure, pour les petits rayons ( $r_0 < 350$  km), l'amortissement géométrique est important et diminue l'amplification finale, tandis que pour les grands rayons ( $r_0 > 350$  km), la densité initiale  $\rho_0$  étant plus faible, le flux est plus faible initialement et par conséquent l'amplitude finale aussi.

#### 4.3.5.1 Naine Blanche froide et compacte

Le premier modèle de structure choisi est une sphère de  $1,4 M_\odot$  de carbone-oxygène, froide ( $T = 1 \times 10^7$  K) et auto-gravitante. Sa densité centrale, donnée par l'équilibre hydrostatique, est alors très élevée :  $\rho_c = 7,5 \times 10^9$  g cm $^{-3}$ . L'équilibre est maintenu par une pression extérieure de  $P_{ext} = 1 \times 10^{21}$  erg cm $^{-3}$ , ce qui correspond à une densité d'environ  $\rho_{ext} \sim 5 \times 10^4$  g cm $^{-3}$ . Son rayon, défini par le point de l'équilibre où cette pression est atteinte, est de  $R_{NB} = 1400$  km. On commence par une telle structure, très dense, car elle met le mieux en évidence l'effet d'amplification. Dans la suite, des structures plus réalistes, par rapport au scénario d'explosion, seront considérées. Les perturbations sont initiées par une oscillation de pression au niveau du rayon optimal, où la densité et la vitesse du son sont respectivement de  $\rho = 2 \times 10^9$  g cm $^{-3}$  et  $C_s = 10\,000$  km s $^{-1}$ .

Sur la figure 4.19, pour mettre en évidence l'effet d'atténuation sphérique, on montre l'évolution d'une perturbation d'amplitude initiale  $v_0 = 500$  km s $^{-1}$  ( $M = 0.05$ ) provenant d'une région proche du centre ( $r_0 = 100$  km). L'amplitude simulée, en bleu, est comparée aux prédictions de l'équation (4.41), qui correspond au régime non-dissipatif. Initialement, là où les effets de courbure sont importants, l'amplitude des perturbations diminue, car le gradient est assez plat



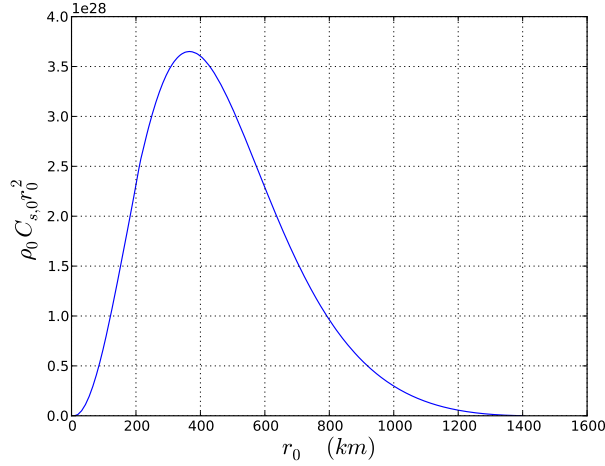


FIGURE 4.18 – Tracé du produit  $\rho C_s r^2$  en fonction du rayon. Ce produit représente l'amplification potentielle d'une perturbation émise au rayon  $r$ . Le maximum de cette courbe correspond au rayon optimal, où une perturbation sera amplifiée au maximum. La structure utilisée ici est une sphère froide auto-gravitante d'une masse de Chandrasekhar.

et la diminution de densité ne compense pas les effets géométriques. Ensuite, pour des rayons plus grand, quand les effets d'augmentation de surface sont plus faibles et que le gradient se raidit, c'est l'amplification par le gradient qui domine et l'amplitude augmente. Ces deux régions sont visibles sur la figure 4.19, où l'amplitude de la perturbation est tracée en bleu. Initialement, l'amplitude diminue, avant d'augmenter puis de saturer lorsque le choc s'est formé. Comme dans le cas plan, l'amplitude simulée reste proche des prédictions tant qu'aucun choc ne s'est formé. Ensuite, la dissipation d'énergie cinétique par le choc, empêche plus d'amplification et l'amplitude du choc sature. Le rayon de formation du choc est prédit par l'équation (4.35), mais en utilisant la formule d'amplification donnée par (4.41). Il est tracé sur la figure 4.13 en fonction de la longueur d'onde pour une amplitude de  $v_0 = 100 \text{ km s}^{-1}$ .

Comme dans le cas plan, on a étudié la possibilité pour différentes perturbations d'initier une détonation après amplification dans le gradient de densité de la naine blanche. Ici, on considère plutôt la période des perturbations, car la longueur d'onde varie en fonction du rayon d'initiation,  $r_0$ . Les résultats sont rassemblés dans la table 4.3. Ils mettent en évidence les mêmes tendances que dans le cas plan. Cependant, à cause des effets géométriques, l'amplitude minimale pour former des chocs suffisamment forts pour initier une détonation est nettement plus grande. Ainsi, pour déclencher une détonation dans une naine blanche froide, il faut des perturbations d'au moins  $v_0 = 200 \text{ km s}^{-1}$ , soit au minimum une perturbation de 2% de la pression hydrostatique.

#### 4.3.5.2 Fine couche d'hélium

Cette perturbation minimale de  $M = 0,02$  correspond à une ignition dans un mélange carbone-oxygène. Or dans le cadre du scénario *Single Degenerate*, où l'ignition de la déflagration centrale se fait grâce à l'accrétion de matière riche en hydrogène et hélium à la surface de la naine



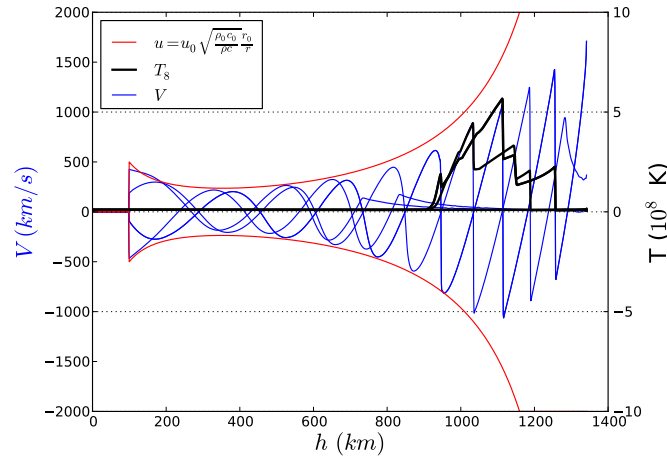


FIGURE 4.19 – Propagation et évolution d’une perturbation d’amplitude initiale  $v_0 = 500 \text{ km s}^{-1}$  et de période  $T_{osc} = 36 \text{ ms}$ , initiée à un rayon de  $r_0 = 100 \text{ km}$ , plus petit que le rayon optimal ( $r \sim 350 \text{ km}$ ). Cette période correspond à une longueur d’onde  $\lambda_0 = 0,25R_{NB}$  au niveau du rayon optimal. Initialement, le rayon de l’onde étant petit, les effets géométriques sont importants et l’effet net de la compétition entre amortissement sphérique et amplification par le gradient est une diminution de l’amplitude. Ensuite lorsque le gradient se raidit et que la rayon augmente, l’amplification prend le dessus et l’amplitude de la perturbation augmente. On a comparé les résultats de simulation numérique (en bleu) aux prédictions du régime sans-dissipation de l’équation (4.41).

blanche, il est probable qu'il reste une couche plus ou moins importante d'hélium à la surface. L'hélium étant plus exothermique que le carbone, des perturbations plus faibles que  $M = 0,02$ , qui ne déclenchent pas de détonation du carbone, peuvent peut-être faire détoner une couche d'hélium. Selon [Woosley et Kasen \(2011\)](#), la présence d'hélium entraîne des observables incompatibles avec les observations si sa masse totale est supérieure à  $\sim 0,05 M_{\odot}$ . Nous considérerons donc une fine couche de  $M_{He} = 0,01 M_{\odot}$ , dont la combustion devrait être compatible avec les contraintes observationnelles.

Une fois initiées, ces détonations d'hélium doivent continuer en une détonation de C+O lorsqu'elles atteignent le coeur de carbone-oxygène. C'est la même problématique que pour le scénario de détonation double ([Fink et al., 2010](#)). Cependant, la situation est légèrement différente dans notre modèle puisque la détonation est déclenchée par un choc venant de l'intérieur. Dans le modèle de double détonation, l'ignition a lieu dans la couche d'hélium accrétée et une détonation se développe spontanément à partir d'un gradient de température. Dans nos simulations deux cas sont possibles. Soit une détonation d'hélium est initiée au dessus de la limite coeur-enveloppe, auquel cas, la détonation intérieure aura le temps de croître en puissance (par convergence sphérique) avant de rencontrer le coeur de carbone. Soit le choc est déjà suffisamment fort au niveau de la frontière et initie directement une détonation d'hélium. Dans ce cas, le carbone est suffisamment comprimé derrière le choc pour que la surpression générée par la combustion de l'hélium l'enflamme et lance une détonation interne de carbone et une détonation externe d'hélium.

Les résultats de ces simulations sont présentés dans la partie basse de la table 4.3. La présence de cette couche d'hélium permet d'initier une détonation avec des perturbation nettement plus faibles. Ainsi, l'amplitude minimale pour déclencher une détonation dans une naine blanche froide, avec une fine couche de  $0,01 M_{\odot}$  d'hélium, est de  $v_0 = 30 \text{ km s}^{-1}$  soit une perturbation de 0,3% de la pression hydrostatique. Notons aussi que pour la colonne  $v_0 = 1000 \text{ km s}^{-1}$ , la couche d'hélium n'accélère pas l'initiation d'une détonation, car celle-ci a lieu dans les deux cas dans le coeur de carbone.

#### 4.3.5.3 Structure dilatée par une phase de déflagration

Jusque là, nous avons considéré une structure froide à l'équilibre hydrostatique, qui correspondrait à la structure initiale de la naine blanche au moment de l'ignition de la déflagration. Or, comme on l'a décrit dans le premier chapitre, dans le scénario de détonation à retard, la détonation doit être déclenchée environ 1,5 s après l'ignition. Durant la phase initiale de déflagration, l'énergie libérée sert à dilater l'étoile. Idéalement, il faudrait faire les simulations précédentes dans le cadre d'une structure en expansion sous l'effet d'une déflagration centrale. Malheureusement, pour le moment, notre code HERACLES n'est pas capable de suivre l'expansion de la structure de manière dynamique. Cependant, pour mettre en évidence les effets de la phase initiale de déflagration, on utilisera plusieurs structures pré-conditionnées par une phase initiale de déflagration. Pour ce faire, on a utilisé ASTROLABE et son maillage mobile. La déflagration a été modélisée par un modèle ADR, décrit par l'équation 4.51 dans le chapitre précédent. On a sélectionné trois structures lorsque la flamme atteignait trois densités différentes :  $9 \times 10^8$ ,  $3 \times 10^8$  et  $1 \times 10^8 \text{ g cm}^{-3}$ . Ensuite, ces structures ont été artificiellement re-

$v_0$ ( km s <sup>-1</sup> )	1000	500	400	300	200	100
$T_{osc} = 72$ ms	1	2	3	4	-	-
$T_{osc} = 36$ ms	2	5	7	10	-	-
$T_{osc} = 18$ ms	4	13	17	34	67	-
$T_{osc} = 9$ ms	7	34	78	154	438	
+ $M_{He} = 0.01 M_{\odot}$						
$v_0$ ( km s <sup>-1</sup> )	1000	500	250	100	50	25
$T_{osc} = 72$ ms	1	1	1	1	-	-
$T_{osc} = 36$ ms	2	1	1	3	5	20
$T_{osc} = 18$ ms	4	5	6	9	19	78
$T_{osc} = 10$ ms	7	34	35	47		

TABLE 4.3 – Étude paramétrique dans l'espace des paramètres  $T_{osc} \times v_0$  avec le code HERACLES, pour le cas d'une naine blanche froide et dense de carbone-oxygène (partie haute) et le cas d'une couche de  $0,01 M_{\odot}$  d'hélium (partie basse). Les perturbations sont initiées au rayon optimal ( $r_0 = 350$  km), qui correspond au maximum de la courbe de la figure 4.18. La période  $T_{osc} = 72$  ms correspond à une longueur d'onde de  $\lambda_0 = 0,5 R_{WD}$  au niveau de ce rayon optimal. Les nombres dans la table indiquent le nombre de chocs nécessaire pour l'ignition d'une détonation. On retrouve les même tendances que dans le cas plan : plus l'amplitude est grande et plus la détonation est rapide et d'autre part, plus la fréquence augmente, plus le nombre de chocs nécessaire augmente. En revanche, du fait de l'amortissement géométrique, les amplitudes nécessaires sont beaucoup plus importantes.

laxées vers l'équilibre hydrostatique et utilisées avec HERACLES pour étudier notre mécanisme d'ignition de détonation pour une structure plus réaliste. Ces structures relaxées, utilisées par HERACLES, sont représentées sur la figure 4.20, avec en tiret le profil de densité en échelle logarithmique et en trait continu le profil de température en échelle linéaire. Le saut de température correspond au front de flamme. Nous avons choisi d'initier les perturbations au niveau de la flamme, car la source la plus probable de perturbations est la combustion turbulente.

Avec la dilatation de l'étoile, les gradients s'aplatissent peu à peu et la densité centrale diminue, rendant notre mécanisme de moins en moins efficace. La table 4.4 rassemble les résultats de notre étude sur des structures dilatées, avec une fine couche d'hélium. Nous avons considéré 6 amplitudes différentes, avec des nombres de Mach entre 0,2 et 0,02 et 5 périodes d'oscillations entre 0,2 et 0,02 s. On a caractérisé les perturbations avec leur nombre de Mach, car la densité au niveau de la flamme variant, une perturbation d'amplitude absolue donnée ne représente pas la même perturbation relative. Les vitesses du son au niveau de la flamme sont respectivement :  $C_s = 8000, 6700$  et  $5900$  km s<sup>-1</sup>. Dans cette étude, on s'intéresse à la possibilité pour notre mécanisme de déclencher une détonation dans le cadre du scénario de détonation à retard et donc on ne considère que les ignitions assez rapides ( $< 1,5$  s). On trouve encore une fois les mêmes tendances. Les perturbations de période plus longue et d'amplitude plus faible forment des chocs plus faibles à des rayons plus grands. Jusqu'à ce que l'ignition soit trop lente ou que les chocs se forment dans une région où l'ignition n'est plus possible. A l'opposé, les perturbations de période courte et de forte amplitude, commencent à dissiper plus tôt et donc plus près de la flamme, pouvant même initier une détonation dans le coeur de carbone. Ces cas sont marqués

$M =$	0,2	0,15	0,1	0,05	0,03	0,02
$\rho_{fl} = 9 \times 10^8 \text{ g cm}^{-3}$						
$T_{osc} = 0,15 \text{ s}$	0,3	0,3	0,3	0,4	0,5	0,6
$T_{osc} = 0,10 \text{ s}$	0,3	0,3	0,3	0,5	0,6	0,7
$T_{osc} = 0,05 \text{ s}$	0,3	0,4	0,5	0,6	0,9	1,4
$T_{osc} = 0,02 \text{ s}$	0,2c	0,4c	1,2c	-	-	-
$\rho_{fl} = 3 \times 10^8 \text{ g cm}^{-3}$						
$T_{osc} = 0,20 \text{ s}$	0,4	0,4	0,4	0,8	1,0	-
$T_{osc} = 0,15 \text{ s}$	0,4	0,4	0,7	0,8	1,1	-
$T_{osc} = 0,10 \text{ s}$	1,0c	0,8	0,8	0,9	1,1	-
$T_{osc} = 0,05 \text{ s}$	0,5c	1,1c	-	-	-	-
$T_{osc} = 0,02 \text{ s}$	0,2c	0,3c	1,1c	-	-	-
$\rho_{fl} = 1 \times 10^8 \text{ g cm}^{-3}$						
$T_{osc} = 0,20 \text{ s}$	0,5	0,6	1,0	1,0	-	-
$T_{osc} = 0,15 \text{ s}$	0,5	0,9	1,0	1,0	-	-
$T_{osc} = 0,10 \text{ s}$	1,3c	1,0	1,2	-	-	-
$T_{osc} = 0,05 \text{ s}$	0,6c	1,3c	-	-	-	-
$T_{osc} = 0,02 \text{ s}$	0,2c	0,4c	1,3c	-	-	-

TABLE 4.4 – Étude paramétrique dans l'espace des paramètres  $M \times T_{osc}$ , pour trois structures de plus en plus dilatées, avec dans tous les cas une fine couche d'hélium de  $0,01 M_{\odot}$ . Les perturbations sont initiées au niveau du front de flamme.  $T_{osc}$  est la période d'oscillation des perturbations, variant de 0,2 à 0,02 s, et  $M$  est le nombre de Mach, variant de 0,2 à 0,02. Les tables donnent le temps, en seconde, nécessaire à l'ignition d'une détonation. La présence d'une lettre c signifie que l'ignition se fait dans le coeur de carbone. Sinon, c'est la couche d'hélium qui s'enflamme et détone. Dans cette étude on ne considère que les détonations initiées en moins de 1,5 s et qui pourraient convenir au scénario de détonation à retard. un tiret (-) signifie soit que l'ignition est impossible soit qu'elle est trop lente. La dilatation de l'étoile, rend l'initiation d'une détonation plus lente et plus difficile. Pour une perturbation d'amplitude et de période donnée, l'ignition prendra plus de temps à mesure que la structure se dilate.

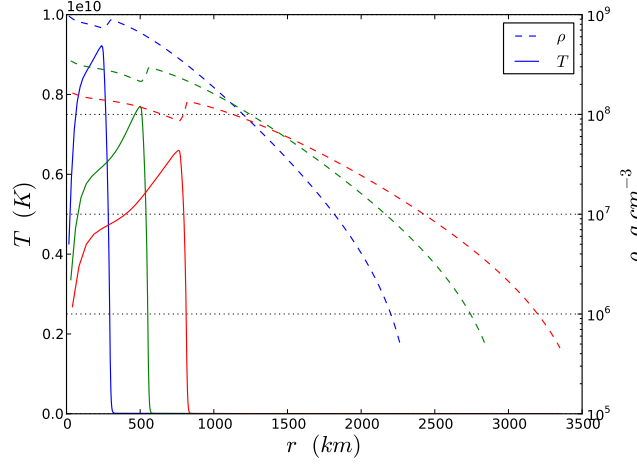


FIGURE 4.20 – Structures initiales obtenues à partir d’une naine blanche d’une masse de Chandrasekhar, où on a initiée une déflagration sphérique centrale. Les trois structures (bleu, vert et rouge) correspondent à une densité au niveau de la flamme de  $9 \times 10^8$ ,  $3 \times 10^8$  et  $1 \times 10^8$  g cm $^{-3}$ . Ces structures sont ensuite utilisées, après avoir arrêté la flamme, pour suivre l’évolution de perturbations initiées au niveau du front. Cette méthode permet de se rapprocher des conditions dans lesquelles notre mécanisme devrait être à l’oeuvre au cours d’une supernova.

d’une lettre c dans la table 4.4.

#### 4.3.5.4 Conséquences pour une TDD

**Délai d’ignition et densité critique de TDD :** Dans le scénario de détonation à retard, pour que l’explosion reproduise correctement les observables, il faut que la détonation soit initiée à une densité d’environ  $1 \times 10^7$  g cm $^{-3}$  (Jackson *et al.*, 2010). Cependant cela suppose une TDD locale, durant laquelle la détonation est initiée au niveau de la flamme turbulente. Dans notre modèle, il y a un décalage spatial et temporel entre la flamme, source de perturbations, et l’ignition de la détonation. C’est pour cela qu’on ne considère pas de structure plus dilatée, où la flamme aurait atteint la densité critique de  $1 \times 10^7$  g cm $^{-3}$ . En effet, le délai d’ignition laisserait alors du temps à la structure pour se dilater encore et les conditions ne seraient plus les bonnes. En revanche, en considérant une structure où la déflagration atteint une densité de  $1 \times 10^8$  g cm $^{-3}$ , on essaie de tenir compte du délai qui laissera le temps à la déflagration de se propager encore et potentiellement d’atteindre la densité critique au moment où la détonation sera initiée. Dans ce cas, les observables seront peut-être reproduites. Ces questions nécessitent un traitement correct, avec une simulation dynamique de l’ensemble de la structure, couplée à l’émission et à la propagation des perturbations. Cependant cela demande plus de travail et devra être fait dans une étude ultérieure.

**Structure dilatée ( $\rho_{fl} = 1 \times 10^8$  g cm $^{-3}$ ) :** Arrivé à un tel niveau d’expansion, les plus petites perturbations, de l’ordre de quelques pour-cents, ne peuvent plus initier une détonation. Il faut au

minimum des perturbations de 5 à 10 %, et même celles-ci nécessitent un pré-chauffage long avant l'ignition ( $\sim 1$  s), ce qui serait difficilement compatible avec le scénario de détonation à retard. En revanche dans un modèle dynamique de notre mécanisme, ces petites perturbations pourraient réussir à déclencher une détonation, si leur effet de chauffage était cumulé depuis le début de l'explosion. En effet, même au début, lorsque la structure est dense, l'accumulation de ces petits chocs successifs se fait au niveau de la couche d'hélium. Ainsi, initialement, les perturbations sont fortement amplifiées, puisque le gradient est raide. Ensuite au cours de l'explosion, le gradient et l'amplification diminuent et pour une perturbation d'amplitude donnée le chauffage diminue aussi. Une perturbation de 3% et de période  $T_{osc} = 0,1$  s, nécessite environ 1 s pour déclencher une détonation lorsque la flamme a atteint  $\rho_{fl} = 3 \times 10^8 \text{ g cm}^{-3}$  et seulement 0,6 s à  $\rho_{fl} = 9 \times 10^8 \text{ g cm}^{-3}$ . Il est donc raisonnable de penser qu'une telle perturbation initie une détonation de la couche d'hélium si son évolution est suivie depuis le début de la phase de déflagration.

**Fortes perturbations :** Des perturbations plus fortes, de 15 à 20%, déclenchent des détonations plus facilement et plus rapidement. En revanche, elles sont plus difficiles à générer et si elles se développent trop tôt, par exemple dans le cas le plus dense, la détonation aura lieu trop tôt sur une structure encore trop dense. En revanche, si de telles perturbations peuvent être générées avec de grandes périodes ( $T_{osc} \gtrsim 0,2$  s), les chocs se forment près de la couche d'hélium et la dissipation de quelques chocs suffit à déclencher rapidement une détonation. Enfin si la fréquence de ces perturbations est plus élevée, les chocs se forment dans le carbone à une courte distance de la flamme. Dans ce cas l'ignition peut être assez rapide, mais comme la zone chauffée va se déplacer à mesure que la flamme avance, il est peu probable que la température atteigne le seuil d'ignition. Mais cela peut avoir un effet de pré-conditionnement du milieu, qui accélère la flamme lorsque celle-ci brûle cette zone préchauffée. Cela peut favoriser une TDD classique, ou amplifier la génération de perturbations. Quoi qu'il en soit, pour ces perturbations notre mécanisme d'amplification n'est pas à l'oeuvre, car elles ne parcourent pas une distance suffisante dans le gradient de densité. Le chauffage par ces perturbations résulte en fait de la tendance naturelle de n'importe quelle onde de pression à se transformer en choc et à dissiper son énergie cinétique en énergie thermique.

**Énergie nécessaire et énergie disponible :** On peut estimer le flux d'énergie nécessaire à l'ignition d'une détonation. Par exemple, pour une naine blanche froide avec une couche d'hélium, une perturbation de  $v_0 = 50 \text{ km s}^{-1}$ , suffira à déclencher une détonation. Le flux d'énergie mécanique d'une telle onde est :

$$F_m = \frac{1}{2} \rho_0 v_0^2 C_{s,0} = 2,5 \times 10^{31} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}, \quad (4.42)$$

avec  $\rho_0 = 2 \times 10^9 \text{ g cm}^{-3}$  et  $C_{s,0} = 10\,000 \text{ km s}^{-1}$ . Il faut donc trouver une source d'énergie au moins aussi intense. Une estimation de l'énergie nucléaire libérée par unité de temps et de surface de flamme, à la densité  $\rho_0$ , est :

$$F_{nuc} = V_{fl} \rho \epsilon_{nuc} = 8,7 \times 10^{33} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}, \quad (4.43)$$

$\rho_{fl} \text{ ( g cm}^{-3}\text{)}$	$2 \times 10^9$	$9 \times 10^8$	$3 \times 10^8$	$1 \times 10^8$
$F_m \text{ ( erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}\text{)}$	$2,5 \times 10^{31}$	$9,3 \times 10^{31}$	$4,1 \times 10^{31}$	$2,5 \times 10^{31}$
$F_{nuc} \text{ ( erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}\text{)}$	$8,7 \times 10^{33}$	$1,6 \times 10^{33}$	$2,2 \times 10^{32}$	$2,3 \times 10^{31}$

TABLE 4.5 – Comparaison entre le flux acoustique requis pour l'ignition d'une détonation et le taux de libération d'énergie nucléaire par unité de surface pour une déflagration laminaire dans les différentes structures discutées ci-dessus.

où  $V_{fl} = 75 \text{ km s}^{-1}$  a été calculée dans le chapitre précédent (en accord avec les études de déflagration de Timmes et Woosley (1992)). L'énergie nucléaire libérée est de  $\epsilon_{nuc} = 5,8 \times 10^{17} \text{ erg g}^{-1}$ , correspondant à la combustion du mélange équi-masse de carbone-oxygène. On utilise la vitesse laminaire de flamme comme une limite inférieure prudente. En effet, la turbulence accélère notablement la déflagration et celle-ci se propage beaucoup plus rapidement. Même en considérant cette limite, si seulement 0,3 % du flux d'énergie nucléaire était injecté dans des ondes sonores, l'énergie serait suffisante pour initier une détonation. Les mêmes estimations pour les structures dilatées sont présentées dans la table 4.5. Le flux requis représente ainsi une part de plus en plus importantes de l'énergie nucléaire libérée : 0,3%, 6%, 19% et finalement presque 100%. Ainsi, seule une flamme turbulente accélérée, pourra générer l'énergie suffisante, à la fin de la phase de déflagration. Heureusement, c'est à ce moment là que la turbulence est maximale.

**Finalement :** Un défaut important de cette étude est de considérer une flamme statique sur une structure vierge de toute formation de choc. En effet le chauffage par chocs devrait avoir lieu depuis le début avec des propriétés évoluant avec la flamme. Le chauffage final, serait donc un couplage complexe entre la flamme qui se propage et l'historique de la formation et de la dissipation des chocs. Ainsi, après ces études préliminaires, il faudrait correctement prendre en compte la dilatation de l'étoile et la propagation de la flamme. Cependant, ces études préliminaires ont permis de montrer l'intérêt de ce nouveau mécanisme d'ignition de détonation.

En effet, il semble probable que la combustion turbulente puisse générer des perturbations d'amplitude suffisante, de quelques pour-cents à 20%. Dans le scénario classique de TDD, le mécanisme des gradients, pour réussir, doit augmenter la pression jusqu'à  $P_{CJ}$  (Khokhlov, 1991b), soit une augmentation d'un facteur 10. Dans notre modèle, des perturbation de seulement 20%, si elles sont répétées un certain nombre de fois, suffissent à initier une détonation. Ainsi, notre mécanisme est très prometteur lorsque celui classique de TDD locale n'est pas suffisant, mais que la turbulence est suffisante pour créer périodiquement des fluctuations de pression. C'est d'ailleurs ce qu'a observé A. Poludnenko (communication privée). En essayant d'obtenir une TDD, il observait des sursauts réguliers de 30% de la pression statique. Ces pulses étaient répétés environ tous les temps de retournement de l'échelle intégrale. Dans le cas des supernovae :

$$\tau_L = \frac{L}{U_L} \sim 0,1 \text{ s}, \quad (4.44)$$

ce qui est tout à fait compatible avec les périodes requises pour une détonation (une telle perturbation correspond à la colonne 2 de la table 4.4).

Dans le temps imparti à ma thèse, j'ai choisi ensuite d'étudier les sources possibles de perturbations, plutôt que de raffiner ce modèle de détonation par amplification d'ondes sonores. La question de la génération des perturbations est traitée dans la partie suivante.

## 4.4 Sources de perturbations durant l'explosion

Nous avons imaginé trois sources possibles de perturbations, qui pourraient fournir les ondes sonores nécessaires à l'ignition d'une détonation. Tout d'abord, aux petites échelles, la combustion turbulente, de par son intermittence dans le régime distribué, pourrait générer de fortes perturbations de petite longueur d'onde à haute fréquence. Cette possibilité a été discutée à la fin de la partie précédente. Cependant l'étude de la combustion turbulente serait l'objet d'une thèse en soi et les quelques arguments donnés précédemment suffisent à mettre en évidence les potentialités de cette source de perturbation. La combustion à grande échelle dans un milieu magnétisé pourrait fournir deux autres sources de perturbations à plus grande échelle : soit les instabilités Rayleigh-Taylor, soit des reconnections de lignes de champ magnétique, après amplification par les mouvements du fluide. Ces sources peuvent être étudiées plus facilement avec des codes hydrodynamiques et magnéto-hydrodynamiques 2D ou 3D. Les travaux qui suivent sont exploratoires et préliminaires.

### 4.4.1 Le code OHM et le traitement numérique

Nous avons principalement utilisé le code OHM, développé par Guillaume Aulanier au LESIA (Aulanier *et al.*, 2005), pour réaliser des simulations 2D de combustion en milieu magnétisé. Nous avons choisi d'étudier des modèles 2D plutôt que du 3D, car l'amplification du champ dépend de la résolution, qui est nécessairement plus faible en 3D.

#### 4.4.1.1 Les équations MHD non idéales

Le code OHM résout les équations Magnéto-Hydrodynamiques (MHD) avec le terme non idéal de résistivité ohmique inclus :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0, \quad (4.45)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho \vec{u} \cdot \vec{\nabla}(\vec{u}) = \nabla(P + \frac{B^2}{8\pi}) + \rho \vec{g} + (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{B} + \nu \Delta \vec{u}, \quad (4.46)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{u} \times \vec{B}) + \eta \Delta \vec{B}, \quad (4.47)$$

avec  $\vec{g} = g \vec{e}_z$  l'accélération de la gravité, qui est constante et verticale,  $\nu$  une viscosité numérique et  $\eta$  la résistivité magnétique, qui pour des raisons de résolution est artificiellement augmentée. Le terme de dissipation ohmique dans l'équation sur l'énergie n'est pas inclus, car la résistivité



est très faible dans le plasma dégénéré. La pression,  $P$ , est celle de l'équation d'état du plasma d'ions et d'électrons dégénérés discutée dans le premier chapitre (§1.2.1). Ces équations sont ensuite discrétisées sur une grille cartésienne fixe, où toutes les quantités et leurs dérivés sont spécifiées aux points d'intersections. Aucune procédure spéciale n'est utilisée pour imposer une divergence du champ magnétique nulle et il en résulte des zones non-physiques de divergence non nulle. Cependant, cela ne mène à aucune instabilité numérique (Aulanier *et al.*, 2005). En effet, nous avons caractérisé à posteriori les erreurs commises sur la divergence, avec les estimateurs suivants :

$$E = \frac{\vec{\nabla} \cdot \vec{B}}{\left| \frac{\partial B_x}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial B_z}{\partial z} \right|} \quad \text{et} \quad E' = \vec{\nabla} \cdot \vec{B} \frac{\delta_x}{|B|}. \quad (4.48)$$

Ce dernier mesure l'erreur sur  $B$ , alors que l'autre est plutôt une mesure de l'erreur sur les gradients de  $B$ . Notons que comme, on devrait avoir  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ , quelle que soit l'erreur absolue, l'erreur relative est infinie. Ce qui rend ces estimations d'erreurs difficiles. Toutefois, dans les simulations réalisées ici, la moyenne de ces deux estimateurs sur l'ensemble du domaine est de  $5 \times 10^{-4}$  et  $2 \times 10^{-7}$  respectivement. Ce qui permet d'affirmer que l'erreur sur la divergence de  $B$  est acceptable.

Le calcul des dérivés se fait en utilisant 5 points et en se basant sur une combinaison de développement en série de Taylor. La discrétisation spatiale est ainsi d'ordre 3. La discrétisation temporelle est de type prédicteur-correcteur. Cette méthode donne des résultats plus stables et plus précis, mais au prix de calculer deux fois chaque équation.

Le terme  $\nu \Delta \vec{u}$  est inclus pour la stabilité numérique. En effet, sans viscosité artificielle, les gradients se raidissent et génèrent des instabilités numériques qui résultent en des oscillations dans les zones de gradient fort. Pour que ces oscillations de Gibbs n'apparaissent pas, il faut que la viscosité soit réglée de manière à ce que le nombre de Reynolds soit de l'ordre de l'unité à l'échelle de la maille :  $Re = u \delta_x / \nu \sim 1$ . De la même façon, lorsque des gradients raides de densité sont présents, il faut introduire un terme de diffusion de masse :  $\zeta \Delta \rho$ . Pour optimiser le choix de ces coefficients de diffusion numérique, on les calcul dynamiquement au cours de la simulation :

$$\nu = \zeta = 0,1 \times u_{max} \delta_x. \quad (4.49)$$

Ce choix est global à toute la simulation, or la vitesse maximale,  $u_{max}$ , n'est pas forcément réalisée là où les gradients sont les plus forts. C'est ce qui explique le coefficient 0,1 dans l'équation ci-dessus.

#### 4.4.1.2 Traitement de la température

Ce code n'étant pas conservatif, peut suivre directement la température à partir de l'énergie thermique (définie au chapitre 1, §1.2.1). Pour dériver l'équation d'évolution de la température, on part du premier principe de la thermodynamique appliqué à la partie thermique (équation 1.30), pour un gramme de matière (variables spécifiques) :

$$d\epsilon_{th} = \delta\epsilon_{nuc} - P_{th}dv,$$

où  $\epsilon_{th}$  et  $v$  sont l'énergie thermique et le volume spécifique. La variation du volume spécifique  $dv$  s'écrit :  $d(1/\rho) = -d\rho/\rho^2$ . De l'équation de conservation de la masse on a :  $d\rho/dt = -\rho\vec{\nabla}\cdot\vec{u}$  et donc

$$\frac{d\epsilon_{th}}{dt} = -\frac{P_{th}}{\rho}\vec{\nabla}\cdot\vec{u}.$$

Préférant travailler avec les grandeurs volumiques, on utilise :  $dEth/dt = \epsilon_{th}d\rho/dt + \rho d\epsilon_{th}/dt$ , ce qui donne pour l'évolution de l'énergie thermique volumique :

$$\frac{dEth}{dt} = \frac{\partial Eth}{\partial \rho}d\rho + \frac{\partial Eth}{\partial T}dT = -(E_{th} + P_{th})\vec{\nabla}\cdot\vec{u}.$$

Les dérivées partielles ne dépendent que de l'équation d'état et peuvent être tabulées. On en déduit l'équation d'évolution de la température :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u}\cdot\vec{\nabla}T = \left( \dot{Q}_{nuc} - \left( E_{th} + P_{th} - \rho \frac{\partial Eth}{\partial \rho} \right) \vec{\nabla}\cdot\vec{u} \right) / \frac{\partial Eth}{\partial T} \quad (4.50)$$

Pour les mêmes raisons numériques décrites pour la vitesse et la densité, les forts gradients introduits par la combustion, nécessitent l'utilisation d'une diffusion de la température :  $\kappa\Delta T$ . Le coefficient  $\kappa$  est également calculé selon l'équation (4.49).

#### 4.4.1.3 Modèle de flamme

Dans cette étude, nous sommes intéressés par les propriétés de l'écoulement à grande échelle, entre  $H = 100$  et  $1000$  km. Or à ces échelles, une déflagration thermonucléaire ne peut pas être résolue, car sa largeur est, au mieux, de quelques centimètres (voir figure 3.15(b)). Comme on souhaite seulement étudier la possibilité de générer des perturbations à grande échelle, que ce soit par la flamme instable ou par reconnexion de lignes de champ, il faut utiliser un modèle pour propager la flamme non-résolue à la bonne vitesse. Le modèle classique consiste à utiliser une variable d'avancement de réaction,  $\phi$ , pour suivre l'état de la réaction. Cette variable est advectée par l'écoulement. Elle est aussi consommée et diffusée pour représenter la propagation :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{u}\cdot\vec{\nabla}\phi = R(\phi) + D\Delta\phi, \quad (4.51)$$

avec  $D$  et  $R(\phi)$  deux paramètres représentant respectivement une diffusivité et un terme de réaction. Ces paramètres sont choisis de façon à avoir un front de  $\phi$  se propageant à  $V_{fl}$ , mais assez large pour être résolu dans des simulations à grande échelle. C'est le modèle ADR, pour Advection-Diffusion-Réaction. Pour le choix le plus simple d'un taux de réaction constant :

$$R(\phi) = \begin{cases} R = \text{cste} & \text{si } 1 \geq \phi > \phi_0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.52)$$

la vitesse de propagation d'un front stationnaire par l'équation (4.51) et sa largeur sont (Khokhlov, 1995) :  $V = \sqrt{RD/\phi_0}$  et  $\delta = \sqrt{D/R}$ . Pour obtenir  $V = V_{fl}$  et  $\delta = n\delta_x$ , où  $n$  est un entier et  $\delta_x$  est la résolution, il faut donc choisir :

$$D = V_{fl}n\delta_x\sqrt{\phi_0} \text{ et } R = \frac{V_{fl}}{n\delta_x}\sqrt{\phi_0} \quad (4.53)$$

Cependant ce terme de réaction ne s'annule pas quand la réaction se termine et surtout il passe brutalement de 0 à R. Ainsi on a préféré utiliser un terme plus lisse qui s'annule quand  $\phi \rightarrow 1$ . Ce terme utilisé par Townsley *et al.* (2007) s'écrit :

$$R(\phi) = R\phi(1 - \phi) \quad (4.54)$$

Dans ce cas les paramètres  $R$  et  $D$  deviennent :

$$\begin{cases} R = \frac{1}{16}V_{fl}n\delta_x \\ D = \frac{4V_{fl}}{n\delta_x}\sqrt{\phi_0} \end{cases} \quad (4.55)$$

C'est ce modèle que nous utilisons dans le code OHM, car il permet d'éviter des gradients trop raides de la variable d'avancement  $\phi$ . Cette méthode nécessite la connaissance de  $V_{fl}(\rho)$ , pour cela on utilise un ajustement de nos résultats (figure 3.15(a)) :

$$V_{fl} = 10^{a \log(\rho)^3 + b \log(\rho)^2 + c \log(\rho) + d}, \quad (4.56)$$

avec  $a = 0,128$ ,  $b = -3,54$ ,  $c = 33,5$  et  $d = -106$ . Cette méthode est simple à réaliser car toute la chimie est traitée par la seule équation (4.51). Mais cette simplicité a un coût : elle ne peut pas reproduire la libération d'énergie en plusieurs étapes d'une déflagration thermonucléaire. Ainsi pour être capable de modéliser correctement la nucléosynthèse, Calder *et al.* (2007) utilisent trois variables d'avancement  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  et  $\phi_3$  correspondant à chaque étape de la combustion. Mais, cette complexification n'étant pas nécessaire pour nos simulations, nous n'avons implémenté qu'une seule variable d'avancement.

Ensuite, pour coupler ce front à la dynamique du fluide, on libère l'énergie nucléaire selon l'expression :

$$\dot{Q}_{nuc} = 5,88 \times 10^{17} \rho R(\phi) \text{ erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1} \quad (4.57)$$

où  $5,88 \times 10^{17}$  est l'énergie spécifique libérée par la combustion du mélange carbone-oxygène de densité  $\rho_0 = 1 \times 10^8 \text{ g cm}^{-3}$  jusqu'à l'équilibre nucléaire statistique. La pression est calculée en utilisant une masse atomique moyenne donnée par :  $\bar{A} = 13,714 + 7,868\phi$ , où 13,714 est celle du mélange carbone oxygène et  $\bar{A}(\phi = 1) = 21,58$  est celle des produits de combustion finaux. En négligeant les corrections coulombiennes, qui sont négligeables aux densités considérées ( $\rho < 1 \times 10^8 \text{ g cm}^{-3}$ ), la pression s'écrit :

$$P = P_e(\rho, T) + \frac{\rho}{\bar{A}m_u} k_B T + \frac{1}{3} a T^4 \quad (4.58)$$

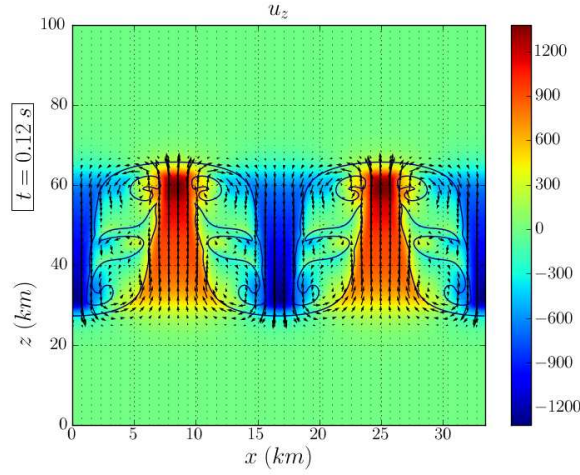


FIGURE 4.21 – Carte de la vitesse verticale du fluide avec, superposé, le champ 2D des vecteurs vitesses et l'iso-contour de densité à  $\rho = 1 \times 10^8 \text{ g cm}^{-3}$  pour une instabilité Rayleigh-Taylor dans un champ de gravité  $g = 10^{10} \text{ cm s}^{-2}$ , généré par une perturbation initiale sinusoïdale. La vitesse vertical correspond aux estimation de  $V_{RT}$  par l'équation (4.60).

#### 4.4.2 Combustion et instabilités magnétiques

Nous allons simuler une coupe rectangulaire de quelques centaines de kilomètres dans la direction radiale, dans laquelle une flamme se propage dans la direction opposée à la gravité. Comme les cendres sont beaucoup plus chaudes et légères que le combustible froid, cette configuration est instable vis à vis de l'instabilité de Rayleigh-Taylor. Ces études étant préliminaires, on se restreindra à une flamme initialement à la densité  $\rho_0 = 1 \times 10^8 \text{ g cm}^{-3}$  de vitesse constante. On utilisera  $V_{fl} = 10 \text{ km s}^{-1}$ , calculée par [Khokhlov \(1995\)](#) en tenant compte des instabilités intrinsèques de la flamme aux échelles sous-maille. Cette valeur est sensiblement supérieure à la valeur laminaire calculée au chapitre précédent. Aux échelles considérées, l'instabilité dominante est celle de Rayleigh-Taylor, son taux de croissance est donné par :

$$\omega_{RT} = \sqrt{\frac{2\pi g}{\lambda}} At, \quad (4.59)$$

où  $At = (\rho_0 - \rho^*)(\rho_0 + \rho^*)$  est le nombre d'Atwood,  $\rho_0 = 10^8 \text{ g cm}^{-3}$  la densité du milieu et  $\rho^* = 0,77\rho_0$ , la densité dans les cendres. Le nombre d'Atwood vaut 0,13 pour une flamme à  $1 \times 10^8 \text{ g cm}^{-3}$ . Ce qui donne une vitesse caractéristique de l'instabilité de l'ordre de :

$$V_{RT} = \omega_{RT} \lambda = \sqrt{2\pi g At \lambda}. \quad (4.60)$$

Cette vitesse est proportionnelle à la racine carrée de la gravité, du nombre d'Atwood et de la longueur d'onde. Pour une gravité de  $g = 1 \times 10^{10} \text{ cm s}^{-2}$  et pour une largeur de perturbation de 15 km, comme sur la figure 4.21, on obtient  $V_{RT} = 1160 \text{ km s}^{-1}$ . Cette estimation est proche des vitesses verticales obtenues par la simulation. D'autre part, la propagation de la flamme peut

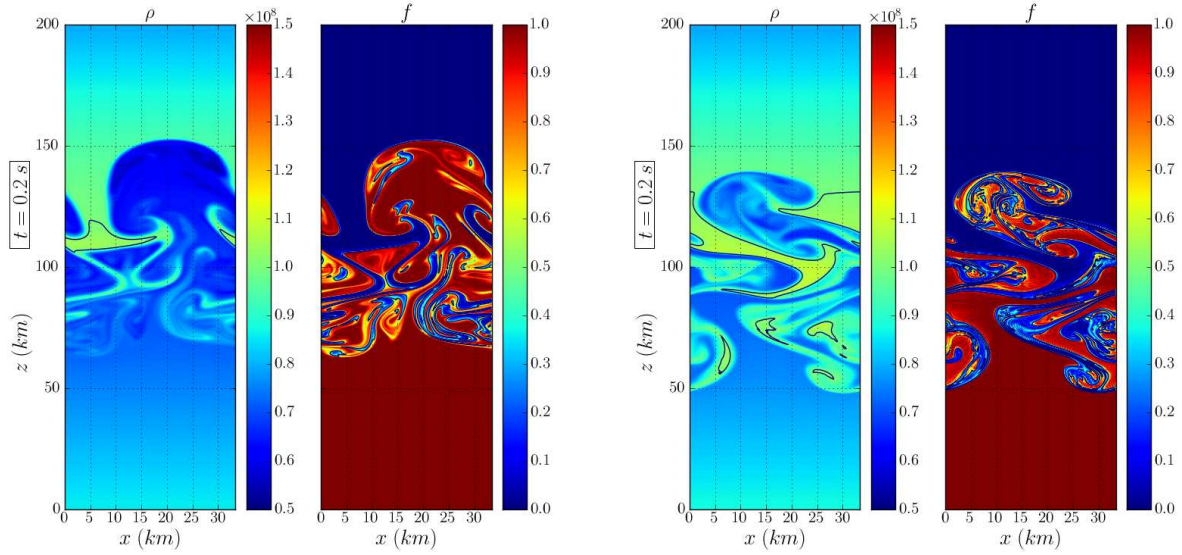


FIGURE 4.22 – **A gauche** : Instabilité Rayleigh-Taylor pour une gravité constante de  $g = 10^{10} \text{ cm s}^{-2}$ , pour une perturbation bimodale (2 perturbations de profil gaussien de tailles différentes), avec une vitesse de flamme  $V_{eff} = 10 \text{ km s}^{-1}$ . Le cadre de gauche est une carte de la densité et celui de droite de la variable d'avancement,  $\phi$ . **A droite** : Même configuration avec  $V_{eff} = 1 \text{ km s}^{-1}$ . La différence est nette : le volume total du champignon RT est beaucoup plus petit qu'à gauche. D'autre part les petites structures ne sont pas brûlées et la flamme est nettement plus convoluées.

brûler les petites perturbations et stabiliser les échelles plus petites que  $\lambda_{min} = V_{fl}^2 / 2\pi g A t$  (voir l'équation 3.58). Ce qui donne ici :  $\lambda_{min} = 122 \text{ cm}$  et donc la flamme laissera se développer les perturbations à l'échelle de nos simulations.

#### 4.4.2.1 Effets d'une flamme sur l'instabilité RT

La figure 4.22 compare le développement de l'instabilité à partir d'une perturbation bimodale, formée par deux profils gaussiens de vitesse verticale de largeurs différentes, avec une flamme standard de vitesse  $V_{eff} = 10 \text{ km s}^{-1}$  et une flamme plus lente :  $V_{eff} = 1 \text{ km s}^{-1}$ . La différence est flagrante, comme la flamme se propage en tout point perpendiculairement à sa surface, plus cette dernière est convoluée et plus le taux de combustion global augmente. Ainsi la propagation à tendance à brûler les petites structures et cela d'autant plus efficacement que  $V_{eff}$  est élevée. La flamme rapide présente ainsi une surface beaucoup plus lisse que la flamme plus lente. D'autre part, comme la combustion permet à la fois d'élargir le panaches de cendre et d'y maintenir une température élevée, ce dernier s'élève plus vite pour une flamme rapide. En effet, sur la figure 4.22, les cartes correspondent au même instant ( $t = 0,2 \text{ s}$ ) et pour la propagation plus rapide (à gauche), la bulle enflammée s'est plus élevée pendant ce laps de temps. Notons que la carte de fraction de combustible sur la figure 4.22(b) présente des instabilités numériques pour la

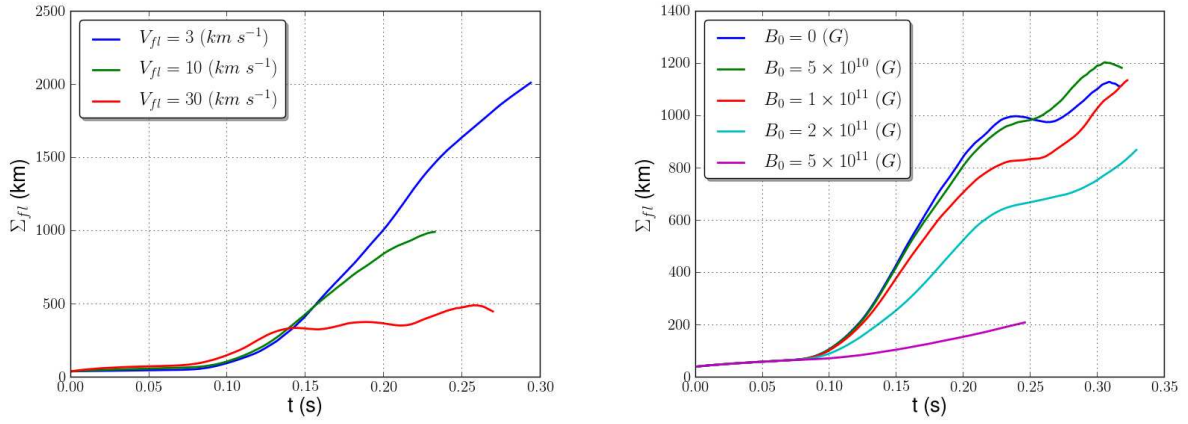


FIGURE 4.23 – **A gauche** : Surface de flamme pour la perturbation bimodale de la figure 4.22 pour trois vitesses de flamme différentes : 3, 10 et 30 km s<sup>-1</sup> en bleu, vert et rouge respectivement. La surface de flamme augmente lorsque la vitesse de flamme diminue, car l'instabilité peut alors plisser et déformer la flamme plus longtemps avant que la propagation ne brûle les petites structures de combustible. **A droite** : Périmètre de flamme pour la même perturbation bimodale en présence de différentes intensités de champ. Plus le champ magnétique est intense et plus la surface de flamme est faible. En effet, la tension magnétique gêne le développement des perturbations de petite taille.

variable  $\phi$ . En effet, pour cette variable, nous n'avons pas implémenté de diffusion numérique et seule la flamme diffuse cette variable proportionnellement à  $V_{eff}$ . Pour  $V_{eff} = 1$  km s<sup>-1</sup> ce n'est pas suffisant. Cependant cela n'a pas d'effets dramatiques sur les autres variables. Pour mesurer l'effet décrit ci-dessus, on peut mesurer la surface de flamme ( $\Sigma_{fl}$ ) pour les simulations 3D ou le périmètre ( $L_{fl}$ ) à 2D, définis respectivement par :

$$\Sigma_{fl} = \frac{1}{V_{eff}} \int_V |\dot{\phi}| dV. \quad (4.61)$$

$$L_{fl} = \frac{1}{V_{eff}} \int_S |\dot{\phi}| dS. \quad (4.62)$$

En effet, la variation de la fraction de combustible, sur toute la simulation, est proportionnelle à la surface et à la vitesse de flamme. Dans nos simulation 2D, le périmètre de flamme s'obtient en intégrant sur la surface totale de simulation. C'est ce qui a été fait pour la figure 4.23(a), qui représente la périmètre de flamme pour trois vitesses de flamme différentes :  $V_{eff} = 3, 10$  et 30 km s<sup>-1</sup>. Le cas  $V_{eff} = 1$  km s<sup>-1</sup> représenté sur la figure 4.22(b) n'est pas inclus car il présente de fortes instabilités numériques qui empêche une mesure fiable de la surface par cette méthode. On observe que, comme prévu, la surface de la flamme diminue avec la vitesse de flamme, celle-ci brûlant plus efficacement les petites structures lorsque sa vitesse est élevée.



#### 4.4.2.2 Champ magnétique

Le champ magnétique a aussi un effet important sur le développement de l'instabilité Rayleigh-Taylor. Nous avons étudié un champ stratifié avec la densité. Celui-ci rajoute une composante de gradient de pression magnétique à l'équilibre hydrodynamique. Mais c'est surtout la tension magnétique qui va gêner le développement de l'instabilité, selon son intensité et la direction du champ.

**Analyse linéaire :** Un champ horizontal et perpendiculaire à la gravité va générer une tension à l'interface entre cendres et combustible qui va freiner le développement de l'instabilité Rayleigh-Taylor. Son taux de croissance devient **Chandrasekhar (1961)** :

$$\omega_{RT} = \frac{2\pi g}{\lambda} \left( At - \frac{B^2}{\lambda(\rho^* + \rho_0)g} \right) \quad (4.63)$$

Ainsi, le champ magnétique stabilise les perturbations plus petites que l'échelle critique :

$$\lambda_{c,B} = \frac{B^2}{g(\rho_0 - \rho^*)} \quad (4.64)$$

Dans nos simulations, cette échelle est petite :  $\lambda_{c,B} = 4335$  cm pour un champ de  $10^{10}$  G et l'instabilité RT pourra se développer. En revanche, pour un champ initial  $B_0 = 5 \times 10^{11}$  G,  $\lambda_{c,B} \sim 100$  km, et le champ magnétique bloque efficacement le développement de l'instabilité, comme sur la figure 4.26 ou 4.23(b), où la surface de flamme pour un tel champ n'augmente quasiment pas.

Pour un champ vertical, l'équation que vérifie le taux de croissance est plus complexe (**Chandrasekhar (1961)** eq. (209)) :

$$\omega^3 + 2k(\sqrt{\alpha_2} + \sqrt{\alpha_1})\omega^2 + k(2k + \alpha_1 - \alpha_2)\omega - 2k^2(\sqrt{\alpha_2} - \sqrt{\alpha_1}) = 0, \quad (4.65)$$

avec  $\alpha_1 = \rho^*/(\rho_0 + \rho^*)$ ,  $\alpha_2 = \rho_0/(\rho_0 + \rho^*)$  et où  $k = 2\pi/\lambda$  et  $\omega$  sont exprimés en unité de  $g/V_a^2$  cm<sup>-1</sup> et  $g/V_a$  s<sup>-1</sup>, avec  $V_a$  la vitesse d'Alfvén définie par :  $V_a^2 = B^2/4\pi(\rho_0 + \rho^*)$ . Cette équation n'a pas de solution générale. En revanche, pour les grandes longueurs d'onde, ou quand  $k \rightarrow 0$ , on obtient la relation asymptotique suivante :  $\omega^2 = k(\alpha_2 - \alpha_1)$ . Ce qui donne, en unités conventionnelles :  $\omega^2 = 2\pi g At/\lambda$ . Ainsi, un champ vertical n'a pas d'effet sur les perturbations de grandes longueurs d'onde, car on retrouve le taux de croissance sans champ magnétique. Une perturbation grande signifie  $k \ll g/V_a$ , c'est à dire  $\lambda \gg 2g(\rho_0 + \rho^*)/B^2 \sim 3,5 \times 10^{-2}$  cm pour un champ de  $10^{10}$  G. Ainsi, à l'échelle de nos simulations, un champ vertical n'aura pas d'effet sur le développement des instabilités Rayleigh-Taylor. D'autre part, comme on le verra plus tard, ce type de topologie se prête moins à la reconnexion. On ne considérera donc dans la suite que des champs horizontaux.

**Simulations numériques :** Les taux de croissance donnés par les équations (4.63) et (4.65) indiquent quels seront les effets d'un champ horizontal ou vertical selon son intensité et pendant le régime linéaire. Cependant, d'une part ce régime ne dure pas et, d'autre part, l'effet de la

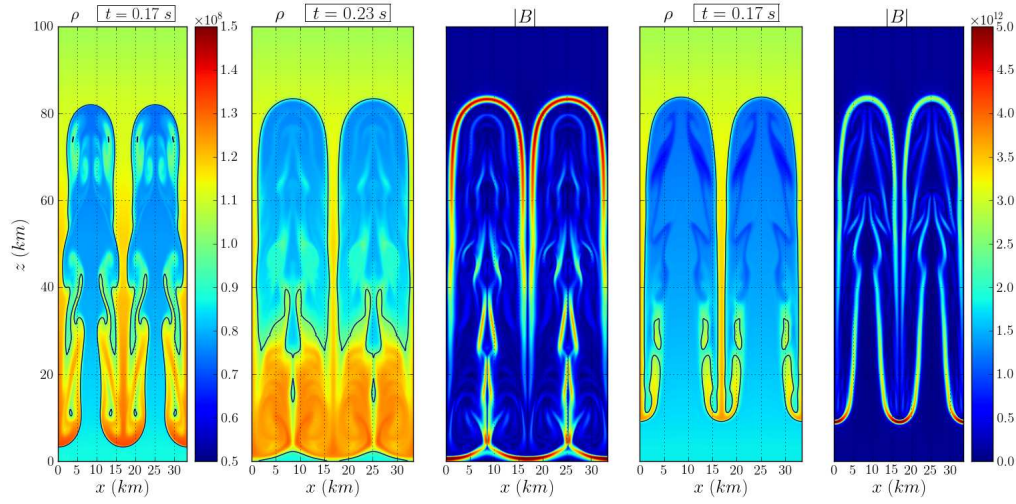


FIGURE 4.24 – Cartes 2D : densité (1) sans flamme et sans champ, densité (2) et norme du champ magnétique (3) en l'absence de flamme pour un champ initial de  $B_0 = 10^{11}$  G et densité (4) et norme du champ (5) avec flamme et champ magnétique ( $B_0 = 10^{11}$  G). Les cartes 2 et 3 correspondent à  $t = 0, 23$  s, pour mettre en évidence l'effet de blocage de l'instabilité RT par le champ magnétique. En effet celui-ci est amplifié jusqu'à ce que sa tension contrecarre l'effet de la poussée d'Archimède. Les cartes 4 et 5 montrent que la flamme se propage à travers l'accumulation de champ en amont du champignon.

propagation de la flamme rajoute un degré de complexité, rendant la simulation numérique absolument nécessaire. Avant de passer aux simulations lourdes à partir desquelles on dérivera nos résultats, on présentera dans la suite des simulations moins coûteuses qui mettent en évidence les principaux effets du champ magnétique sur une flamme.

La figure 4.24 compare plusieurs simulations sur de petits domaines ( $L = 33$  km et  $H = 100$  km avec  $n_x = 301$  et  $n_z = 901$ ) pour une instabilité Rayleigh-Taylor standard (sans champ et sans flamme) et pour un champ magnétique de  $10^{11}$  G avec ou sans flamme. La graine utilisée ici est sinusoïdale, ce qui permet d'avoir des panaches réguliers et symétriques. Dans le cas standard, seule une carte de la densité est tracée alors que lorsque le champ magnétique est non nul, une carte de l'intensité du champ est aussi représentée. Les cartes de densité mettent en évidence une structure beaucoup plus lisse en présence de champ magnétique, car la tension magnétique gêne la formation des petites échelles. D'autre part, les bulles chaudes en flottant et les parties plus denses en s'enfonçant, s'entourent d'une zone de champ magnétique plus fort (visible sur les cartes 3 et 5 de cette figure). Ce mécanisme d'amplification du champ magnétique est discuté dans la partie suivante. Ainsi, en l'absence de flamme, le champ est amplifié de plus d'un facteur 50 jusqu'à  $B \sim 5 \times 10^{12}$  G. La tension magnétique engendrée par ce champ est suffisante pour réduire nettement la vitesse des panaches ascendants. En effet, les panaches sont à la même altitude alors que les instantanés de la simulation sans flamme (cartes 2 et 3) correspondent à  $t = 0, 23$  s, tandis que l'instantané du cas standard est pris à  $t = 0, 17$  s. Cet effet est nettement moins fort lorsque la flamme peut se propager. En effet, en se propageant, la flamme va agrandir



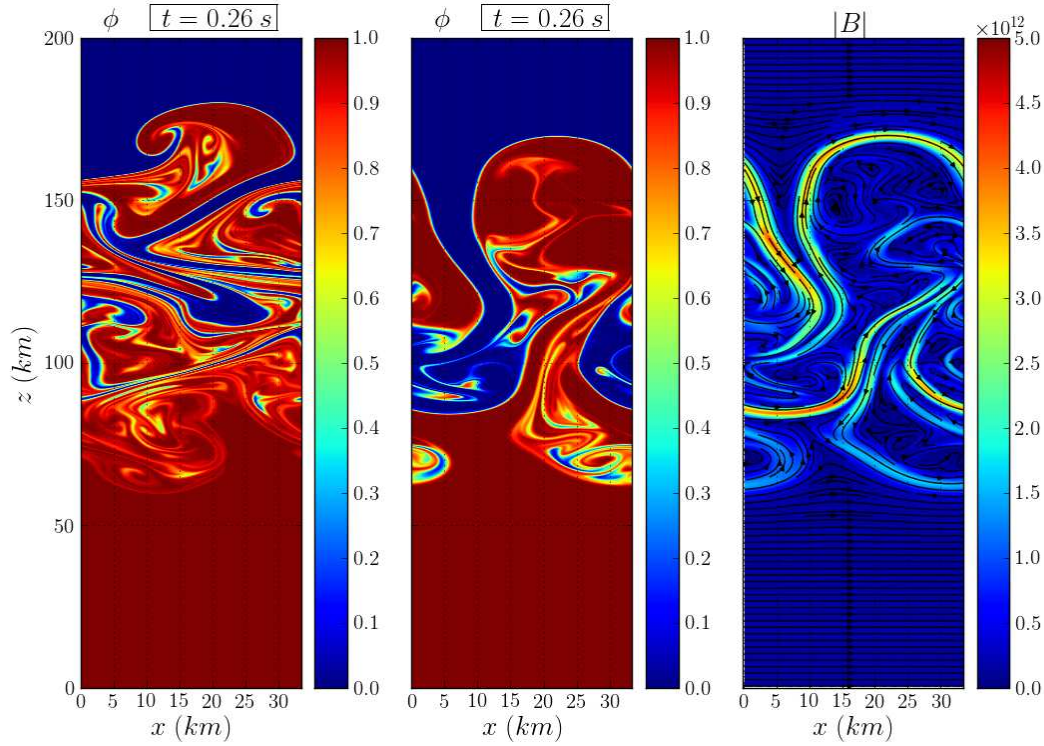


FIGURE 4.25 – Effet d'un champ magnétique sur la propagation de la flamme : carte de la variable d'avancement et de l'intensité du champ pour le cas magnétisé ( $B_0 = 2 \times 10^{11}$  G) au centre et à droite, comparées à une flamme sans champ à gauche. La différence est nette : le panache de cendres a une surface plus lisse et présente très peu de sous-structures.

le panache de cendres et passer au travers de la zone d'accumulation du champ magnétique. Ainsi au même instant ( $t = 0,17$  s), les deux panaches sont à la même altitude. D'autre part, comme la flamme se propage à travers le champ, celui-ci s'accumule moins efficacement en amont du panache et l'amplification est moindre :  $B \sim 3 \times 10^{12}$  G.

La figure 4.25 met en évidence ces mêmes effets du champ magnétique pour une structure de flamme plus complexe, générée par une perturbation bimodale. La carte de gauche représente la variable d'avancement  $\phi$  pour une flamme standard ( $V_{eff} = 10$  km s $^{-1}$ ) à 0,26 s en l'absence de champ magnétique et le panneau central correspond à cette même variable en présence d'un fort champ magnétique ( $B_0 = 2 \times 10^{11}$  G). Enfin, la partie de droite superpose les lignes de champ à une carte de l'intensité du champ pour la même simulation qu'au centre et au même instant. Cette figure met clairement en évidence l'effet du champ sur le panache de cendres : ce dernier est plus lisse, de surface plus restreinte et plus compact. D'autre part, on observe la formation d'une chape de fort champ magnétique autour du panache principal. Les lignes de champ sont tordues de façon à épouser les contours de la bulle exerçant ainsi une forte tension sur tout le contour, empêchant la formation de petites structures. La surface de flamme diminue donc avec

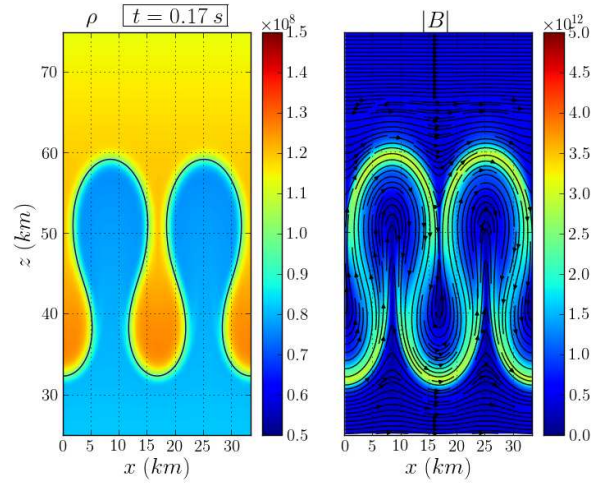


FIGURE 4.26 – Blocage de l'instabilité Rayleigh-Taylor purement MHD (sans flamme) par un champ fort :  $B_0 = 5 \times 10^{11}$  G. On note que le champ est, finalement, moins fort que dans les cas des figures 4.25 ou 4.24, car la tension magnétique empêche l'instabilité de se développer réellement et donc les lignes de champ sont peu compressées et l'amplification peu efficace.

l'intensité du champ, ce qui illustré sur la figure 4.23(b). Ainsi, le champ ralentit la flamme par deux effets complémentaires : la tension qui exerce une force de rappel et la diminution de la surface de flamme qui réduit la vitesse effective de propagation de la combustion. Enfin pour des champs trop forts, dépassant les prédictions linéaires, l'instabilité peut être complètement bloquée, comme sur la figure 4.26. Dans ce cas, le panache avance uniquement par propagation de la combustion normalement à sa surface.

#### 4.4.2.3 Perturbation initiale

Nous n'avons pas eu le temps de caractériser exhaustivement l'effet du choix de la graine initiale à partir de laquelle se développe l'instabilité Rayleigh-Taylor. Cependant, il semblerait que quelle que soit la graine initiale, l'instabilité 2D croisse jusqu'à l'échelle de largeur du domaine. Les figures 4.27 et 4.28 montrent le développement de la flamme à partir de la graine bimodale décrite précédemment et d'une graine d'échelle spatiale nettement plus petite composée de 6 gaussiennes. Lors de la phase de développement initial, pour  $t = 0,09$  s, les évolutions sont différentes, mais peu à peu les petites échelles fusionnent, aidées par la flamme, et forment des structures de plus en plus grosses jusqu'à atteindre la largeur du domaine. Notons que sur cette figure, les données de simulations ont été périodisées d'un facteur trois, ce qui explique qu'à  $t = 0,48$  s on observe trois panaches. Ceux-ci sont en fait aussi large que le domaine de simulation.

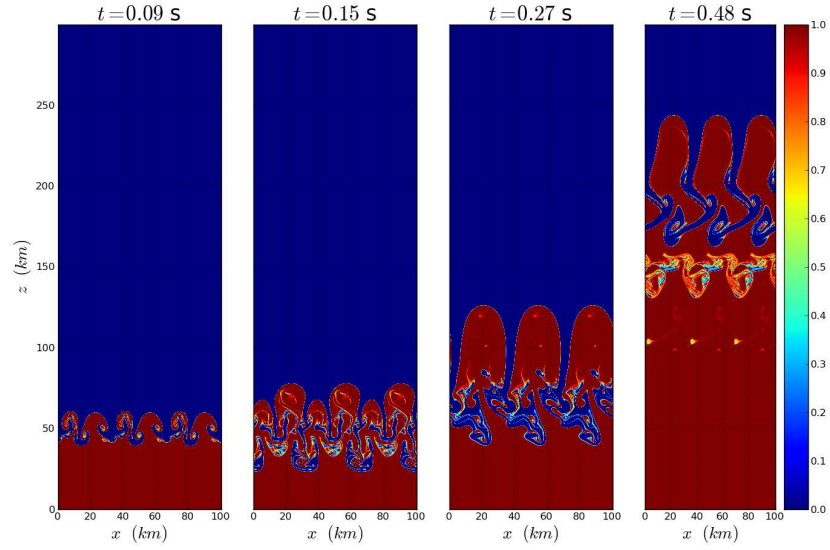


FIGURE 4.27 – Carte 2D de la variable d'avancement périodisée trois fois. La perturbation initialement bimodale évolue rapidement vers une structure de la taille de la largeur du domaine de simulation. Cela se traduit par trois larges panaches, puisque le domaine est périodique.

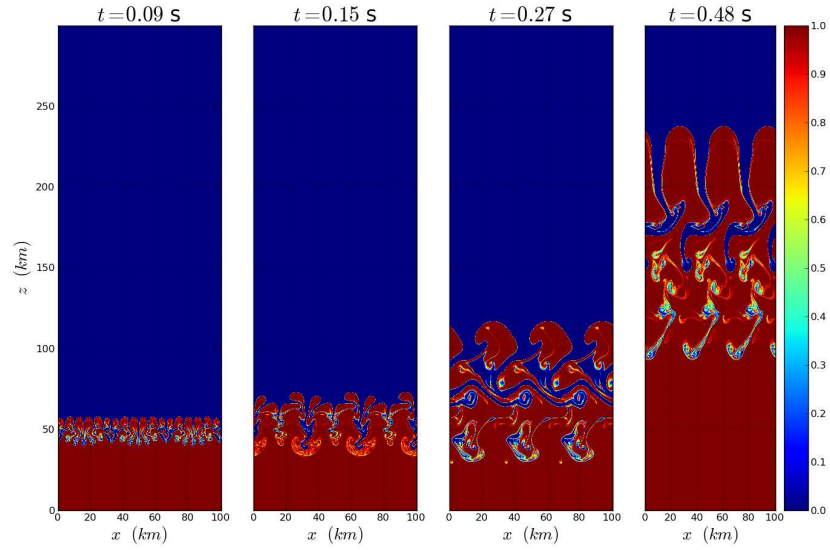


FIGURE 4.28 – Même chose pour une perturbation initiale composée de 6 petites graines. Malgré des tailles initialement nettement plus petites, l'instabilité croît pour atteindre des échelles semblables au cas bimodale de la figure 4.27.

### 4.4.3 Amplification et reconnexion

Après avoir présenté les effets de la flamme et du champ magnétique sur l'instabilité Rayleigh-Taylor en milieu magnétique, nous allons nous intéresser maintenant à la possibilité de générer des perturbations, voire des chocs, à travers la reconnexion du champ magnétique. Ces simulations à grande échelle, nécessitent une diffusivité magnétique numériquement augmentée et donc un nombre de Reynolds magnétique artificiellement diminué. Ainsi le mécanisme de Sweet-Parker (Parker, 1957), fondé uniquement sur la diffusion des lignes de champ est artificiellement accéléré. Or dans la réalité, à hauts nombres de Reynolds, ce mécanisme est trop lent car les taux de collisions sont trop faibles et les recherches actuelles se focalisent sur les mécanismes qui pourraient accélérer ce taux de reconnexion (Aunai *et al.* (2011) par exemple). Quoi qu'il en soit, peu importe le régime de reconnexion, si le champ magnétique est amplifiée suffisamment et que la topologie permet la reconnexion, des jets de plasmas seront produits avec des vitesses de l'ordre de la vitesse d'Alfven :  $C_a^2 = B^2/8\pi\rho$ . Or initialement, la pression au niveau de la flamme est de l'ordre de  $P_0 \sim 3 \times 10^{25}$  erg cm<sup>-3</sup> et donc pour que le champ magnétique puisse avoir un effet dynamique sur le plasma, il faut que la pression magnétique soit du même ordre. On mesure cela par le paramètre  $\beta$ , définit comme :

$$\beta = \frac{P}{P_m} = \frac{P}{B^2/8\pi}. \quad (4.66)$$

Lorsque ce paramètre vaut 1, les deux pressions sont équivalentes et la tension magnétique a un effet notable sur l'écoulement et ainsi la reconnexion crée des jets de plasma. Ceux-ci ayant une vitesse de l'ordre de la vitesse d'Alfven, qui pour  $\beta \sim 1$  est de l'ordre de la vitesse du son :  $C_a \sim C_s$ , ils seront quasiment sonique et généreront des chocs ou au moins de fortes perturbations. Pour que ce paramètre s'approche de l'unité dans notre contexte, il faudrait un champ magnétique de  $B_0 = 2,7 \times 10^{13}$  G. Il est impossible d'avoir un tel champ initialement à l'intérieur de la naine blanche. Cependant, un nombre croissant de naines blanches magnétiques sont détectées avec des champs de surface allant jusqu'à  $10^9$  G. Kutsuna et Shigeyama (2012) ont estimé que le champ au centre pouvait atteindre une intensité de quelques  $10^{12}$  G. Comme l'estimation du champ interne des naines blanches est un domaine encore très mal connu, on étudiera de manière exploratoire des champs initiaux de topologie simple dont l'intensité varie entre  $B_0 = 1 \times 10^{10}$  G et  $2 \times 10^{11}$  G, pour lesquels  $\beta$  vaut respectivement  $7,5 \times 10^6$  et  $1,9 \times 10^4$ .

Pour un plasma de  $\beta$  initialement élevé, le fluide impose sa dynamique à travers le terme d'induction :  $\vec{\nabla} \times (\vec{u} \times \vec{B})$  et les lignes de champs, figées dans le fluide en MHD idéale, sont distordues et compressées. Ce faisant, le champ est amplifié par les mouvements de magnéto-convection. D'autre part, ces mouvements créent de nombreuses configurations, où des lignes de champs de directions opposées se rencontrent. Cette configuration est représentée schématiquement sur la figure 4.29(b). Grâce au terme de diffusion magnétique, les lignes de champ têtes bêtes vont se reconnecter, ce qui crée une configuration, juste après reconnexion, où la tension magnétique est très forte (représentée en rouge). Dans ce cas, si le champ a été assez amplifié pour que  $\beta \sim 1$ , la tension magnétique sera assez forte pour créer deux jets de plasma. Ces perturbations pourraient correspondre à la source recherchée pour notre mécanisme. Ces situations existent lors de la magnéto-convection, comme l'atteste la figure 4.29(a) qui montre une situation extraite

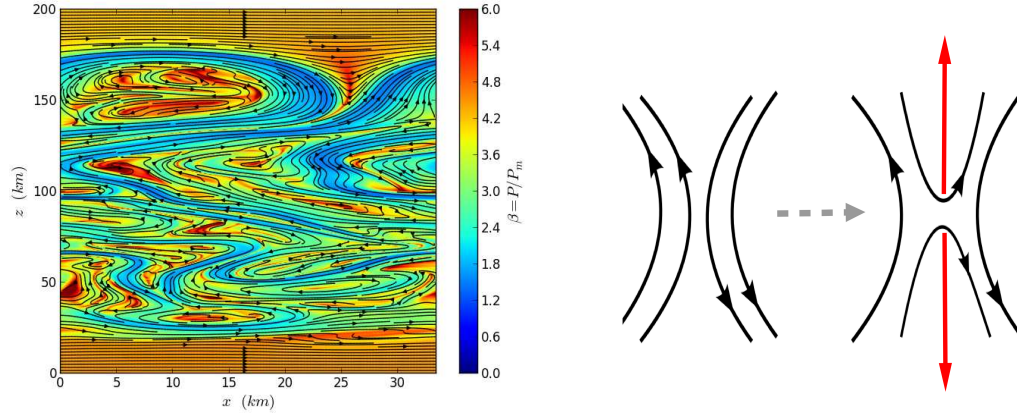


FIGURE 4.29 – **A gauche** : Carte du paramètre  $\beta$  et lignes de champ magnétique. Les régions en bleu correspondent à un champ magnétique fortement amplifié. Un certains nombres de régions présentent des lignes de champ qui pourraient se reconnecter. Cependant  $\beta$  reste de l'ordre de 10 et la pression du plasma domine toujours. **A droite** : Schéma du mécanisme de reconnexion, les flèches rouges représentent les jets de plasma générés lors du processus.

de nos simulations où les lignes de champ mettent en évidence des topologies favorables à la reconnexion. Cependant la carte de  $\beta$  représentée en arrière plan, montre que le champ n'est pas assez fort. Celui-ci a été nettement amplifié : de jaune orangé correspondant à  $\beta \geq 10^4$ , il est passé à bleu sombre correspondant à  $\beta \sim 10$ . Cela correspond à une amplification de la pression magnétique d'un facteur 1000 et du champ d'un facteur 30. Mais ce n'est pas suffisant pour une reconnexion dynamique.

Pour étudier l'amplification, nous avons réalisé une série de simulations à résolution élevée sur des domaines assez étendus pour observer l'amplification et sa saturation. Le domaine simulé correspond à une tranche cartésienne de hauteur  $H = 600$  km sur  $L = 33$  km, dans la direction radiale de la naine blanche. Ce domaine est divisé en  $n_z = 16\,209 \times n_x = 903$  cellules. Pour réaliser une telle simulation, il a fallu paralléliser le code en utilisant MPI pour les communications. Les résultats de ces simulations, concernant l'amplification sont rassemblés dans la figure 4.30. On distingue une phase initiale d'amplification rapide suivie d'une phase où l'amplification sature, tandis que la diminution du  $\beta$  est due à la diminution de la pression du gaz dans le gradient de densité. On note que la valeur du  $\beta$  du plasma dans le régime saturé est indépendante du champ initial. En effet, l'augmentation de l'intensité du champ réduit la vitesse verticale de l'instabilité Rayleigh-Taylor, ce qui en conséquence réduit l'amplification. Lorsque  $\beta$  vaut dix, la pression magnétique est de l'ordre de  $P_m \sim 10^{24}$  erg cm $^{-3}$ . La vitesse caractéristiques des champignons Rayleigh-Taylor est alors d'environ 2000 km s $^{-1}$  et leur densité de l'ordre de  $5 \times 10^7$  g cm $^{-3}$ . Leur énergie cinétique est donc d'environ  $E_{cin}^{RT} \sim 2 \times 10^{24}$  erg cm $^{-3}$ , ce qui correspond quasiment à équipartition entre énergie magnétique et énergie cinétique. Cela signifie que la pression dynamique est de l'ordre de la tension magnétique lorsque la saturation est atteinte.



**Saturation :** En MHD non-idéale le terme :  $\eta \Delta \vec{B}$  entraîne une légère diffusion des lignes de champ par rapport au fluide, qui vient contrer les effets de l'amplification et mène à une saturation lorsque ces deux termes sont égaux en norme. Ainsi la magnéto-convection permet d'amplifier le champ magnétique, mais sature quand :

$$|\vec{\nabla} \times (\vec{u} \times \vec{B})| \sim |\eta \Delta \vec{B}|, \quad (4.67)$$

c'est à dire quand le terme d'induction est compensé par le terme de diffusion. Or en 2D, la conservation du flux magnétique s'écrit :  $B_i R_{RT} = B_f L$ , avec  $R_{RT}$  le rayon d'une structure Rayleigh-Taylor et  $L$  la longueur caractéristique de diffusion.  $|\vec{\nabla} \times (\vec{u} \times \vec{B})| \sim u_{RT} B / R_{RT}$  et  $|\Delta \vec{B}| \sim B / L^2$ , ainsi le rapport d'amplification maximum est :

$$\frac{B_f}{B_i} = \sqrt{\frac{u_{RT} R_{RT}}{\eta}} = \sqrt{Rm}, \quad (4.68)$$

où  $Rm$  est le nombre de Reynolds magnétique. Cette formule prédit un maximum d'amplification qui ne correspond pas parfaitement aux simulations mais donne quand même des prédictions qualitativement correcte. Notamment, plus la résistivité est faible et plus l'amplification est forte. Or, selon [Chandrasekhar \(1961\)](#), p149 equation (14), celle-ci s'écrit :

$$\eta = \frac{1}{4\pi\sigma_e}, \quad (4.69)$$

où  $\sigma_e$  est la conduction électrique du plasma, qui se déduit de la conductivité thermique calculé avec l'équation 3.44 :

$$\sigma_e = \frac{3e^2}{\pi^2 k_B^2 T c^2} \sigma_{th}. \quad (4.70)$$

Notons que le facteur  $c^2$  provient du passage des unités CGS où  $4\pi\epsilon_0 = 1$  utilisées pour les conductivités aux unités CGS utilisées ici, pour lesquelles  $\mu_0 = 1$ . Quoi qu'il en soit, pour une déflagration dans un milieu de densité  $\rho_0 = 1 \times 10^8 \text{ g cm}^{-3}$ , la résistivité varie entre  $10^6$  et  $10^4 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ . Ainsi la résistivité numérique vérifie toujours :  $\eta_{num} \gg \eta$  et une augmentation de résolution, synonyme de diminution de  $\eta_{num}$  permettrait probablement d'atteindre des  $\beta$  plus faibles. Cependant, même parallélisé dans les limites des machines à notre disposition, c'est à dire sur une centaine de processeurs, le code ne peut pas, pour le moment, aller plus loin en résolution.

Rappelons aussi que nos simulations ont un nombre de Reynolds magnétique de l'ordre de l'unité, à cause de ces limitations numériques, alors que dans la réalité  $Rm \sim 10^6$ . Cela a pour conséquence d'accélérer le mécanisme de reconnexion dans le régime de Sweet-Parker, qui aux grands nombres de Reynolds est trop lent. Nous supposons donc que pour nos simulations ce serait dans ce régime que la reconnexion se ferait. Aux forts nombres de Reynolds, qui seront un jour accessibles numériquement, la reconnexion aurait probablement lieu dans d'autres régimes (Résistivité anormale ou reconnexion Hall où ions et électrons se découplent sur une certaine épaisseur (Simulations de ce régime par [Aunai et al. \(2011\)](#))). Toutefois, quel que soit le régime

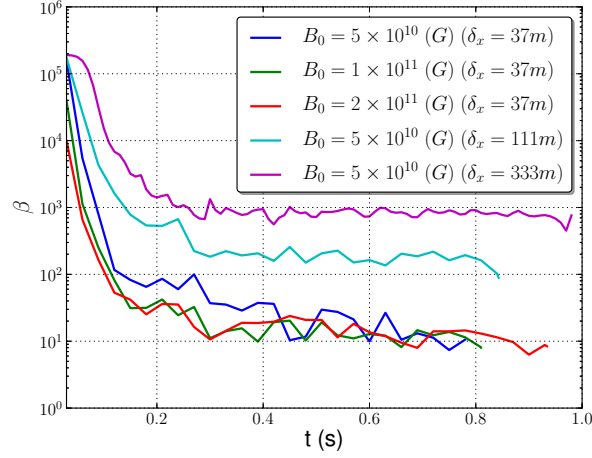


FIGURE 4.30 – Valeur minimale de  $\beta = P/P_m$  en fonction du temps. Les mouvements fluides permettent d'amplifier le champ et de diminuer  $\beta$  d'un facteur 1000. Cependant en 2D l'amplification sature selon l'équation (4.68). Notons que la valeur de saturation est la même quel que soit le champ initial. En effet, un champ plus fort ralentit le panache Rayleigh-Taylor, qui amplifie moins le champ en retour. D'autre part, une meilleure résolution permettant un  $\eta_{num}$  plus faible permet une amplification plus forte. Ainsi une diminution de  $\delta_x$  d'un facteur trois entraîne une diminution de  $\beta$  d'un facteur 10.

de reconnexion, la vitesse des jets de reconnexion sera toujours de l'ordre de  $C_a$ . Ce qui était l'objectif avortée de nos études exploratoires de reconnexion.

#### 4.4.4 Génération d'ondes sonores

Ce qui nous intéresse avant tout, est la possibilité pour une telle flamme thermonucléaire de générer des perturbations suffisantes ( $\gtrsim 1\%$ ). Du fait des limitations numériques, la piste de la reconnexion magnétique n'a pas pu porter ses fruits. Cependant, la flamme déformée par l'instabilité Rayleigh-Taylor, génère de l'énergie nucléaire proportionnellement à sa surface. Si cette dernière varie dans le temps de façon significative, il en va de même pour l'énergie libérée et des ondes seront générées. À partir de nos simulations à haute résolution, nous avons estimé les perturbations émises en mesurant le moment moyenné à altitude fixée, rapporté à la densité moyenne pour visualiser cette observable en unités de vitesse ( $\text{km s}^{-1}$ ). La figure 4.31 représente ces mesures à trois altitudes différentes :  $0,5H$ ,  $0,75H$  et  $H$ , ainsi que le taux d'énergie libérée intégré sur tout le domaine :

$$\dot{Q}_{nuc} = \int_S \epsilon_{nuc} R(\phi) \rho dS. \quad (4.71)$$

La vitesse du fluide augmente avec le temps du fait de la poussée des cendres chaudes en expansion et ceci est d'autant plus vrai que l'altitude est grande. En effet, la densité diminuant avec l'altitude, la vitesse augmente pour conserver l'impulsion totale. Cependant, sur ce mouvement global d'expansion, se superposent des oscillations régulières, environ toutes les 0,1 s. Celles-ci

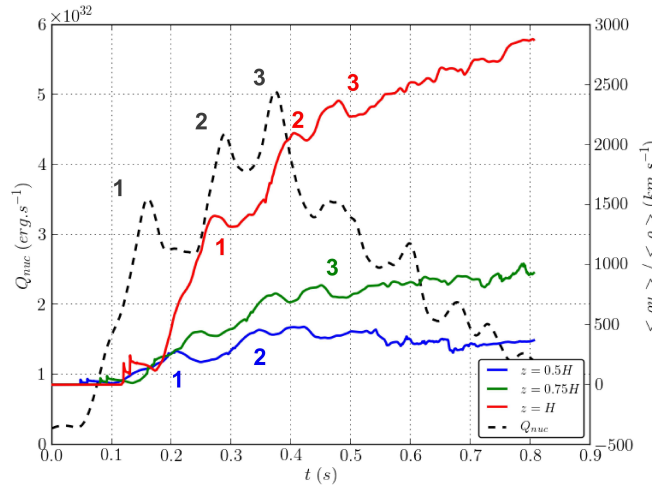


FIGURE 4.31 – Rapport du moment moyen à la densité moyenne en trois points du domaine :  $z = 0,5H$ ,  $0,75H$  et  $H$  en bleu, vert et rouge respectivement. La graine utilisée pour initialiser l'instabilité est un profil de vitesse vertical composée de trois gaussiennes. La croissance globale traduit la dilatation des produits de combustion qui poussent l'ensemble de la structure. Sur cette tendance globale, se superposent des oscillations générées par la variation du taux de génération d'énergie par la flamme (en tirets noirs). Les numéros de 1 à 3 indiquent les trois bouffées de libération d'énergie et leur propagation sous forme d'onde acoustique.

sont corrélées au taux de génération d'énergie nucléaire par la flamme, tracé en tirets noirs sur la figure 4.31. En effet, ce dernier présente trois pics, correspondant chaque fois à un instant où la flamme est très plissée avant que la propagation ne brûle les structures fines de combustible incrustées dans les cendres chaudes. Ces bouffées de libération énergie génèrent des perturbations qui se propagent ensuite pour atteindre  $0,5H$  en bleu, puis  $0,75H$  en vert et  $H$  en rouge. La simulation représentée sur cette figure correspond à une graine contenant trois perturbations gaussiennes, pour un champ magnétique faible ( $B_0 = 5 \times 10^{10}$  G).

À partir de cette mesure de moment, on soustrait l'évolution globale due à l'expansion continue et accélérée des cendres chaudes. Pour cela, on ajuste le moment global par un polynôme d'ordre 2, que l'on soustrait ensuite pour obtenir les perturbations. C'est ce qui a été fait sur la figure 4.32(a), où en bleu est représentée le moment global pour la graine bimodale, en noir l'ajustement et sur une autre échelle, en rouge, les perturbations résiduelles. On obtient ainsi une estimation de l'amplitude des perturbations, qui, pour ce cas, varie entre  $M = 0,08$  et  $M = 0,04$ . Pour le cas d'une graine triple, les perturbations sont plus faibles, de l'ordre de  $M \sim 0,03$ . De telles amplitudes pourraient être suffisantes pour déclencher une détonation, si ces perturbations étaient maintenues suffisamment longtemps. Rappelons que nos simulations commencent avec une flamme dans un milieu de densité  $\rho_0 = 1 \times 10^8$  g cm $^{-3}$ , ce qui ne correspond pas à l'initiation de la déflagration, qui a lieu vers  $\rho_0 = 2 \times 10^9$  g cm $^{-3}$ . Dans l'idéal, il faudrait faire ces simulations dans un cadran de la naine blanche en partant de son centre. Mais ce type de simulations est au delà de nos possibilités numériques actuelles. De plus, la figure 4.32(b), montre l'effet de la résolution numérique sur les émissions d'ondes sonores. La courbe



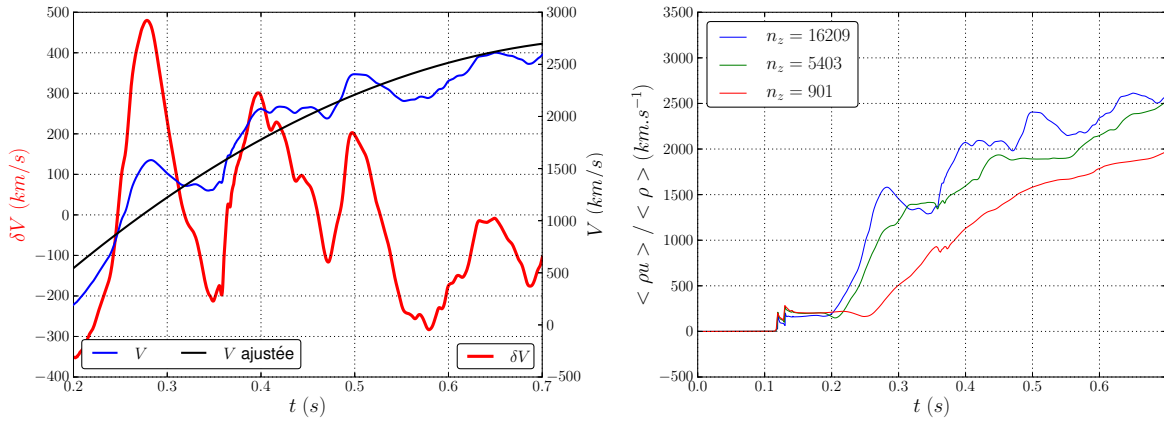


FIGURE 4.32 – **A gauche** : Estimation des émissions de perturbations (en rouge), obtenue à partir du moment moyen en haut du domaine rapporté à la densité moyenne (en bleu), auquel on a soustrait l'évolution globale due à l'expansion des cendres chaudes. Ce moment global est calculé à partir d'un ajustement quadratique (en noir). Les oscillations obtenues sont de période équivalente au temps caractéristique de retournement **A droite** : Comparaison des émissions pour la graine bimodale en fonction de la résolution. Celles-ci diminuent avec la résolution, car les petites structures sont moins bien résolues et les variations de surface sont donc plus faibles.

bleu, représente les émissions discutées précédemment obtenues pour la résolution maximale avec 16209 cellules dans la direction verticale. Ensuite, les courbes verte et rouge montre ces émissions pour une résolution plus faible d'un facteur trois et neuf respectivement. À résolution plus faible les petites structures ne sont pas résolues et la surface maximale correspondant au maximum de génération d'énergie est plus faible que pour une résolution plus importante. Ainsi l'amplitude entre le maximum et le minimum de génération d'énergie, qui donne l'amplitude des perturbations, sera plus faible à plus faible résolution. C'est ce qu'on observe sur la figure 4.32(b), où le cas le moins bien résolu ne présente aucune émission.

L'amplitude des perturbations diminue avec l'échelle spatiale des perturbations initiales. En effet, même si, comme le montre les figures 4.27 et 4.28, toutes ces perturbations tendent asymptotiquement vers des échelles typiques de l'ordre de la largeur du domaine, il y a une période initiale durant laquelle ces petites échelles n'ont pas encore évolué vers les grandes échelles. Durant ce transitoire, les émissions dépendent de la taille des perturbations. En effet, les bouffées de génération d'énergie nucléaire dépendent de la surface de combustible plongée dans les cendres chaudes, qui dépend de la profondeur jusqu'à laquelle descendent les bulles dense de combustible avant d'être consommées. Cela dépend principalement de la largeur des panaches descendants, qui dépend elle-même directement de la taille des perturbations. Ainsi tant que les perturbations sont petites, la profondeur de pénétration reste faible et la surface varie peu, ce qui est visible sur les panneaux à  $t = 0, 15$  s des figures 4.27 et 4.28.

Cependant, cela résulte de notre choix de configuration de départ. En effet, si la simulation avait commencé plus tôt dans des régions de densité plus grande et de gravité plus faible,

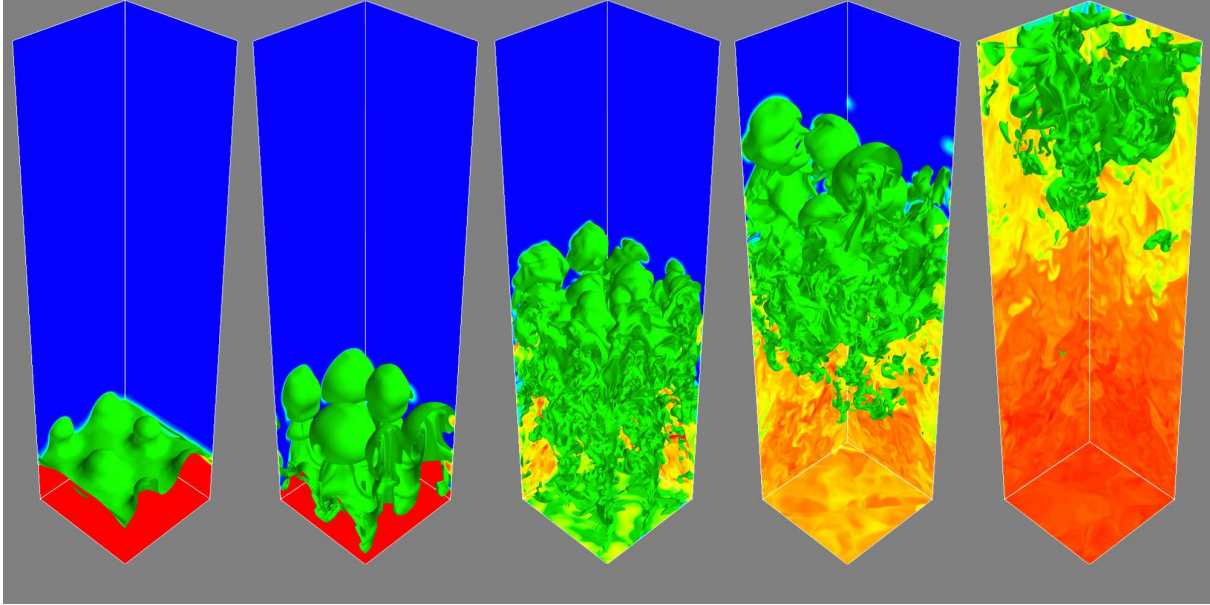


FIGURE 4.33 – Surface de flamme en vert et cartes de couleur de la variable d'avancement  $\phi$ , sur 3 bords du domaine, pour cinq instants différents : 0,11 ; 0,17 ; 0,26 ; 0,42 et 0,61 s. Le bleu correspond au combustible frais et le rouge aux cendres chaudes. On a essayé de reproduire la perturbation initiale bimodale, pour comparer l'évolution 3D aux cas étudiés précédemment. Notons le développement de grandes structures, grâce à l'énergie libérée par la combustion. Mais contrairement au cas 2D, elles sont suivies par une cascade turbulente vers les petites échelles. Cette cascade brise la cohérence de la combustion observée dans le cas 2D. Ces petites échelles turbulentes brûlent en effet de manière indépendante et l'énergie libérée se superpose statistiquement en un bruit blanc. Remarquons aussi que sur la dernière image ( $t=0,61$  s), la flamme sort du domaine, mais les grandes échelles seraient toujours présentes à l'avant de la flamme.

la taille de l'instabilité aurait eu le temps de grandir et d'atteindre les échelles similaires à la simulation représentée sur la figure 4.32. Finalement, pour pouvoir répondre à la question de savoir si une flamme peut émettre un flux acoustique de fréquence adéquate, de durée et d'intensité suffisante, il faut caractériser les échelles spatiales dominantes dans une configuration plus réaliste. Malheureusement ceci n'est pas possible en 2D, puisque toute perturbation croît pour atteindre une échelle de l'ordre de la largeur du domaine de simulation.

#### 4.4.4.1 Combustion 3D

En 2D, comme le montrent les figures 4.27 et 4.28, les perturbation croissent vers les grandes échelles et tendent vers des structures de la taille du domaine. Ces structures, en brûlant, sont susceptibles de variations importantes de surface et donc d'émission d'onde sonore. Au contraire, à 3D, derrière les grandes structures qui dominent l'avancé de la flamme, les perturbations cascaden jusqu'aux plus petites échelles. Alors, les variations de ces petites échelles, parce qu'elles se compensent statistiquement, génèrent un flux d'ondes acoustique très faible. C'est ce que nous avons vérifié, sans le champ magnétique, avec HERACLES. Nous avons sélectionné quelques simulations OHM qui présentaient des émissions acoustiques importantes que nous

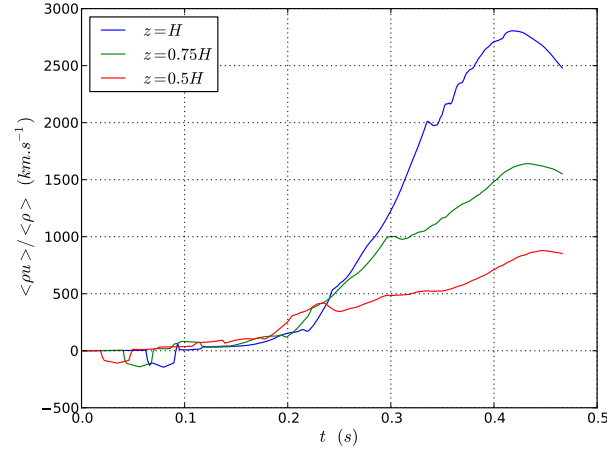


FIGURE 4.34 – Mesures similaires au cas 2D : rapport du moment moyen sur la densité moyenne à trois altitudes différentes :  $0,5H$ ,  $0,75H$  et  $H$ . Le développement des petites échelles, visible sur les figures 4.33 et 4.35(b), empêche toute cohérence dans les émissions de perturbation. Ainsi contrairement au cas 2D, les émissions acoustiques sont très faibles.

avons simulées ensuite en 3D avec HERACLES. Évidemment l'ajout d'une dimension nous contraint à diminuer nettement la résolution, le domaine de  $H = 600 \times L = 33$  km est alors discrétisé en  $n_z = 1800 \times n_x = n_y = 100$ . Nous avons ensuite essayé de reproduire une perturbation bimodale, avec deux profils initiaux de vitesses verticales gaussiens. Le développement initial de ces graines est visible sur la représentation de gauche de la figure 4.33, où la surface de flamme est tracée en vert. Les quatre images suivantes représentent l'évolution de cette graine initiale. Pour les deux premiers instants représentée,  $t = 0,11$  et  $t = 0,17$  s, l'instabilité conserve sa structure à grande échelle et on reconnaît toujours les graines initiales. Mais ensuite, les petites échelles se développent et la structure de la surface de flamme n'est plus du tout similaire au cas 2D. Quelques panaches de grande taille dominent la partie avant de la flamme, tandis que dans leur sillage les petites échelles se développent puis dominent. Ce développement des petites échelles fait que les émissions acoustiques, mesurées de la même façon que dans le paragraphe précédent, sont très faibles. La figure 4.34, représente le moment moyen rapporté à la densité moyenne pour les trois altitudes choisies précédemment :  $0,5H$ ,  $0,75H$  et  $H$ . Ce résultat est le même quelle que soit la perturbation. On en conclut qu'une flamme réelle 3D en milieu non magnétisé n'émet pas suffisamment d'ondes acoustiques. En effet, même si le taux global de combustion est plus élevé, du fait de l'augmentation importante de la surface de flamme à cause de la turbulence, les émissions acoustiques des petites échelles n'ont aucune cohérence et leur superposition génère un bruit blanc. À 3D, on perd la cohérence qui faisait l'intensité des émissions acoustiques à 2D.

Cependant, l'inclusion du champ magnétique pourrait changer la donne. En effet, celui-ci empêche les petites échelles de se développer. Cette propriété du champ magnétique est clairement mise en évidence par la figure 4.35, qui compare des simulations de Stone et Gardiner

(2007) pour un cas purement hydrodynamique et un cas où le champ magnétique est parallèle à l'interface et relativement intense. Il est initialement égal à la moitié du champ critique qui stabilise les échelles inférieures à la taille du domaine (selon l'équation 4.64 ce champ critique vaut :  $B_c = \sqrt{Lg(\rho_0 - \rho^*)}$ , où  $L$  est la largeur du domaine). Clairement, dans le cas d'un champ magnétique intense, les petites échelles ne se développent pas et des structures de grandes tailles apparaissent. La flamme pourrait alors brûler périodiquement ces grandes échelles en émettant ainsi des perturbations cohérentes qui ne se superposeraient pas en un bruit blanc inefficace. Malheureusement, nous n'avons pas eu le temps de développer la version MPI de OHM en 3D, nécessaire pour ces simulations.

Cependant, comme le montre la figure 4.32(b), la résolution est cruciale pour ces émissions. En effet, celles-ci reposent sur des variations substantielles et **cohérentes** de la surface de flamme. Pour cela, il faut la présence de grandes échelles qui contrôlent les émissions, mais aussi un maximum de petites échelles, qui seront brûlées avec les grandes, et qui maximisent la libération d'énergie en maximisant la surface de la flamme. Pour cela, une résolution numérique élevée permet de résoudre des échelles plus petites et d'augmenter les émissions. Ainsi, sur la figure 4.32(b), des émissions sont visibles à partir de  $\delta_x = 110$  m et deviennent importantes pour  $\delta_x = 37$  m. Pour la résolution la plus faible de  $\delta_x = 333$  m, qui correspond à nos simulations 3D, aucune onde acoustique n'est émise. Ainsi même si le champ magnétique est capable de favoriser les grandes échelles, la résolution réduite en 3D empêchera peut être les émissions.

D'autre part, concernant la reconnexion, l'amplification du champ pourra être plus importante. En effet, celle-ci sature toujours lorsque le terme d'induction et du même ordre que le terme de dissipation ohmique (équation 4.67). Mais la différence vient de la conservation du flux magnétique qui, à 3D, s'écrit :  $B_i R_{RT}^2 = B_f L^2$ . Ce qui donne, l'équation de saturation de l'amplification à 3D :

$$\frac{B_f}{B_i} = \frac{u_{RT} R_{RT}}{\eta} = Rm. \quad (4.72)$$

Ainsi, même si la résolution de nos simulations 3D est plus faible d'un facteur 10 et donc  $\eta$  plus grand du même facteur, la dépendance de la saturation en  $Rm$  et non en  $\sqrt{Rm}$ , permet une amplification plus importante. En effet, pour des valeurs typiques de nos simulations 2D :  $u_{RT} \sim 2000 \text{ km s}^{-1}$ ,  $R_{RT} \sim 30 \text{ km}$  et  $\eta^{2D} \sim 10^{11} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ , on obtient :

$$\frac{B_f^{3D}}{B_i} = \frac{u_{RT} R_{RT}}{\eta^{3D}} = \frac{\sqrt{6 \times 10^{14}}}{10 \sqrt{\eta^{2D}}} \sqrt{Rm} \sim 8 \times \frac{B_f^{2D}}{B_i}. \quad (4.73)$$

Selon ces estimations, pour des simulations MHD équivalentes à celles réalisée avec HERACLES sur le ordinateur local IRFUOAST, on peut espérer un gain d'un facteur huit sur le champ final et donc atteindre un paramètre  $\beta \sim 1$ . Si en plus, on réalisait ces simulations sur un ordinateur national, la résolution plus importante permise nous garantirait probablement d'atteindre les petits  $\beta$  nécessaires à une reconnexion dynamique. Ainsi, que ce soit pour étudier la génération d'ondes acoustiques par la variation de la surface de flamme ou l'amplification puis la reconnexion du champ magnétique, la simulation de ces flammes en milieu magnétisé sera un travail à venir très intéressant.

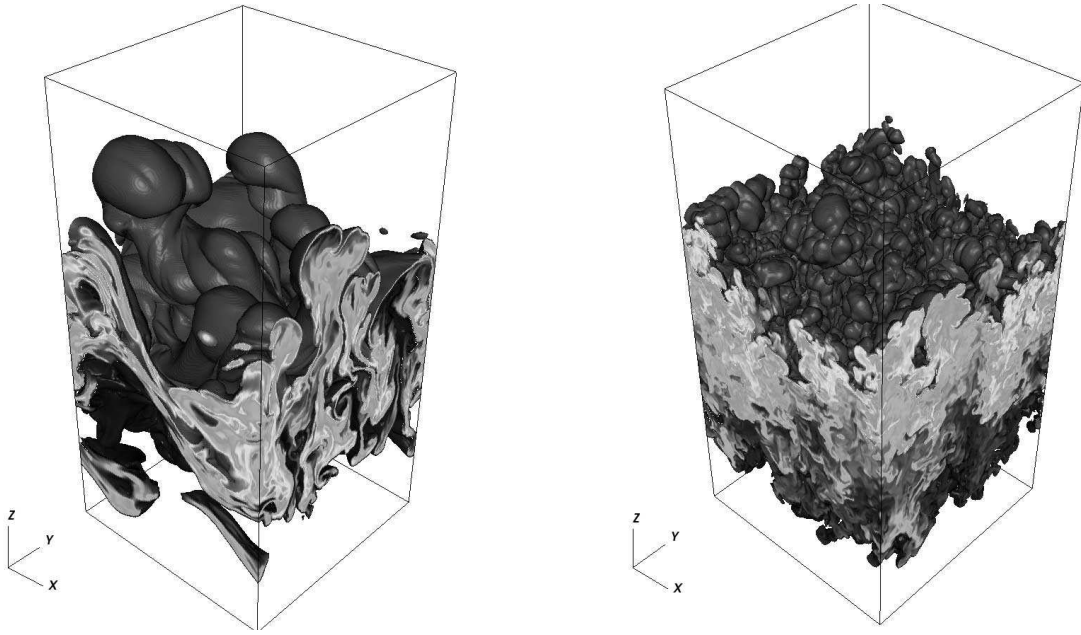


FIGURE 4.35 – **A gauche** : Simulation MHD 3D de l'instabilité Rayleigh-Taylor, pour un champ magnétique horizontal et uniforme,  $B_0 = 0,6B_c$ , où  $B_c$  est le champ critique au delà duquel le champ stabilise les longueur d'ondes inférieures à la taille du domaine (équation 4.64). Cette figure extraite de *Stone et Gardiner (2007)* représente l'évolution de l'interface entre les deux fluides, sous l'effet de l'instabilité magnétique. **A droite** : Comparaison pour la même configuration en l'absence de champ magnétique. Pour l'instabilité purement hydrodynamique, les petites échelles se développent plus rapidement et dominant rapidement, contrairement au cas magnétique, où la tension magnétique empêche la croissance des petites échelles.

Enfin, même si la combustion turbulente à grande échelle n'était pas capable de générer des perturbations suffisantes, il semblerait qu'à une échelle plus petite, de l'ordre de la largeur de flamme, la combustion turbulente dans le régime des grands nombres de Karlovitz soit capable de générer des perturbations importantes de pression. La figure 4.36 illustre ce processus d'émission d'onde de pression. Il repose aussi sur la variation de surface, qui est largement augmentée par la turbulence lors du pic d'émission (4.36(a)) et qui, après avoir brûlée, devient presque plane et les émissions sont alors quasi-nulles (4.36(b)).

Ces considérations de surface de flamme sont valables lorsque la combustion est (largement) subsonique et qu'en tout point de la flamme la combustion se fait au même taux. Si au contraire, la combustion dans le régime distribué est capable de générer des zones où la combustion se propage supersoniquement (voir §4.1.3), alors des perturbations, voire des chocs, seront générées sans variation de surface. Le scénario populaire de TDD induite par la turbulence, repose sur cette possibilité de créer une région capable de brûler supersoniquement, avec en plus la condition que la pression accumulée atteigne  $P_{CJ}$ . Cette dernière condition étant plutôt contraignante, notre scénario offre une alternative pour une TDD non aboutie par le mécanisme des gradients de Zel'dovich. En effet, même si, comme sur la figure 4.5(b), l'onde de combustion n'est pas capable d'accumuler une pression suffisante, elle génère toutefois un choc qui pourrait ensuite amorcer une détonation après amplification dans le gradient de densité. Ainsi, si le mécanisme de Zel'dovich ne fonctionne pas, que ce soit à cause d'un gradient de temps d'induction trop raide, trop plat ou trop court ou alors parce que la turbulence perturbe ce gradient avant qu'une détonation n'ait pu émerger, une détonation pourra toujours être initiée à partir de la perturbation générée par cet embryon avorté de détonation. Ceci fait que notre mécanisme aura probablement une gamme de paramètres physiques d'applicabilité plus large que celle étudiée dans cette thèse.

En conclusion, la combustion turbulente semble être une source robuste de perturbations à différentes échelles. Mais de nombreuses simulations seront nécessaires pour caractériser ces émissions acoustiques et savoir si elles sont adéquates pour l'ignition d'une détonation à travers notre mécanisme d'amplification. En effet, la fréquence de ces perturbation est cruciale ainsi que les effets géométriques pour les perturbations de petites taille.

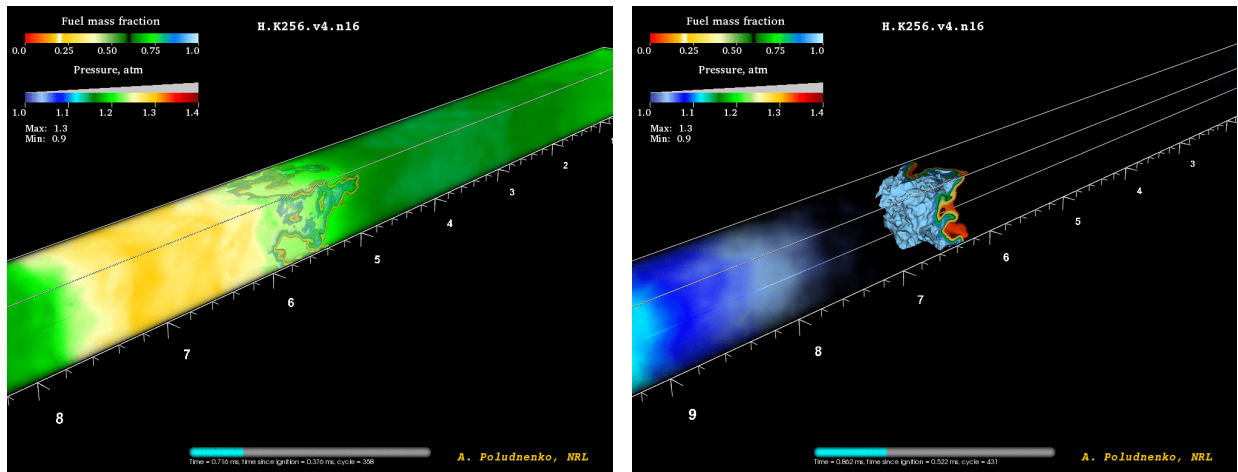


FIGURE 4.36 – **A gauche** : Ces instantanés correspondent à une flamme turbulente à grand nombre de Karlovitz ( $K_a = 256$ ) simulée par A. Poludnenko (communication privée). La surface de flamme est représentée par la surface bleue-rouge, tandis que la coloration volumique correspond à la surpression engendrée par la flamme. Sur ce panneau, à  $t = 0,72$  ms, la flamme est très plissée à grande échelle et le taux global de génération d'énergie est donc maximum. En conséquence, la flamme génère une forte surpression, qui vaut 1,3 fois la pression au repos (c'est à dire un nombre de Mach  $M = 0,3$ ) **A droite** : Dans ce cas, qui correspond à  $t = 0,86$  ms, au contraire la surface est beaucoup moins convoluée et les émissions sont quasi-nulles.



## Bibliographie

- D. ARNETT et E. LIVNE : The delayed-detonation model of a type IA supernovae. 1 : The deflagration phase. *ApJ*, 427:315–329, mai 1994a.
- D. ARNETT et E. LIVNE : The delayed-detonation model of Type IA supernovae. 2 : The detonation phase. *ApJ*, 427:330–341, mai 1994b.
- A. J. ASPDEN, J. B. BELL, M. S. DAY, S. E. WOOSLEY et M. ZINGALE : Turbulence-Flame Interactions in Type Ia Supernovae. *ApJ*, 689:1173–1185, décembre 2008.
- A. J. ASPDEN, J. B. BELL et S. E. WOOSLEY : Distributed Flames in Type Ia Supernovae. *ApJ*, 710:1654–1663, février 2010.
- G. AULANIER, P. DÉMOULIN et R. GRAPPIN : Equilibrium and observational properties of line-tied twisted flux tubes. *A&A*, 430:1067–1087, février 2005.
- N. AUNAI, G. BELMONT et R. SMETS : Proton acceleration in antiparallel collisionless magnetic reconnection : Kinetic mechanisms behind the fluid dynamics. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 116:9232, septembre 2011.
- E. BRAVO et D. GARCÍA-SENZ : Pulsating Reverse Detonation Models of Type Ia Supernovae. I. Detonation Ignition. *ApJ*, 695:1244–1256, avril 2009.
- E. BRAVO, D. GARCÍA-SENZ, R. M. CABEZÓN et I. DOMÍNGUEZ : Pulsating Reverse Detonation Models of Type Ia Supernovae. II. Explosion. *ApJ*, 695:1257–1272, avril 2009.
- V. BYCHKOV, A. PETCHENKO, V. ' . AKKERMAN et L.-E. ERIKSSON : Theory and modeling of accelerating flames in tubes. *Phys. Rev. E*, 72(4):046307, octobre 2005.
- V. BYCHKOV, D. VALIEV et L.-E. ERIKSSON : Physical Mechanism of Ultrafast Flame Acceleration. *Physical Review Letters*, 101(16):164501, octobre 2008.
- Vitaly BYCHKOV, V'yacheslav AKKERMAN, Gordon FRU, Arkady PETCHENKO et Lars-Erik ERIKSSON : Flame acceleration in the early stages of burning in tubes. *Combustion and Flame*, 150(4):263 – 276, 2007.
- A. C. CALDER, D. M. TOWNSLEY, I. R. SEITENZAHL, F. PENG et AL. : Capturing the Fire : Flame Energetics and Neutronization for Type Ia Supernova Simulations. *ApJ*, 656:313–332, février 2007.
- S. CHANDRASEKHAR : *Hydrodynamic and hydromagnetic stability*. Oxford : Clarendon, 1961.
- William Ronald CHAPMAN et Richard Vernon WHEELER : Vi.-the propagation of flame in mixtures of methane and air. part v. the movement of the medium in which the flame travels. *J. Chem. Soc.*, 0:38–46, 1927.
- G. CHENG, R. ZITOUN, Y. SARRAZIN, P. BAUER et P. VIDAL : A study on mechanism of flame acceleration of H<sub>2</sub>/C<sub>3</sub>H<sub>8</sub>-Air mixtures in an obstructed square channel. In *24th ICDEERS*, août 2013.
- F. CIARALDI-SCHOOLMANN, W. SCHMIDT, J. C. NIEMEYER, F. K. RÖPKE et AL. : Turbulence in a Three-Dimensional Deflagration Model for Type Ia Supernovae. I. Scaling Properties. *ApJ*, 696:1491–1497, mai 2009.
- G. CICCARELLI et S. DOROFEEV : Flame acceleration and transition to detonation in ducts. *Progress in Energy and Combustion Science*, 34(4):499 – 550, 2008. ISSN 0360-1285.
- P. COLELLA et H. M. GLAZ : Efficient solution algorithms for the Riemann problem for real gases. *Journal of Computational Physics*, 59:264–289, juin 1985.



- M. FINK, F. K. RÖPKE, W. HILLEBRANDT, I. R. SEITENZAHL et AL. : Double-detonation sub-Chandrasekhar supernovae : can minimum helium shell masses detonate the core? *A&A*, 514:A53, mai 2010.
- B. FRYXELL, K. OLSON, P. RICKER, F. X. TIMMES et AL. : FLASH : An Adaptive Mesh Hydrodynamics Code for Modeling Astrophysical Thermonuclear Flashes. *ApJS*, 131:273–334, novembre 2000.
- V. N. GAMEZO, A. M. KHOKHLOV et E. S. ORAN : Three-dimensional Delayed-Detonation Model of Type Ia Supernovae. *ApJ*, 623:337–346, avril 2005.
- B.E. GELFAND, S.M. FROLOV et M.A. NETTLETON : Gaseous detonations - a selective review. *Progress in Energy and Combustion Science*, 17(4):327 – 371, 1991.
- W. HILLEBRANDT, M. KROMER, F. K. RÖPKE et A. J. RUITER : Towards an understanding of Type Ia supernovae from a synthesis of theory and observations. *ArXiv e-prints*, février 2013.
- A. P. JACKSON, A. C. CALDER, D. M. TOWNSLEY, D. A. CHAMULAK et AL. : Evaluating Systematic Dependencies of Type Ia Supernovae : The Influence of Deflagration to Detonation Density. *ApJ*, 720:99–113, septembre 2010.
- G. C. JORDAN, IV, R. T. FISHER, D. M. TOWNSLEY, A. C. CALDER et AL. : Three-Dimensional Simulations of the Deflagration Phase of the Gravitationally Confined Detonation Model of Type Ia Supernovae. *ApJ*, 681:1448–1457, juillet 2008.
- G. C. JORDAN, IV, C. GRAZIANI, R. T. FISHER, D. M. TOWNSLEY et AL. : The Detonation Mechanism of the Pulsationally Assisted Gravitationally Confined Detonation Model of Type Ia Supernovae. *ApJ*, 759:53, novembre 2012.
- W. KALKOFEN : Is the Solar Chromosphere Heated by Acoustic Waves? *ApJ*, 671:2154–2158, décembre 2007.
- A. R. KERSTEIN : Linear-eddy modelling of turbulent transport. VI - Microstructure of diffusive scalar mixing fields. *Journal of Fluid Mechanics*, 231:361–394, octobre 1991.
- A. M. KHOKHLOV : Delayed detonation model for type IA supernovae. *A&A*, 245:114–128, mai 1991a.
- A. M. KHOKHLOV : Mechanisms for the initiation of detonations in the degenerate matter of supernovae. *A&A*, 246:383–396, juin 1991b.
- A. M. KHOKHLOV : Propagation of Turbulent Flames in Supernovae. *ApJ*, 449:695, août 1995.
- A. M. KHOKHLOV, E. S. ORAN et J. C. WHEELER : Deflagration-to-Detonation Transition in Thermonuclear Supernovae. *ApJ*, 478:678, mars 1997.
- A.M. KHOKHLOV, E.S. ORAN et G.O. THOMAS : Numerical simulation of deflagration-to-detonation transition : the role of shock ?flame interactions in turbulent flames. *Combustion and Flame*, 117:323 – 339, 1999.
- M. KUTSUNA et T. SHIGEYAMA : Effects of Magnetic Fields on the Propagation of Nuclear Flames in Magnetic White Dwarfs. *ApJ*, 749:51, avril 2012.
- L. D. LANDAU et E. M. LIFSHITZ : *Fluid mechanics*. Oxford : Pergamon Press, 1959.
- J.H.S. LEE et I.O. MOEN : The mechsans of transition from deflagration to detonation in vapor cloud explosions. *Progress in Energy and Combustion Science*, 6(4):359 – 389, 1980.
- A. M. LISEWSKI, W. HILLEBRANDT et S. E. WOOSLEY : Constraints on the Delayed Transition to Detonation in Type IA Supernovae. *ApJ*, 538:831–836, août 2000.

- E. MALLARD et H. LE CHATELIER : *Recherches expérimentales et théoriques sur la combustion des des mélanges gazeux explosifs*. Dunod, Paris, 1883.
- J.W. MEYER, P.A. URTIEW et A.K. OPPENHEIM : On the inadequacy of gasdynamic processes for triggering the transition to detonation. *Combustion and Flame*, 14(1):13 – 20, 1970.
- Elaine S. ORAN et Vadim N. GAMEZO : Origins of the deflagration-to-detonation transition in gas-phase combustion. *Combustion and Flame*, 148(1 ?2):4 – 47, 2007. ISSN 0010-2180.
- D. E. OSTERBROCK : The Heating of the Solar Chromosphere, Plages, and Corona by Magnetohydrodynamic Waves. *ApJ*, 134:347, septembre 1961.
- E. N. PARKER : Sweet’s Mechanism for Merging Magnetic Fields in Conducting Fluids. *Journal of Geophysical Research*, 62:509–520, décembre 1957.
- T. PLEWA, A. C. CALDER et D. Q. LAMB : Type Ia Supernova Explosion : Gravitationally Confined Detonation. *ApJ*, 612:L37–L40, septembre 2004.
- A. Y. POLUDNENKO, T. A. GARDINER et E. S. ORAN : Spontaneous Transition of Turbulent Flames to Detonations in Unconfined Media. *Physical Review Letters*, 107(5):054501, juillet 2011.
- F. K. RÖPKE : Flame-driven Deflagration-to-Detonation Transitions in Type Ia Supernovae ? *ApJ*, 668:1103–1108, octobre 2007.
- F. K. RÖPKE, W. HILLEBRANDT, W. SCHMIDT, J. C. NIEMEYER et AL. : A Three-Dimensional Deflagration Model for Type Ia Supernovae Compared with Observations. *ApJ*, 668:1132–1139, octobre 2007a.
- F. K. RÖPKE, S. E. WOOSLEY et W. HILLEBRANDT : Off-Center Ignition in Type Ia Supernovae. I. Initial Evolution and Implications for Delayed Detonation. *ApJ*, 660:1344–1356, mai 2007b.
- G.D. ROY, S.M. FROLOV, A.A. BORISOV et D.W. NETZER : Pulse detonation propulsion : challenges, current status, and future perspective. *Progress in Energy and Combustion Science*, 30(6):545 – 672, 2004.
- W. SCHMIDT, F. CIARALDI-SCHOOLMANN, J. C. NIEMEYER, F. K. RÖPKE et AL. : Turbulence in a Three-Dimensional Deflagration Model For Type Ia Supernovae. II. Intermittency and the Deflagration-to-Detonation Transition Probability. *ApJ*, 710:1683–1693, février 2010.
- W. SCHMIDT, J. C. NIEMEYER et W. HILLEBRANDT : A localised subgrid scale model for fluid dynamical simulations in astrophysics. I. Theory and numerical tests. *A&A*, 450:265–281, avril 2006a.
- W. SCHMIDT, J. C. NIEMEYER, W. HILLEBRANDT et F. K. RÖPKE : A localised subgrid scale model for fluid dynamical simulations in astrophysics. II. Application to type Ia supernovae. *A&A*, 450:283–294, avril 2006b.
- I. R. SEITENZAHL, C. A. MEAKIN, D. M. TOWNSLEY, D. Q. LAMB et AL. : Spontaneous Initiation of Detonations in White Dwarf Environments : Determination of Critical Sizes. *ApJ*, 696:515–527, mai 2009.
- J. M. STONE et T. GARDINER : The Magnetic Rayleigh-Taylor Instability in Three Dimensions. *ApJ*, 671:1726–1735, décembre 2007.
- F. X. TIMMES et S. E. WOOSLEY : The conductive propagation of nuclear flames. I - Degenerate C + O and O + NE + MG white dwarfs. *ApJ*, 396:649–667, septembre 1992.
- D. M. TOWNSLEY, A. C. CALDER, S. M. ASIDA, I. R. SEITENZAHL et AL. : Flame Evolution During Type Ia Supernovae and the Deflagration Phase in the Gravitationally Confined

- Detonation Scenario. *ApJ*, 668:1118–1131, octobre 2007.
- Ya.K. TROSHIN : The generalized hugoniot adiabetic curve. *Symposium (International) on Combustion*, 7(1):789 – 798, 1958.
- P. ULMSCHNEIDER : On Frequency and Strength of Shock Waves in the Solar Atmosphere. *Sol. Phys.*, 12:403–415, juin 1970.
- P. ULMSCHNEIDER : Acoustic heating of stellar chromospheres and coronae. In G. WALLERSTEIN, éditeur : *Cool Stars, Stellar Systems, and the Sun*, volume 9 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, pages 3–14, 1990.
- S. E. WOOSLEY et D. KASEN : Sub-Chandrasekhar Mass Models for Supernovae. *ApJ*, 734:38, juin 2011.
- S. E. WOOSLEY, A. R. KERSTEIN, V. SANKARAN, A. J. ASPDEN et AL. : Type Ia Supernovae : Calculations of Turbulent Flames Using the Linear Eddy Model. *ApJ*, 704:255–273, octobre 2009.
- J. YANEZ, M. KUZNETSOV et Bykov V. : Sudden acceleration of flames in open channels driven byhydraulic resistance. In *24th ICDERS*, août 2013.
- S.-C. YOON et N. LANGER : On the evolution of rapidly rotating massive white dwarfs towards supernovae or collapses. *A&A*, 435:967–985, juin 2005.
- Y. B. ZEL'DOVICH, V. B. LIBROVICH, G. M. MAKHVILADZE et G. I. SIVASHINSKIL : On the onset of detonation in a nonuniformly heated gas. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 11:264–270, mars 1970.
- Ya.B. ZEL'DOVICH : Regime classification of an exothermic reaction with nonuniform initial conditions. *Combustion and Flame*, 39(2):211 – 214, 1980.
- J. ZHANG, O. E. B. MESSER, A. M. KHOKHLOV et T. PLEWA : On the Evolution of Thermonuclear Flames on Large Scales. *ApJ*, 656:347–365, février 2007.

# Conclusion

Cette thèse est consacrée à l'étude de la combustion thermonucléaire dans les supernovae de type Ia. Plus précisément, nous nous sommes placés dans le cadre du scénario de détonation retardée, où la combustion se propage initialement comme une déflagration et doit se transformer en détonation, environ une seconde après l'ignition. Le mécanisme physique permettant cette transition n'a pas encore été identifié. L'objet de cette thèse a été d'essayer d'en comprendre la nature.

Au cours de cette thèse, j'ai d'abord étudié en détail les déflagrations et détonations thermonucléaires dans un plasma dégénéré représentatif des conditions rencontrées dans les naines blanches. Sur ce point, j'ai pu mettre en évidence qu'il existe une limite à la réduction de la vitesse de propagation d'une déflagration qu'impose la présence d'un champ magnétique. En effet, contrairement aux études précédentes, nous avons tenu compte non seulement de la conduction électronique, réduite par le champ magnétique, mais aussi du transfert radiatif, sur lequel le champ n'a aucun effet. Or cette dernière composante est généralement omise, alors qu'elle peut propager par elle-même une déflagration, dont la vitesse est donc la vitesse minimale d'une déflagration en présence d'un champ magnétique.

Nous avons d'autre part proposé et étudié un nouveau processus pour initier une détonation à partir de faibles perturbations acoustiques, qui peuvent être amplifiées dans le gradient de densité de l'enveloppe d'une naine blanche, avant de dégénérer en choc. Si l'amplification a été suffisante et que le choc est assez fort, il peut déclencher une détonation. J'ai étudié ce mécanisme sur différentes structures, d'abord en géométrie plane, pour valider la faisabilité de ce processus, puis en géométrie sphérique, sur une structure dilatée par une phase initiale de déflagration turbulente. Ce dernier cas se rapproche le plus des conditions dans lesquelles ce mécanisme devrait être applicable dans le cadre du scénario de détonation à retard des SNe Ia. Notons que, contrairement aux scénarios classiques de TDD, le processus étudié dans cette thèse est **non local**. En effet, il y a un décalage spatial et temporel entre l'émission des perturbations et l'ignition de la détonation. Cette non-localité explique probablement pourquoi ce processus n'a jamais été observé dans les simulations 3D d'explosion de supernovae. En effet, les codes d'hydrodynamique, pour des raisons de stabilité, cherchent à se débarrasser des ondes sonores. D'autre part, réussir à les propager explicitement et correctement reste un challenge. Car, entre la résolution spatiale nécessaire pour les résoudre, et les mouvements d'une grille en expansion capable de suivre l'explosion, ne pas les dissiper dans une simulation 3D demande une modélisation spécifique. D'autre part, cette non-localité spatiale et temporelle aura des conséquences sur l'explosion qui seront des signatures spécifiques de ce mécanisme. Quoi qu'il en soit, dans le cadre des supernovae, ce nouveau mécanisme pourrait apporter une solution au problème de la transition déflagration-détonation, question non résolue depuis de nombreuses années.

Cependant, ce processus nécessite encore une série d'études pour être validé dans le contexte des supernovae thermonucléaires. Deux axes seraient à développer. Tout d'abord, en restant à

1D, améliorer notre modèle en incluant un traitement dynamique et cohérent du couplage entre l'expansion induite par la flamme, l'évolution des perturbations et le chauffage par chocs. Cela permettrait de caractériser précisément, pour quelles fréquences et quelles amplitudes une perturbation sphérique peut amorcer une détonation. D'autre part, ce traitement dynamique 1D offrirait un modèle *complet* de supernova en géométrie sphérique. Pour cela, il faudrait traiter correctement la phase initiale de déflagration sphérique, en s'intéressant notamment à la nucléosynthèse. Ensuite, une fois la détonation initiée, sa propagation pourrait être modélisée pour obtenir le profil de composition des éjecta, qui pourrait ensuite être utilisé pour générer des observables synthétiques, telles que spectres et courbes de lumière. Ces observables, si elles présentaient des caractéristiques propres à notre modèle, permettrait de le valider observationnellement. L'autre axe consiste à étudier ce processus dans un cadre 3D. En effet une flamme turbulente étant très inhomogène et spatialement très localisée, il est probable que les émissions de perturbations soient aussi localisées spatialement. Dans ce cas, il faut pouvoir caractériser, à l'aide de modèle de propagation d'ondes acoustiques à 3D, quelle est la taille minimum de la source acoustique permettant une transition vers une détonation. D'autre part, de nombreuses perturbations seront émises en même temps, et il faut étudier le niveau de cohérence nécessaire pour éviter l'émission d'un bruit blanc.

Enfin, dans le reste du temps imparti, nous avons réalisé quelques études exploratoires sur la capacité des flammes thermonucléaires en milieu magnétisé d'émettre des ondes acoustiques. Nous avons travaillé sur deux façons de générer des perturbations. Tout d'abord, la combustion couplée à l'instabilité Rayleigh-Taylor à grande échelle  $\sim 100$  km, où les perturbations sont dues à des variations de l'énergie nucléaire libérée dans la flamme. Elles sont donc directement proportionnelles à la variation de la surface de flamme. Dans certains cas, on obtient effectivement une surface de flamme oscillant fortement et donc capable de créer des perturbations de nombre de Mach  $M \sim 0,05$ , en principe suffisantes, d'après notre étude, pour initier une détonation.

Nous avons aussi voulu étudier la possibilité de créer de fortes perturbations, voire même directement des chocs, à partir de la reconnexion du champ magnétique dans le milieu en combustion. En effet, la propagation de la flamme sous forme de panaches de Rayleigh-Taylor, permet d'amplifier le champ magnétique et de créer des zones topologiquement favorables à la reconnexion. Cependant, la diffusion numérique, due à une résolution trop faible, nous a empêché d'atteindre les paramètres plasmas  $\beta \sim 1$  nécessaires à une reconnexion dynamique. Au final, on obtient, dans certains cas, des perturbation de pression d'amplitudes suffisantes pour initier des détonations à travers notre mécanisme. Cependant, ces études 2D restent ambiguës, car nous n'avons pas eu le temps d'étudier soigneusement les effets du choix des perturbations initiales. De plus, quelle que soit la perturbation, celle-ci croît jusqu'à atteindre la taille du domaine et les émissions d'ondes acoustiques sont corrélées à la taille des perturbations. Or à 3D, au contraire, les perturbations cascaden vers les petites échelles (cascade turbulente de Kolmogorov), empêchant la cohérence des oscillations de surface à grande échelle et empêchant ainsi l'émission d'ondes acoustiques cohérentes. Nos simulations 3D préliminaires confirment cette analyse.

À ce point, il reste beaucoup à faire. Tout d'abord, en 2D, il faudrait caractériser plus proprement le spectre d'émission en fonction des perturbations. D'autre part, comme l'ont montré nos études de déflagrations laminares, la propagation d'une flamme en milieu magnétisé est

anisotrope, avec pour direction privilégiée celle du champ. L'inclusion de cette anisotropie de propagation pourrait mettre en évidence des effets de focalisation de flamme qui pourraient générer une augmentation locale du taux de libération d'énergie. Cependant, ce type de focalisation n'est pas possible avec un modèle de flamme aussi simple que le nôtre, il faut introduire un modèle plus complexe, où la propagation se fait par diffusion thermique et où la libération d'énergie est due à la consommation du réactant. Ensuite, il faudrait caractériser le spectre des émissions de la combustion 3D, pour conclure quant à l'absence ou non d'émission acoustique notable. Enfin, l'inclusion du champ magnétique dans les simulations 3D permettrait de savoir si le champ magnétique peut effectivement empêcher les petites échelles de se développer, et permettre de retrouver un niveau de cohérence d'émission comparable à celui obtenu en 2D.

En conclusion, cette thèse aura permis de mettre en évidence un nouveau mécanisme de TDD qui pourrait être à l'oeuvre dans les supernovae et peut-être permettre de résoudre ce problème de transition. Cependant, un travail important de validation reste à faire et, d'autre part, de nombreuses pistes conduisant à la génération de perturbations sonores par une flamme restent à explorer.

## Réalisations Scientifiques

### Conférences et séminaires :

- Août 2013 : Séminaire au CELIA, Bordeaux
- Mai 2013 : Séminaire au LPNHE, Paris (voir [présentation](#))
- Mars 2013 : Séminaire à l'Observatoire de Paris (voir [présentation](#))
- Février 2013 : Séminaire à l'Université de Berne, Suisse
- Février 2013 : Séminaire au CERFACS, Toulouse
- Septembre 2012 : Supernovae 2012, Garching, ALLEMAGNE  
[Poster](#) : *A new non-local DDT mechanism for type Ia supernovae.*
- Août 2012 : Nuclei in the Cosmos, Cairns, AUSTRALIE  
Conférence internationale sur l'astrophysique nucléaire.  
[Poster](#) : *Thermonuclear combustion in density gradients.*

### Publications :

- C.Charignon & J.-P.Chièze : *Thermonuclear combustion in density gradients*, Proceeding of Sciences ; 2012. (voir [article](#))
- C.Charignon & J.-P.Chièze : *Deflagration to detonation transition by amplification of acoustic waves in type Ia supernovae*, Astronomy & Astrophysics 550, A105 ; 2013. (voir [article](#))

Depuis une quinzaine d'années, les courbes de lumières des supernovae de type Ia (SNe Ia) sont devenues un outil important pour mesurer les distances cosmologiques et retracer l'expansion de l'Univers. Pour cette raison, un effort considérable a été porté sur leur observation ainsi que sur le développement de modèles permettant de comprendre la physique des ces explosions. A ce jour, le modèle le plus populaire est celui de l'explosion d'une naine blanche (NB) de carbone et d'oxygène arrivée au seuil d'instabilité : la masse de Chandrasekhar. La contraction de l'étoile qui s'en suit relance la combustion sous la forme d'une déflagration (mode de propagation subsonique) qui transiterait ensuite en une détonation (mode supersonique). Ce scénario de détonation retardée repose sur un mécanisme physique de Transition Déflagration-Détonation encore très mal compris, que cette thèse se propose d'étudier.

Au prix d'une paramétrisation adéquate, les modèles actuels de détonation à retard permettent de reproduire les observations. Tous ces modèles se basent sur le mécanisme des gradients de temps d'induction proposé par Zel'dovich dans les années 70. Cependant, les échelles caractéristiques de l'ignition n'étant pas résolues (et ce de plusieurs ordres de grandeurs), ces simulations ne peuvent expliquer à elles seules la TDD, phénomène mal compris, même sur Terre, lorsqu'il s'agit de milieux non-confinés. D'autre part, ce mécanisme requiert des niveaux de turbulence très important, qui imposent des conditions probablement trop restrictives.

C'est dans ce contexte que nous avons proposé et développé un nouveau mécanisme pour cette transition : le chauffage acoustique de l'enveloppe du progéniteur pré-supernova. Un premier modèle simplifié, en géométrie plane, permet de mettre en évidence l'amplification de petites ondes acoustiques (générés par une flamme turbulente) dans un gradient de densité similaire à ceux d'une NB. Selon la fréquence et l'amplitude des perturbations initiales, cette amplification peut aller jusqu'à la formation d'un choc suffisamment fort pour initier une détonation. Ensuite, ce mécanisme est utilisé en géométrie sphérique dans le cadre plus réaliste d'une NB en expansion de par la phase initiale de déflagration. Une étude paramétrique montre la validité de notre mécanisme sur une gamme raisonnable de fréquences et d'amplitudes acoustiques.

Finalement, quelques simulations 2D MHD et 3D, cherchant une source de perturbations acoustiques, sont présentées pour démontrer le caractère réaliste de notre nouveau mécanisme de TDD.